This is a reproduction of a library book that was digitized by Google as part of an ongoing effort to preserve the information in books and make it universally accessible.

Google™ books

https://books.google.com

Dette er en digital kopi af en bog, der har været bevaret i generationer på bibliotekshylder, før den omhyggeligt er scannet af Google som del af et projekt, der går ud på at gøre verdens bøger tilgængelige online.

Den har overlevet længe nok til, at ophavsretten er udløbet, og til at bogen er blevet offentlig ejendom. En offentligt ejet bog er en bog, der aldrig har været underlagt copyright, eller hvor de juridiske copyrightvilkår er udløbet. Om en bog er offentlig ejendom varierer fra land til land. Bøger, der er offentlig ejendom, er vores indblik i fortiden og repræsenterer en rigdom af historie, kultur og viden, der ofte er vanskelig at opdage.

Mærker, kommentarer og andre marginalnoter, der er vises i det oprindelige bind, vises i denne fil - en påmindelse om denne bogs lange rejse fra udgiver til et bibliotek og endelig til dig.

Retningslinjer for anvendelse

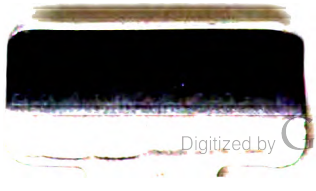
Google er stolte over at indgå partnerskaber med biblioteker om at digitalisere offentligt ejede materialer og gøre dem bredt tilgængelige. Offentligt ejede bøger tilhører alle og vi er blot deres vogtere. Selvom dette arbejde er kostbart, så har vi taget skridt i retning af at forhindre misbrug fra kommerciel side, herunder placering af tekniske begrænsninger på automatiserede forespørgsler for fortsat at kunne tilvejebringe denne kilde.

Vi beder dig også om følgende:

- Anvend kun disse filer til ikke-kommercielt brug
  Vi designede Google Bogsøgning til enkeltpersoner, og vi beder dig om at bruge disse filer til personlige, ikke-kommercielle formål.
- Undlad at bruge automatiserede forespørgsler
  Undlad at sende automatiserede søgninger af nogen som helst art til Googles system. Hvis du foretager undersøgelse af maskinoversættelse, optisk tegngenkendelse eller andre områder, hvor adgangen til store mængder tekst er nyttig, bør du kontakte os. Vi opmuntrer til anvendelse af offentligt ejede materialer til disse formål, og kan måske hjælpe.
- Bevar tilegnelse
  Det Google-"vandmærke" du ser på hver fil er en vigtig måde at fortælle mennesker om dette projekt og hjælpe dem med at finde yderligere materialer ved brug af Google Bogsøgning. Lad være med at fjerne det.
- Overhold reglerne
  Uanset hvad du bruger, skal du huske, at du er ansvarlig for at sikre, at det du gør er lovligt. Antag ikke, at bare fordi vi tror, at en bog er offentlig ejendom for brugere i USA, at værket også er offentlig ejendom for brugere i andre lande. Om en bog stadig er underlagt copyright varierer fra land til land, og vi kan ikke tilbyde vejledning i, om en bestemt anvendelse af en bog er tilladt. Antag ikke at en bogs tilstedeværelse i Google Bogsøgning betyder, at den kan bruges på enhver måde overalt i verden. Erstatningspligten for krænkelse af copyright kan være ganske alvorlig.

Om Google Bogsøgning

Det er Googles mission at organisere alverdens oplysninger for at gøre dem almindeligt tilgængelige og nyttige. Google Bogsøgning hjælper læsere med at opdage alverdens bøger, samtidig med at det hjælper forfattere og udgivere med at nå nye målgrupper. Du kan søge gennem hele teksten i denne bog på internettet på `http://books.google.com`



Digitized by Google

5 - C - 4

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

N43
3

INGENIØRVIDENSKABELIGE SKRIFTER
B Nr. 3

CEMENTRØRS VANDTÆTHED

AF

E. SUENSON
Professor, M. Ing. F.

WITH AN ENGLISH SUMMARY

DANSK INGENIØRFORENING
I KOMMISSION HOS G. E. C. GAD · VIMMELSKAFTET 32
KØBENHAVN 1930

Pris: 2 Kr. 50 Øre.

Digitized by Google

Digitized by Google

INGENIØRVIDENSKABELIGE SKRIFTER
B Nr. 3

CEMENTRØRS VANDTÆTHED

AF

E. SUENSON
Professor, M. Ing. F.

WITH AN ENGLISH SUMMARY

DANSK INGENIØRFORENING
I KOMMISSION HOS G. E. C. GAD · VIMMELSKAFTET 32
KØBENHAVN 1930

Digitized by Google

J. JØRGENSEN & CO. * IVAR JANTZEN

Digitized by Google

974737

MAY 3 - 1956

INDHOLD

		Side
1.	Forsøgsrørene	5
2.	Rumvægtsbestemmelse	6
3.	Vandtæthedsbestemmelse	8
4.	Teori for Strømning gennem en porøs Væg	10
5.	Strømstyrkens Variation ved Forsøgets Begyndelse	16
6.	Rørvæggens Luftindhold	17
7.	Blandingsforholdets, Stampningens, Lagringsmaadens og Alderens Indflydelse paa Vandtætheden	18
8.	Støbevandsprocentens Indflydelse paa Vandtætheden	21
9.	Imprægnering med Vandglas	26
10.	Støbning med Sæbevand	28
11.	Rørenes Filtervirkning	31
12.	Langvarige Forsøg	33
13.	Selvtætningens Aarsager	36
14.	Trykvariationsforsøg	37
15.	Forsøg med Cementrør Nr. 10 og 78	38
16.	Forsøg med Rør af Moler og med Ledningsvand	42
17.	Forsøg med Rør af Moler og med destilleret Vand	47
18.	Forsøg med Lerrør og destilleret Vand	49
19.	Forsøg med Berkefeld Filter	51
20.	Paavisning af Vandbakterier	54
21.	Trykvariationers Eftervirkning	57
22.	Aarsagen til Q-h-Kurvernes Krumning	61
23.	Forsøg med surt Vand	62
24.	Forsøg med Benzin	65
25.	Forsøg med Metylalkohol	67
26.	Oversigt	69

Digitized by Google

Digitized by Google

Ved Udarbejdelsen af Dansk Ingeniørforenings Normer for Cementvarer var en Orientering med Hensyn til de Faktorer, der er bestemmende for Cementrørs Vandtæthed ønskelig, og der paabegyndtes derfor i *Laboratoriet for Byggeteknik* nogle Forsøg desangaaende. Senere er der af Handelsministeriet, A/S De danske Cementfabriker, Foreningen Dansk Cementvareindustri og Dansk Ingeniørforening stillet et Beløb til Raadighed for Videreførelse af disse Forsøg og for Optagelse af nye vedrørende Cementrørs Syrefasthed.

De Forsøg, der omhandles i den foreliggende Beretning, er paa nogle faa Undtagelser nær kun Vandtæthedsforsøg.

1. *Forsøgsrørene.*

Forsøgsrørene var smaa Rør, 9 cm lange med 5 cm ydre Diameter og 1 cm Vægtykkelse støbte i Laboratoriet i en Form, hvis Bund og Sider var af Messing, mens Kærnen var en Trædorn omgivet af Messingblik. Stampningen udførtes med en Træstøder.

Cementen var Portlandcement, Sandet var fremstillet af Bakkegrus fra Hedehusene ved at lade dette passere et Sold med cirkulære Huller, 5 mm i Diameter.

Mørtelens Blandingsforhold efter Vægt var, naar intet andet er bemærket:

$P_c : P_s$	1 : 2	1 : 3	1 : 4	1 : 5
Vandtilsætning	9,2	8,8	8,0	8,0 % af $P_c + P_s$.

Vandtilsætningen var saa ringe, at Mørtelen ikke var vaad paa Overfladen efter Stampningen.

Saa snart et Rør var støbt, blev Kærnen forsigtigt skruet op, hvorefter Røret med Yderformen om henstilledes i vandmættet Luft. Efter et Døgns Forløb fjernedes Yderformen, hvorefter Rørene blev lagret 27 Døgn i

Digitized by Google

Vand eller 27 Døgn i vandmættet Luft. Ved Udtagelsen af denne var Rørene mørkegraa, og der sad undertiden Draaber paa baade Inder- og Ydersiden. De vandlagrede Rør var noget lysere og havde Udblomstringer af Kalciumkarbonat paa Inder- og Yderside og paa den opadvendende Endeflade.

De 28 Døgn gamle Rør stilledes derefter frit i Laboratoriets Luft indtil Prøvningen. Ved denne var Rørenes Alder som Regel mange Maaneder, undertiden flere Aar.

Ved luftlagrede Rør forstaas i det følgende Rør, der i 28 Døgn har staaet i fugtig Luft, derefter i Laboratorieluft. Ved vandlagrede Rør forstaas Rør, der i 1 Døgn har staaet i fugtig Luft, 27 Døgn i Vand og derefter i Laboratorieluft.

2. *Rumvægtsbestemmelse.*

Da Rørenes Tæthed i høj Grad er afhængig af Stampningens Intensitet, blev denne kontroleret ved en Rumvægtsbestemmelse, der udførtes med Kvægsølv paa følgende Maade (Fig. 1). Glaskarret *A* stilles i Skaalen *B* og fyldes til Randen med Kvægsølv. En tyk, plan Glasskive *C*, paa hvilken er fastkittet en Glaslinse, lægges som Laag paa *A*, hvorved denne kommer til at indeholde en bestemt defineret Kvægsølvmængde, medens Overskuddet samler sig i *B*, hvorfra det fjernes. *A* stilles atter i *B*, og Prøvelegemet *D* trykkes ned i Kvægsølvet ved Hjælp af Glaslinsen, indtil der ikke kan uddrives mere Kvægsølv. Det uddrevne Kvægsølv vejes, og Vægten divideret med Kvægsølvets Vægtfylde er da lig Prøvelegemets Volumen, der divideret ind i dets Vægt giver Rumvægten.

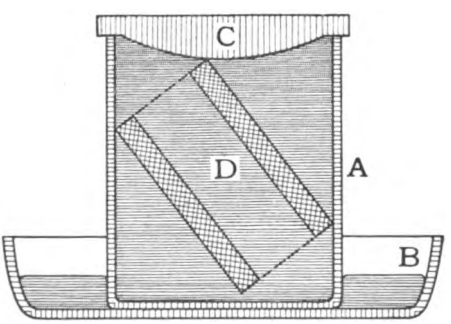


Fig. 1. Rumfangsbestemmelse.

Metodens Nøjagtighed undersøgtes ved Hjælp af en Staalkugle vejende 534,2 g. Ved 10 paa hinanden følgende Rumvægtsbestemmelser fandtes Værdierne i Tabel 1.

Tabel 1.

	Maks.	Min.	Middel
Fortrængt Kvægsølv i g	930,6	929,5	929,9
Rumfang i cm^3	68,43	68,35	68,38
Rumvægt i g/cm^3	7,816	7,807	7,813

Digitized by Google

Den fundne største og mindste Værdi af Rumfanget afviger altsaa kun 0,08 cm^3 fra hinanden.

Har Prøvelegemet Overfladeporer, i hvilke Kvægsølvet trænger ind, indgaar disse Porer ikke i det maalte Rumfang, og hvis Porerne af sig selv tømmes, naar Legemet tages op, kan man ikke bestemme disse Porers Rumfang. Bliver Kvægsølvet derimod siddende i Porerne, kan Rumfanget findes ved følgende Fremgangsmaade. Naar Legemet tages op af Kvægsølvet, fejes de smaa Kvægsølvkugler, der eventuelt sidder paa Overfladen, ned i A, hvorefter Legemet rystes over B, for at det i Legemet eventuelt indtrængte Kvægsølv helt eller delvis kan falde ud. Derpaa vejes Legemet. Er Vægten steget fra P_0 til P_1 g, har Legemet i sine Porer optaget $P_1 - P_0$ g Kvægsølv, som burde have været trængt ud af A og over i B, og vejer det i B værende Kvægsølv K_1 g, er Legemets Rumfang:

$$R_1 = \frac{K_1 + P_1 - P_0}{13{,}6} \text{ cm}^3.$$

Hvis man til Kontrol gentager Forsøget og denne Gang finder Vægtene K_2 og P_2, haves:

$$R_2 = \frac{K_2 + P_2 - P_1}{13{,}6}.$$

Foretages ialt n Bestemmelser, bliver Middelværdien:

$$R = \frac{\Sigma_1^n K + P_n - P_0}{n \cdot 13{,}6}.$$

Det er altsaa tilstrækkeligt at veje Legemet før den første og efter den sidste Neddypning. For at undgaa Kvægsølvindsugning bør Legemet ved Neddypningen ikke være varmere end Kvægsølvet.

Ved de foreliggende Forsøg oversteg $P_n - P_0$ i intet Tilfælde 2,1 g, og Fejlen ved ikke at korrigere for Indsugningen vilde i intet Tilfælde have oversteget 1,7 ‰.

For 16 Rør (Nr. 18—33) fremstillede samtidig og 58 Døgn gamle fandtes følgende Rumvægte:

	1 C : 2 S	1 C : 3 S
Luftlagring	2,274	2,255 g/cm^3,
Vandlagring	2,265	2,222 —

Rumvægten ses at aftage med Cementindholdet og at blive større ved Luftlagring end ved Vandlagring. Tilsvarende Resultater fandtes for alle de øvrige Rør.

Lignende Forsøg med Mørteltærninger viser, at disses Rumvægt bliver størst ved Vandlagring, og Aarsagen til denne Uoverensstemmelse er følgende. Mørtelen har Tilbøjelighed til at svinde ved Luftlagring og svulme ved Vandlagring, og denne Tilbøjelighed kan den nogenlunde frit følge,

Digitized by Google

naar den er i Rørform. De luftlagrede Rør faar derfor et mindre Rumfang end de vandlagrede, og disses Vægtforøgelse ved Vandoptagelsen er procentvis mindre end Rumfangsforøgelsen. Eksempelvis fandtes for 8 ens Rør 1 : 4, af hvilke de fire luftlagredes, de fire vandlagredes:

1 Døgn i fugtig Luft og derefter:	Vægt g	Rumfang cm^3	Rumvægt g/cm^3
27 Døgn i fugt. Luft + 49 Døgn i Lab....	241,6	111,0	2,177
27 — - Vand + 49 — - — ...	244,0	113,0	2,160

Har Mørtelen derimod Tærningeform, vil Overfladens Svind hæmmes af den vaadere Kærne; i det ydre Lag opstaar da blivende Forlængelser, og naar Kærnen senere forsøger at svinde, er den omgivet af en fast Skal, som hindrer det.

I massive Mørtel- og Betonlegemer er der følgelig meget store Egenspændinger, og Lagringsmaadens Indflydelse paa Styrken er derfor ikke blot af kemisk, men i høj Grad af mekanisk Natur.

3. *Vandtæthedsbestemmelse.*

Forsøgsmaaden fremgaar af Fig. 2, hvor *P* er Prøverøret fastspændt mellem 2 Jærnflanger *F* med vulkaniserede Kautsjukringe *K* til Tætning. I den øvre Flange sidder Stigrøret *R*, i den nedre en Hane, der med en Kautsjukslange er forbundet med Mariotteflasken *M*, der kan hæves indtil 2,5 m over Røret. Trykhøjden *h* er regnet til Rørets Midtpunkt. Gennem Stigrøret *R* undviger Luften ved Forsøgets Begyndelse, og senere viser dette Rør Trykhøjden, saaledes at Vandtilførslen gennem Gummislangen ikke kan stoppe, uden at det opdages. Det gennem Rørvæggen sivende Vand opsamles i Glaskarret *G*, der fra Tid til anden vejes. Vandet i Glaskarret fik aldrig Lov til at stige op til Prøverøret. Ved at dividere Mængden af det gennemsivede Vand med Forsøgstiden, der, eftersom Strømstyrken var større eller mindre, varierede fra nogle Minutter til nogle Døgn, fandtes Strømstyrken *Q* udtrykt i Gram pr. Minut.

Naar Rørene var meget utætte, tømtes Mariotteflasken saa hurtigt, at Fremgangsmaaden maatte ændres. Mariotteflaskens Prop og Glasrør blev da fjernede og erstattede med en Kautsjukslange, gennem hvilken der kontinuerligt tilførtes Vandværksvand i en saadan Mængde, at der stadig strømmede Vand ovenud af Flaskens Munding. Paa denne Maade kunde Trykhøjden holdes konstant i ubegrænsede Tider og ved at forgrene Afløbet fra Flaskens Bund blev man i Stand til at føde et ubegrænset Antal Prøverør fra denne ene Flaske. Fremgangsmaaden viste sig saa bekvem, at den anvendtes til alle de senere Forsøg.

Vandet til Forsøgene var det københavnske Vandværksvand, naar intet andet er bemærket.

Digitized by Google

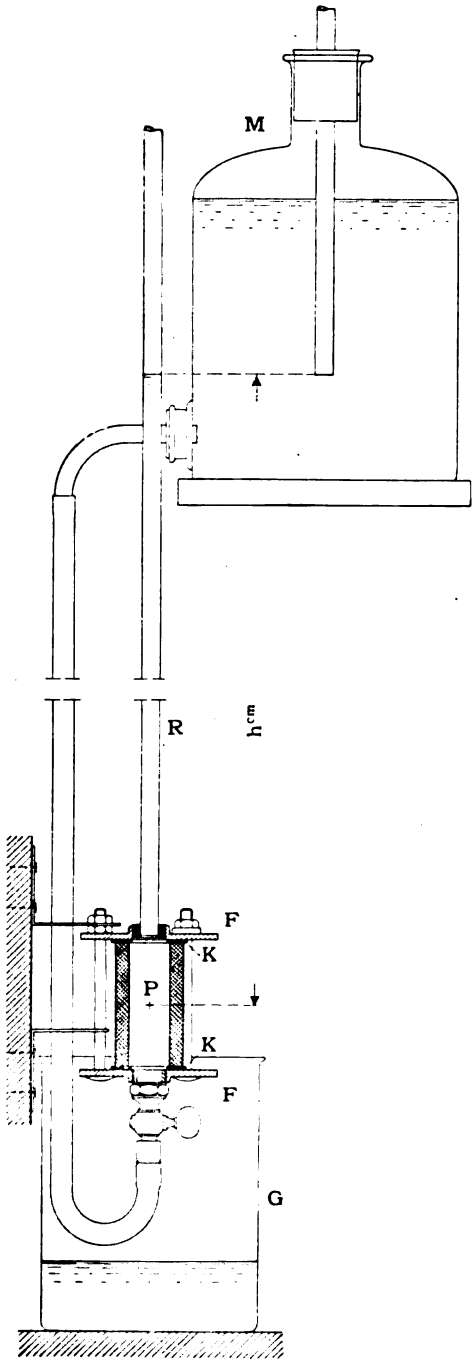


Fig. 2. Vandtæthedsbestemmelse.

Digitized by Google

Naar Rørene var meget utætte, begyndte Vandgennemstrømningen i samme Øjeblik som Hanen under Røret aabnedes. Naar Rørene var mere tætte, kunde der hengaa kortere eller længere Tid, inden den første Draabe dryppede ned i Glaskarret. For disse sidste Rør regnedes Forsøget at begynde i det Øjeblik, den første Draabe faldt.

4. *Teori for Strømning gennem en porøs Væg.*

Fig. 3 viser et lodret Snit i Rørvæggen, hvis Tykkelse er t cm. I Rørvæggens vandrette Midterplan findes en cylindrisk Pore, hvis Akse er vinkelret paa de to Vægflader. Porens Radius er r cm, og Aksen ligger h cm under Vædskespejlet i Stigrøret. Holdes h konstant, vil der i hvert Sekund strømme en konstant Vædskemængde Q g gennem Poren med Hastigheden v cm/Sek.

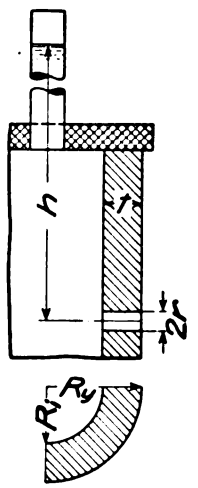


Fig. 3. Skematisk Snit i Forsøgsrør.

Naar 1 g Vædske synker h cm, udfører Tyngdekraften Arbejdet $1 \cdot h$ gcm. Af dette Arbejde forbruges en Del e_1 til at overvinde Modstanden ved Overgangen fra det større Tværsnit i Røret til det mindre i Poren, en anden Del e_2 til at overvinde Gnidningsmodstanden i Poren, medens Resten medgaar til at give Vædsken Hastigheden v. Man har da:

$$h = e_1 + e_2 + \frac{v^2}{2g}, \tag{1}$$

hvor $g = 981$ cm/Sek^2.

Energitabet ved Indstrømningen kan sættes til:

$$e_1 = \alpha_i \cdot \frac{v^2}{2g}, \tag{2}$$

hvor α_i er en Koefficient, hvis Størrelse afhænger af Forholdet mellem Ledningstværsnittene og af, hvordan Overgangen mellem dem er formet. Er Rørets lodrette Tværsnitsareal meget stort i Forhold til Porens, og Overgangen brat, angives Værdien $\alpha_i = 0{,}5$ at være passende, og denne Værdi regnes der med i det følgende. Om den er mer eller mindre rigtig vil vise sig at være uden Betydning.

Modstanden e_2 i Poren vil, saafremt Strømningen er laminar d. v. s. retliniet uden Hvirveldannelse, være en indre Gnidning i Vædsken, idet Porens Vægge vil fastholde en Vædskehinde, og Modstanden er da efter Poiseuille:

$$e_2 = 8 \cdot \frac{\eta}{\gamma} \cdot \frac{l}{r^2} \cdot v, \tag{3}$$

hvori:

Digitized by Google

η = Vædskens Gnidningstal
γ = — Vægtfylde i g/cm³
l = Porens Længde i cm
r = — Radius i cm.

Indsættes (2) og (3) i (1), faas:

$$h = 8 \cdot \frac{\eta}{\gamma} \cdot \frac{l}{r^2} \cdot v + \frac{1 + \alpha_i}{2g} \cdot v^2. \qquad (4)$$

For Vand har η følgende Værdier:

Temperatur =	0°	10°	20°	30°	40°	50° C.
$\eta \cdot 10^6$ =	18,32	13,32	10,23	8,19	6,68	5,62 g·Sek/cm².

For Vand af Stuetemperatur kan man regne $\frac{\eta}{\gamma} = 10^{-5}$. Indføres desuden l = Vægttykkelsen = 1 cm, $\alpha_i = 0{,}5$, $g = 981$, faas:

$$h = \frac{8}{10^5} \cdot \frac{v}{r^2} + \frac{v^2}{1308}. \qquad (4a)$$

v vokser altsaa langsommere end h, og det samme gælder den udstrømmende Vædskemængde Q, da denne er proportional med v. Samhørigheden mellem h og Q er følgelig givet ved en Kurve som Fig. 4.

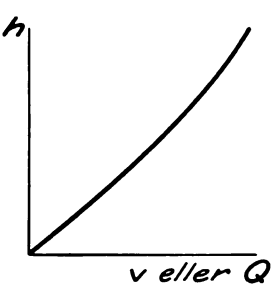


Fig. 4. Strømstyrkens Variation med Trykhøjden.

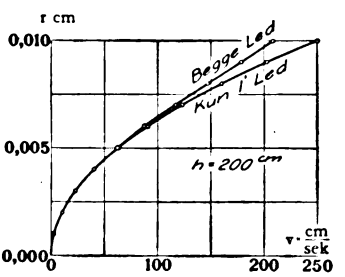


Fig. 5. Hastighedens Vækst med Poreradien.

Saafremt $v \cdot r$ overstiger en vis Grænse, der for Vand af Stuetemperatur ligger ved ca. 10, ophører (3) at gælde; v's Potens stiger da med $v \cdot r$ fra 1 til 2, hvorved Kurven i Fig. 4 bliver krummere. At denne Grænseværdi ikke er overskredet ved de foreliggende Forsøg vil fremgaa af det følgende.

Har Væggen flere Porer, alle med Radius r, vedbliver (4) at gælde, naar h betyder Middelværdien af Trykhøjden, og denne er stor i Forhold til Væggens Højde. Har Porerne forskellig Radius, bliver Vandets Hastighed i dem ogsaa forskellig, og der maa da regnes med en Middelradius og en Middelhastighed, som senere skal defineres.

Digitized by Google

Forudsættes r konstant og $h = 200$ cm, giver (4*a*) den i Fig. 5 viste Samhørighed mellem r og v, eftersom begge Led eller kun 1ste Led medtages. Fra $r = 0$ til $r = 0{,}005$ cm er Kurverne praktisk talt sammenfaldende, og for mindre Værdier af h er de sammenfaldende paa en endnu længere Strækning. For $r < 0{,}005$ cm bliver Kurven i Fig. 4 altsaa en ret Linie. Ved de foreliggende Forsøg er der kun rent undtagelsesvis fundet en Krumning som paa Fig. 4, og den har da været meget ringe. Tværtimod har Kurverne som Regel vendt Konkaviteten nedad, et Fænomen som senere vil blive drøftet. Vi kan derfor gaa ud fra, at Middelporeradien har været mindre end 0,005 cm, altsaa Diameteren mindre end 0,1 mm.

En mere umiddelbar Forstaaelse af Forholdene faas, naar man gennemregner Resultaterne for det mest utætte Rør, altsaa det Rør, for hvilket Q var størst. For dette Rør maa Værdierne af r og v have været særlig store og altsaa Betydningen af 2det Led i (4*a*) særlig stor. Den største Trykhøjde var $h = 200$ cm, og den hertil svarende Værdi af Strømstyrken Q var 20 g/Sek. Forudsættes Porerne at være lige store, er Vandbevægelsen foregaaet med Hastigheden $v = 20 : F_p$ cm/Sek, hvor F_p er det samlede Poretværsnit. Har Væggens Porerumfang udgjort x % af Væggens Rumfang, er det sandsynligt, at F_p har udgjort x % af Væggens lodrette Areal, der maalt midt i Væggen var 113 cm². Mørtlens Blandingsforhold var 1 : 4, og x har utvivlsomt været større end 20 %, altsaa $F_p > 22{,}6$ cm², men for at faa en for stor Værdi af v, sætter vi $F_p = 1$ cm², altsaa $v = 20$ cm/Sek, hvorved sidste Led i (4*a*) faar Værdien 0,3 cm eller 0,15 % af h.

Ovenstaaende kunde synes at være et Bevis for, at v^2-Leddet ingen Rolle har kunnet spille ved Forsøgene, men i Virkeligheden behøver der ikke at være nogen Forbindelse mellem F_p og Porerumfanget, hvilket let forstaas, naar man tænker sig et meget porøst Rør forsynet med en tæt Overfladehinde, men saadanne Rør har der ikke været eksperimenteret med.

Det kan derfor fastslaas, at Energitabet ved Vandets Indstrømning i Porerne og Energien i det af Porerne udtrædende Vand har været forsvindende smaa Størrelser i Sammenligning med Gnidningsmodstanden i Porerne. Hele Trykhøjden er medgaaet til at overvinde denne Modstand. Dette Resultat kan overføres paa Vædsker, hvis Egenskaber ikke er meget afvigende fra Vandets, og (4) faar da Formen:

$$h = 8 \cdot \frac{\eta}{\gamma} \cdot \frac{l}{r^2} \cdot v. \qquad (5)$$

Forholdene er som i Fig. 6. Vædskens Hastighed v er konstant i hele Porens Længde, og Trykket y aftager retliniet fra h til Nul.

Digitized by Google

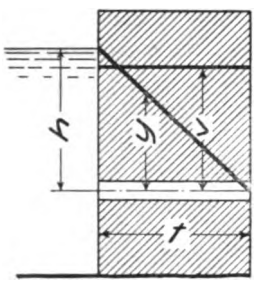


Fig. 6. Hastighed og Tryk i Poren.

Mellem Porens Tværsnit F_p og den udstrømmende Vædskemængde Q g/Sek er der følgende Samhørighed, naar γ er Vædskens Vægtfylde:

$$F_p \cdot v = \frac{Q}{\gamma} \quad \text{eller:} \quad v = \frac{Q}{\gamma \cdot F_p}, \tag{6}$$

der indsat i (5) giver:

$$h = \frac{8 \cdot \eta \cdot l}{\gamma^2 \cdot r^2} \cdot \frac{Q}{F_p} = \frac{8 \cdot \eta \cdot l}{\gamma^2 \cdot \pi \cdot r^4} \cdot Q \tag{5a}$$

eller for Vand af Stuetemperatur:

$$h = \frac{8}{10^5} \cdot \frac{l}{r^2} \cdot \frac{Q}{F_p} = \frac{8}{10^5} \cdot \frac{l}{\pi \cdot r^4} \cdot Q. \tag{5b}$$

Er h og l givne, haves da:

$$Q = k_1 \cdot r^4 = k_2 \cdot r^2 \cdot F_p,$$

hvor k_1 og k_2 er Konstanter.

Har Væggen ikke een, men n Porer, alle med Radius r, og er Q den samlede Strømstyrke, faas:

$$Q = n \cdot k_1 \cdot r^4 = k_2 \cdot r^2 \cdot F_p,$$

naar F_p er det samlede Poreareal.

Har de n Porer forskellige Radier, haves:

$$Q = Q_1 + Q_2 + \cdots Q_n = k_1 \cdot (r_1^4 + r_2^4 + \cdots r_n^4).$$

De n uens Porer virker altsaa som n ens, hvis Radius er bestemt ved:

$$r^4 = \frac{r_1^4 + r_2^4 + \cdots r_n^4}{n}.$$

Ligningerne (5a) og (5b) har derfor Gyldighed for den samlede Rørvæg, naar Q betyder den samlede Strømstyrke, r den nys definerede Middelradius og F_p det tilsvarende Poreareal.

Naar Poren, som forudsat, er retliniet og vinkelret paa Væggen, skal i Formlen indføres $l = t$. Er Poren bugtet, forøges Modstanden, baade fordi Poren bliver længere, og fordi den bliver bugtet; man kan under eet tage Hensyn til begge disse Virkninger ved at indføre:

$$l = c \cdot t, \tag{7}$$

hvor c er en af Porens Bugtethed afhængig Konstant.

Der er hidtil regnet med, at det samlede Poretværsnit F_p var ens i Væggens For- og Bagside og i alle mellemliggende Snit, og dette vil for et ensartet porøst Stof kun være Tilfældet, naar Væggen er plan.

Er Karvæggen formet efter en Cylinder, og er Porøsiteten ens overalt, vil F_p vokse jævnt udefter, og hvis Porernes Middelvidde er ens overalt,

Digitized by Google

vil Poreantallet vokse jævnt udefter. Under disse Forhold gælder (5a) kun for en uendelig lille Porelængde, saaledes at den samlede Gnidningsmodstand maa findes ved Integration. Har Cylinderen følgende Dimensioner (Fig. 3): Ydre Radius R_y, indre R_i, ydre Areal F_y, indre F_i, altsaa $\frac{F_y}{F_i} = \frac{R_y}{R_i}$, kan Porearealerne i Yder- og Inderside udtrykkes ved $\alpha \cdot F_y$ og $\alpha \cdot F_i$, der altsaa ogsaa har Forholdet $\frac{R_y}{R_i}$. En mellemliggende Cylinderflade med Radius x og Arealet F_x har Porearealet:

$$F_p = \alpha \cdot F_x = \alpha \cdot F_i \cdot \frac{x}{R_i}.$$

Paa en Strækning dx er Porelængden:

$$dl = c \cdot dx,$$

og paa denne Strækning kan Tryktabet beregnes af (5a):

$$dy = \frac{8 \cdot \eta \cdot c \cdot dx}{\gamma^2 \cdot r^2} \cdot \frac{Q}{\alpha \cdot F_x} = \frac{8 \cdot \eta \cdot c}{\gamma^2 \cdot r^2} \cdot R_i \cdot \frac{Q}{\alpha \cdot F_i} \cdot \frac{dx}{x},$$

hvor r er Porernes Middelradius, som regnes konstant i hele Væggens Tykkelse.

Naar dette Udtryk integreres fra h_i til h_y, hvor h_i er Trykket i Poren umiddelbart indenfor Indstrømningsaabningen, og h_y er Trykket i Porens Udstrømningsaabning, i dette Tilfælde altsaa lig Nul, faas Tryktabet som Følge af Gnidning at være:

$$h = h_i - h_y = \frac{8 \cdot \eta \cdot c \cdot R_i}{\gamma^2 \cdot r^2} \cdot \frac{Q}{\alpha \cdot F_i} \cdot ln \frac{R_y}{R_i}, \qquad (8)$$

hvor *ln* betegner den naturlige Logaritme.

Q er altsaa ogsaa proportional med h, naar Væggen er cylindrisk.

Hastigheden i et Punkt af Rørvæggen bestemmes af:

$$v_x = \frac{Q}{\gamma \cdot \alpha \cdot F_x} = \frac{Q \cdot R_i}{\gamma \cdot \alpha \cdot F_i} \cdot \frac{1}{x}$$

og varierer som vist paa Fig. 7.

Trykket y i et Punkt af Rørvæggen liggende i Afstanden x fra Røraksen kan findes af (8) ved at ombytte h med $h - y$ og R_y med x. Variation af y er ligeledes vist paa Fig. 7.

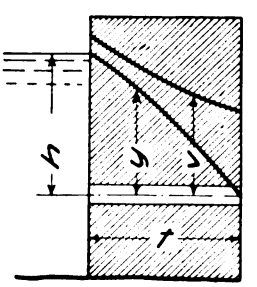


Fig. 7. Hastighed og Tryk i en cylindrisk Væg.

Er Rørvæggens Rumfang $F \cdot t$, bliver Porernes Rumfang $\alpha \cdot F \cdot c \cdot t$ og Porøsiteten:

$$p = \frac{\alpha \cdot F \cdot c \cdot t}{F \cdot t} = \alpha \cdot c, \text{ altsaa } \alpha = \frac{p}{c},$$

der indsat i (8) giver:

Digitized by Google

$$h = \frac{8 \cdot \eta \cdot c^2 \cdot R_i}{\gamma^2 \cdot r^2 \cdot p} \cdot \frac{Q}{F_i} \cdot ln \frac{R_y}{R_i}.$$

Sættes $\beta = \left(\frac{r}{c}\right)^2$, faas:

$$Q = \frac{\gamma^2}{8 \cdot \eta} \cdot \beta \cdot p \cdot F_i \cdot \frac{h}{R_i \cdot ln \frac{R_y}{R_i}}. \tag{9}$$

Indføres Middelradien $R_m = \frac{1}{2} \cdot (R_i + R_y)$, altsaa:

$$\frac{R_y}{R_i} = \frac{R_m + \frac{1}{2} t}{R_m - \frac{1}{2} t} = \frac{1 + \frac{t}{2R_m}}{1 - \frac{t}{2R_m}}$$

faas ved Rækkeudvikling:

$$ln \frac{R_y}{R_i} = \frac{t}{R_m} + \frac{1}{12} \cdot \left(\frac{t}{R_m}\right)^3 + \frac{1}{80} \cdot \left(\frac{t}{R_m}\right)^5 + \cdots.$$

Ved de foreliggende Forsøg er $\frac{t}{R_m} = \frac{1}{2}$, hvilket giver $ln \frac{R_y}{R_i} = 0{,}511$. Indføres desuden $\frac{F_i}{R_i} = \frac{F_m}{R_m} = \frac{F_m}{2}$, faas:

$$Q = \frac{\gamma^2}{8\eta} \cdot \beta \cdot p \cdot F_m \cdot \frac{h}{1{,}022}. \tag{10}$$

For en plan Væg af Tykkelse t cm findes den tilsvarende Formel at være:

$$Q = \frac{\gamma^2}{8 \cdot \eta} \cdot \beta \cdot p \cdot F \cdot \frac{h}{t}. \tag{11}$$

Forsøgsrøret forholder sig altsaa som en plan Væg med $F = F_m$, og hvis Tykkelse er 2,2 % større end Rørvæggens.

Ligningerne (10) og (11) viser, at et Materiales Forhold overfor Vædskegennemgang er karakteriseret ved to Materialkonstanter β og p. Er p kendt, skulde man altsaa ved at presse Vædske gennem Materialet kunne bestemme β, og da $r = c \cdot \sqrt{\beta}$, og c mindst er lig 1 og for Mørtel, Lervarer og lignende Stoffer næppe overstiger 2, kan man ved at sætte $c = 1$ finde en lavere Grænseværdi for Porernes Middelradius, og for de nævnte Stoffer tør man forudsætte, at den sande Middelværdi højst er dobbelt saa stor. Ved de foreliggende Forsøg blev r dog ikke bestemt, da det viste sig, at β stadig ændrede sig under Forsøget. Den første Opgave maatte derfor blive at finde Aarsagerne til disse Ændringer.

Den Vædskemængde Q, der indgaar i (10), er lig den opsamlede og vejede Vædskemængde + Fordampningstabet. Dette var ved de foreliggende Forsøg saa lille, at der ikke er taget Hensyn til det.

Digitized by Google

5. *Strømstyrkens Variation ved Forsøgets Begyndelse.*

Efter Q-Kurvernes Form ved Forsøgets Begyndelse kan Rørene inddeles i 3 Grupper:

(1) Rør med først voksende, derpaa aftagende Strømstyrke (Fig. 13).
(2) Rør med stadigt aftagende Strømstyrke (Fig. 27).
(3) Rør med først aftagende, derpaa voksende og sluttelig aftagende Strømstyrke (Fig. 31).

Kurveformen (1) er den naturlige for Rør, der ikke paavirkes kemisk af Vædsken. Ved Forsøgets Begyndelse er Væggenes Porer luftfyldte; denne Luft uddrives mer eller mindre langsomt, og i Uddrivningsperioden vokser Strømstyrken. Efter nogen Tids Forløb foregaar Luftuddrivningen saa langsomt, at Vædskens tættende Virkning (hvorom senere) bliver dominerende, og Kurven begynder da at falde. Denne Form træffes hos alle Lerrør samt hos Cementrør med grove Porer.

Kurveformen (2) træffes kun hos Cementrør, ikke hos Lerrør, og skyldes Cementens Svulmning i Berøring med Vand. Denne Svulmning begynder straks, Porevæggene svulmer op, og Porediameteren d formindskes. Er d lille, vil en procentvis ringe Opsvulmning af Væggen give en procentvis stor Formindskelse af d, og da Strømstyrken er proportional med d^4, forringes den hurtigt. Da de snævre Porer kun indeholder lidet Luft, som tilmed kun langsomt uddrives, bliver Svulmningen den dominerende Virkning, og man træffer derfor denne Kurveform hos Cementrør med snævre Porer.

Hvorvidt Luftuddrivningen dominerer over Svulmningen eller omvendt afhænger ikke blot af Porernes Snæverhed, men ogsaa af Trykhøjden. Naar to ens Cementrør udsættes for henholdsvis $h = 200$ cm og $h = 50$ cm, kan det første vise Kurveformen (1) og det andet Kurveformen (2), thi i første Fald er Q stor, og Luften uddrives da hurtigt, i andet Fald er Q lille, og Luften uddrives da langsomt. Det er altsaa i første Linie Q, der bestemmer Cementrørenes Kurveform; er Q stor, findes Formen (1), er Q lille, findes Formen (2). Se desangaaende Stykke 15, Rør 78. Kun i et enkelt Tilfælde fandtes Formen (2) i Forbindelse med en stor Begyndelsesværdi af Strømstyrken, nemlig $Q = 212$ g/Min (Rør Nr. 138, Blfh. 1 : 5, luftlagret, Alder: 7 Uger, Rumvægt: 2,184 g/cm^3).

Cementrør, der prøvede med Vand giver Kurveformen (2), vil, naar de prøves med en Vædske, der ikke bringer Cementen til at svulme, give Kurveformen (1). Se desangaaende Stykke 25.

I enkelte Tilfælde fandtes Kurveformen (1) hos vandlagrede Rør med saa stor Tæthed, at de naturligt hørte hjemme i Gruppe (2), men i disse Tilfælde var Støbningen mangelfuldt udført. Naar Vandhanen under Røret aabnedes ved Forsøgets Begyndelse, blev Rørene som Regel jævnt vaade

Digitized by Google

over hele Overfladen, men paa enkelte Rør traadte Vandet først frem i eet eller flere vandrette Bælter svarende til Stampeflader i Rørvæggen. For disse Bælter med grove Porer gælder Kurveformen (1), og hvis Bælterne kun har ringe Udstrækning, og hvis den øvrige Del af Røret er meget tæt, bliver den maalte Strømstyrke, som er et Middeltal for hele Røret, lille.

Kurveformen (3) er en Kombination af Kurverne (1) og (2). Først er Porernes Indsnævring den dominerende Virkning, derefter Luftuddrivningen og sluttelig atter Porernes Indsnævring.

For samtlige Kurveformer gælder, at naar først Luften er uddrevet af Rørvæggen, skrider Rørets Selvtætning nogenlunde jævnt fremad. Dog iagttoges i enkelte Tilfælde Opgange i Strømstyrken, f. Eks. for de i Stykke 9 omtalte Rør Nr. 97 og 105 (1 : 4, vandlagrede), hvis Kurver er tegnede paa Fig. 20; Aarsagen til disse Opgange er formentlig en forsinket Luftuddrivning.

6. *Rørvæggens Luftindhold.*

Naar Strømstyrken er stigende ved Forsøgets Begyndelse, skyldes det som nævnt, at Vandet bruger en vis Tid om at uddrive Luften af Rørvæggens Porer. Selv om Rørets Yderflade er drivende vaadt, kan der inde i Rørvæggen være luftfyldte Porer, som Vandet løber udenom, og som altsaa formindsker Gennemstrømningsarealet. Efterhaanden som Vandet uddriver denne Luft, vokser Strømstyrken.

Luftuddrivningen viser sig tydeligere ved Lerrør end ved Cementrør, fordi Cementens Svulmning tilslører Virkningen, og tydeligere ved en stor Vægtykkelse end ved en ringe, naar Trykket er det samme. Luftuddrivningens Hastighed vokser med Porernes Grovhed og med Trykfaldet pr. Længdeenhed; af et finporet Materiale som brændt Moler uddrives Luften meget langsomt, som følgende Forsøg viser.

Af en brændt Moler-Mursten af Normalformat udarbejdedes en cirkulær Skive, 5,04 cm tyk og 9,65 cm i Diameter. Vægt og Rumvægt før og efter Tørring findes i Tabel 2, Linie a og b.

Tabel 2.

	Vægt	Rumfang	Rumvægt
a. Oprindelig.....	286,2 g	369,8 cm^3	0,774 g/cm^3
b. Tørret.....	277,9 -	368,8 —	0,754 —
c. Vandmættet..	528,5 -	369,7 —	1,430 —
d. Tørret.....	272,6 -	368,0 —	0,741 —

Resterne af Molerstenen pulveriseredes, og det tørrede Pulvers Vægtfylde fandtes at være 2,15. Hertil svarer Porerumfanget 64,9 %.

Digitized by Google

Skiven blev i vandret Stilling udsat for Vandtryk paa hele den opadvendende Flade, medens Cylinderfladen ikke var tilgængelig for Vandet. Q bestemtes under Brug af destilleret Vand og $h = 50$ cm regnet fra Skivens Midte.

Kl. 0 aabnedes for Vandet,
- 2^{37} kom den første vaade Plet paa Undersiden,
- 3^{27} var hele Undersiden vaad,
- 3^{37} var der hængende Draaber,
- 3^{47} begyndte Drypningen.

I de paafølgende 30 Minuter fandtes $Q = 0{,}19$ g/Min og efter 21 Timers Henstand fandtes $Q = 0{,}21$ g/Min. Den ringe Tilvækst viser, at Luften uddrives meget langsomt ved det lave Tryk. Derefter forøgedes h til 100 cm, og i den paafølgende Time fandtes $Q = 0{,}46$ g/Min. Derefter forøgedes h til 150 cm, og i den paafølgende Time fandtes $Q = 0{,}77$ g/Min. Ved begge Trykhøjder bestemtes Q for hver 10 Minuter, og der var ingen Tilvækst at spore, saa ogsaa paa disse Trykhøjder sker Luftens Uddrivning langsomt. Ved $h = 200$ cm fandtes derimod i de første 10 Minuter $Q = 1{,}23$ g/Min, i den første Time 1,25 g/Min, og Stigningen fortsatte sig fra Time til Time, som Fig. 8 viser. Efter 67 Timers Forløb fandtes $Q = 4{,}5$ g/Min, derefter aftog Q atter.

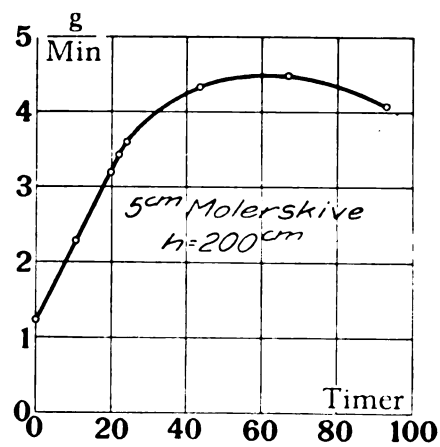


Fig. 8. Strømstyrkens Vækst som Følge af Luftuddrivning.

Fortsættelsen af dette Forsøg omtales i Stykke 21.

7. *Blandingsforholdets, Stampningens, Lagringsmaadens og Alderens Indflydelse paa Vandtætheden.*

4 Cementrør udsattes i 10 Minuter for 100 cm Vandtryk med det i Tabel 3 indførte Resultat.

Tabel 3.

Rørets Nr.	1	2	12	8
Blandingsforhold	1 : 2	1 : 2	1 : 3	1 : 3
Lagret i	Vand	Luft	Vand	Luft
Alder i Døgn	43	39	34	37
Rumvægt g cm^3	2,133	2,229	2,167	2,188
Strømstyrke g/Min	1,8	18,3	25,3	179

Digitized by Google

4 andre Cementrør, der var stampet kraftigere, udsattes i 60 Minuter for 100 cm Vandtryk med det i Tabel 4 indførte Resultat.

Tabel 4.

Rørets Nr.	23	22	25	24
Blandingsforhold	1 : 2	1 : 2	1 : 3	1 : 3
Lagret i	Vand	Luft	Vand	Luft
Alder i Døgn	58	58	58	58
Rumvægt g/cm³	2.296	2,279	2,184	2,238
Strømstyrke g/Min	0,00	0,02	0,60	8,18

Vandlagring ses at give tættere Rør end Luftlagring, og Mørtlerne 1 : 2 at være tættere end 1 : 3. Tilsvarende Resultater fandtes ved samtlige undersøgte Rør; naar Forholdene i enkelte Tilfælde var afvigende, viste Rumvægten, at Stampningen havde været uensartet. Lagringsmaadens Indflydelse var undertiden saa stor, at vandlagrede Rør 1 : 3 viste sig tættere end luftlagrede 1 : 2.

Stampningens Intensitet paavirker i høj Grad Vandtætheden, som en Sammenligning af de to Tabeller viser.

Alderens Indflydelse paa unge, magre Rørs Vandtæthed fremgaar af Tabel 5. Mørtelens Blandingsforhold var 1 : 5, Trykhøjden 2 m, Forsøgsvarigheden 2 Timer.

Tabel 5.

Rør Nr.	Antal Døgn i			Prøvealder Døgn	Rumvægt g/cm³	Gennemstrømmet Vand
	fugtig Luft	Vand	Lab. Luft			
160, 162....	7			7	2,208	28,1 kg
168, 170....	7		7	14	2,159	44,0 -
164, 166....	7		20	27	2,160	60,1 -
159, 161....	1	6		7	2,232	14,6 -
167, 169....	1	6	7	14	2,148	9,1 -
163, 165....	1	6	20	27	2,150	18,2 -

De vaade Rør i 1. og 4. Linie har en stor Rumvægt. Under Rørenes Henstand i Laboratoriet formindskes Rumvægten som Følge af Vandets Fordampning (2. og 5. Linie), derefter stiger den ved Mørtelens Svind (3. og 6. Linie).

De luftlagrede Rør er paa alle Tidspunkter utættere end de vandlagrede, og Utætheden vokser med Alderen, idet Porerne bliver større, naar

Digitized by Google

Cementen svinder. Denne Forklaring kunde synes ulogisk, thi naar en ensartet Masse undergaar et ensartet Svind, maa Massens Porer svinde i samme Forhold. Massen er imidlertid ikke ensartet, og alene den Omstændighed, at Sandskornene ikke svinder, er tilstrækkelig til at forklare Forholdet. Naar Mørtelen bestaar af ikke svindende Korn i en svindende Grundmasse (Fig. 9), maa der i denne opstaa Porer (Fig. 10).

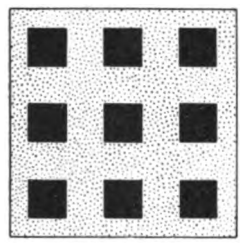


Fig. 9.

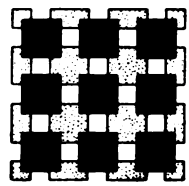


Fig. 10.

Poredannelse ved Svind.

De vandlagrede Rør er vandmættede, naar de tages op af Vandet, og Cementens Svulmning fortsætter sig derfor et Stykke ind i Luftlagringsperioden og gør Rørene tættere; først paa et senere Tidspunkt indtræder Svindet og dermed Nedgangen i Tæthed.

Strømstyrkens Variation i de 2 Timer er vist paa Fig. 11. Samtlige Kurver stiger i Begyndelsen, fordi Rørvæggen indeholder mer eller mindre Luft, som ikke straks uddrives. Jo længere Tid Rørene har henstaaet i Laboratorieluft, des mere Luft har de optaget, og des mere udpræget er Stigningen. Selv de vandlagrede Rør Nr. 159 og 161, der ikke har henstaaet til Tørring, indeholder Luft, som stammer fra Støbningen, og som ikke er blevet uddrevet ved Vandlagringen.

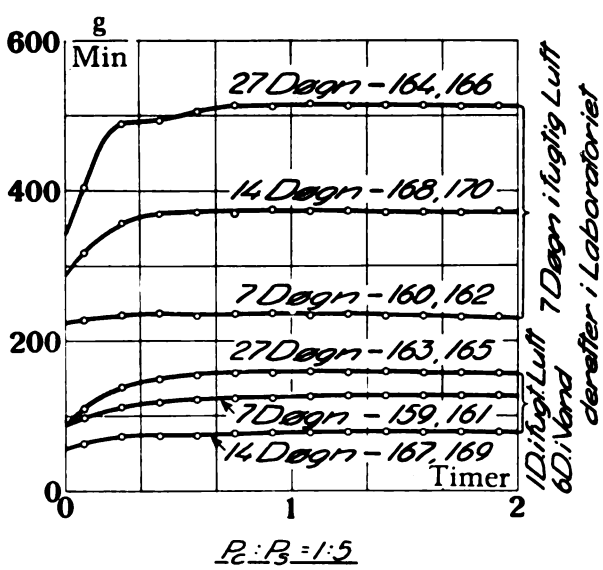


Fig. 11. Alderens Indflydelse paa Vandtætheden.

Fig. 12 viser Rør Nr. 160 efter Forsøget. Baade dette Rør og Nr. 162, altsaa de to, der var lagrede i fugtig Luft og kun 7 Døgn gamle ved Forsøgets Begyndelse, fik stærke Kalkaflejringer paa Ydersiden, medens der paa de øvrige 10 Rør kun udskiltes Kalk i ringe Grad. At de i Laboratorieluft lagrede Rør kun i ringe Grad har udskilt Kalk, skyldes formentlig at Luftens Kulsyre har omdannet $Ca(OH)_2$ til det tungt opløselige $CaCO_3$. At de 7 Døgn gamle vandlagrede Rør i ringere Grad

Digitized by Google

end de luftlagrede har udskilt Kalk skyldes formentlig, at en Del $Ca(OH)_2$ er gaaet i Opløsning under Vandlagringen.

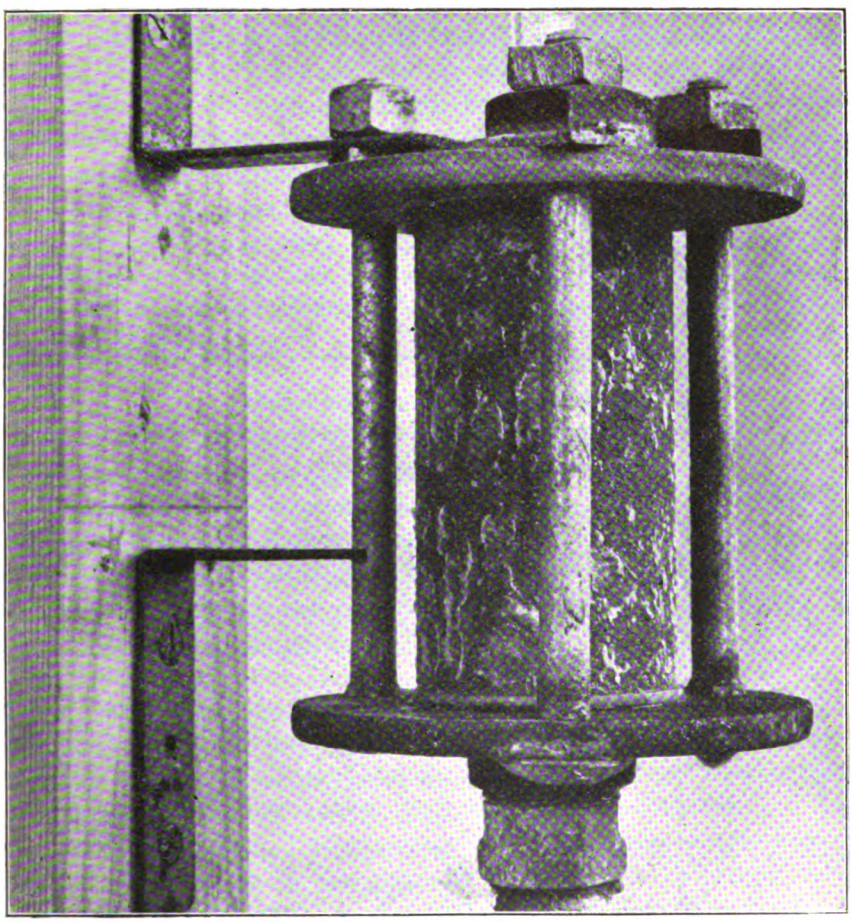


Fig. 12. Kalkaflejringer paa Cementrør Nr. 160.

8. *Støbevandsprocentens Indflydelse paa Vandtætheden.*

Som meddelt i Stykke 1 fremstilledes de Rør, hvis Blandingsforhold var $P_c : P_s = 1 : 3$, med 8,8 % Vand, altsaa med $P_c : P_s : P_v = 1 : 3 : 0{,}352$. Til Undersøgelse af Vandmængdens Indflydelse fremstilledes desuden Rør med $P_c : P_s = 1 : 3$ og med 8, 9 og 10 % Vand. Med 8 % Vand var Mørtelen saa tør, at der ikke kunde presses Vand frem, hverken ved Stampningen eller ved Endefladens Afretning; med 9 % Vand kunde der heller ikke stampes Vand frem, men Endefladen blev fugtig ved Afretningen; med 10 % Vand kom dette frem allerede under Stampningen. Formens Kærne og Bund fjernedes i alle Tilfælde umiddelbart efter

Digitized by Google

Rørets Fremstilling, den ydre Form efter 1 Døgns Henstand i fugtig Luft.

Da Rørene var $2^3/_{12}$ Aar gamle, blev Rumvægten bestemt og Rørene udsat for 2 m Vandtryk i 2 Timer. Resultaterne findes i Tabel 6.

Tabel 6. $P_c : P_s = 1 : 3$.

Rør Nr.	56 og 58	60 og 62	64 og 66	55 og 57	59 og 61	63 og 65
Vandtilsætning %	8	9	10	8	9	10
Lagret i	Luft	Luft	Luft	Vand	Vand	Vand
Rumvægt g/cm³	2,186	2,263	2,242	2,193	2,221	2,213
Gennemstrømmet Vand, kg	35,29	0,012	0,007	0,270	0	0

Tabellen viser klart Fordelen ved at støbe vaadt.

Strømstyrkens Variation i de to Timer er vist paa Fig. 13 for Rør Nr. 56 og 58. Saavel Virkningen af Luftens Uddrivning som af Cementens Svulmning gør sig stærkere gældende end ved de hidtil omtalte Rør, hvilket muligvis skyldes de her behandlede Rørs større Alder og Cementrigdom. Et saadant Rørs Porøsitet skyldes i højere Grad end et yngre og cementfattigere Rørs Svindets Indflydelse. Det har faa grove og mange fine Porer; disse fyldes ikke straks med Vand, derfor er der stor Forskel mellem Strømstyrkens Begyndelsesværdi og Maksimalværdi, men kort efter at Vandet er trængt ind i dem, lukkes de paa Grund af Væggenes Svulmning. Se dog ogsaa Stykke 20.

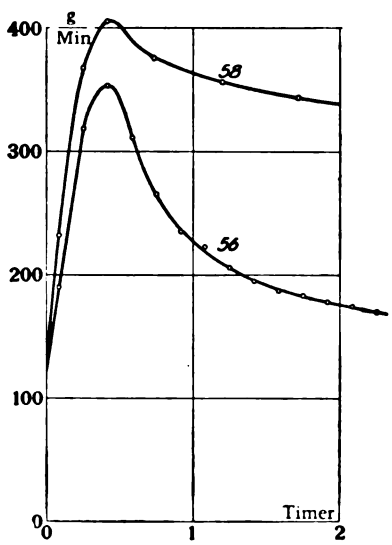


Fig. 13. Strømstyrkens Variation for luftlagrede Cementrør 1 : 3. Alder: $2^3/_{12}$ Aar. $h = 200$ cm.

Da Rør Nr. 59 havde staaet under 2 m Tryk i 4 Døgn, og der kun havde vist sig to fugtige Pletter, der efterhaanden tørrede, blev Vandhanen paa Tilførselsledningen lukket. Mængden af det fra Røroverfladen fordampende Vand kunde da maales ved Vandspejlssænkningen i Stigrøret, og den viste sig at udgøre 0,25 cm³ pr. Time.

Efter de to Timers Henstand under $h = 200$ cm fortsattes Forsøget med de 4 utætte Rør Nr. 55—58 i ca. 14 Døgn, idet Trykket varieredes paa talrige Maader. Derefter bestemtes de vaade Rørs Rumvægt.

For Rør Nr. 56 fandtes:

Digitized by Google

Oprindeligt Rumfang	113,0 cm^3	Oprindelig Rumvægt	2,195 g/cm^3
Nyt —	113,3 —	Ny —	2,358 —

Røret var ved Udtagelsen stærkt slimet udvendig og lidt slimet indvendig. Paa Indersiden sad talrige smaa rødbrune Pletter jævnt fordelt over hele Fladen. De forsvandt ikke ved Skrabning og maa derfor skyldes Partikler aflejret i Rørvæggens Porer. Rørets Inderside lugtede raaddent.

Da Røret atter indbyggedes og sattes under Tryk, viste Vandgennemgangen sig større end før Rumvægtsbestemmelsen, utvivlsomt foraarsaget ved Slimhindernes Aftørring.

Der blev senere fremstillet Rør med $P_c : P_s = 1 : 4$ og med forskellige Vandtilsætninger, og da de var $6^1/_2$ Maaned gamle, blev Rumvægten bestemt, hvorefter de udsattes for 2 m Vandtryk i 2 Timer med det i Tabel 7 indførte Resultat.

Tabel 7. $P_c : P_s = 1 : 4$.

Rør Nr.	80, 82	84, 86	88, 90	92, 94	81	83, 85	87, 89	91, 93
Vandtilsætning %	7	8	9	10	7	8	9	10
Lagret i	Luft	Luft	Luft	Luft	Vand	Vand	Vand	Vand
Rumvægt g/cm^3	2,130	2,161	2,173	2,196	2,143	2,155	2,162	2,185
Gennemstrømmet Vand, kg	135,9	93,38	55,25	0,173	0,062	0,136	0,530	0

Rumvægten vokser med Støbevandsprocenten.

De luftlagrede Rørs Tæthed vokser ogsaa med Vandprocenten. Strømstyrkens Variation i de første 2 Timer fremgaar af Fig. 14. Man ser, at Luftuddrivningens Styrke vokser med aftagende Vandprocent.

De vandlagrede Rørs Tæthed aftager med voksende Vandprocent; en Undtagelse danner de to Rør med 10 % Vand. Da det kunde tænkes, at disse Rørs Tæthed skyldtes et Overfladeslamlag, blev Rør Nr. 93 efter Forsøget afslebet ind- og udvendig og atter prøvet. Der fremkom da vaade Pletter af en lidt større Udstrækning end ved det første Forsøg, men Vandet fordampede fra Overfladen uden at dryppe i Glasset. Strømstyrkens Variation i de første 2 Timer fremgaar af Fig. 15.

Aarsagen til de vandlagrede Rørs Forhold er utvivlsomt følgende. Da saavel de luft- som de vandlagrede Rørs Rumvægt vokser med Vandprocenten, maa det samme have været Tilfældet med de nystørknede Rørs. Da disse lagdes i Vand, har deres Porerumfang altsaa været aftagende med voksende Vandprocent, og det samme gælder Forholdet mellem Porernes Indhold af Luft og Vand. Ved Rørenes Nedlægning i Vand er Luften blevet uddrevet des fuldstændigere, jo porøsere Rørene var; de porøseste Rør har derfor haft de gunstigste Hærdningsforhold og er

Digitized by Google

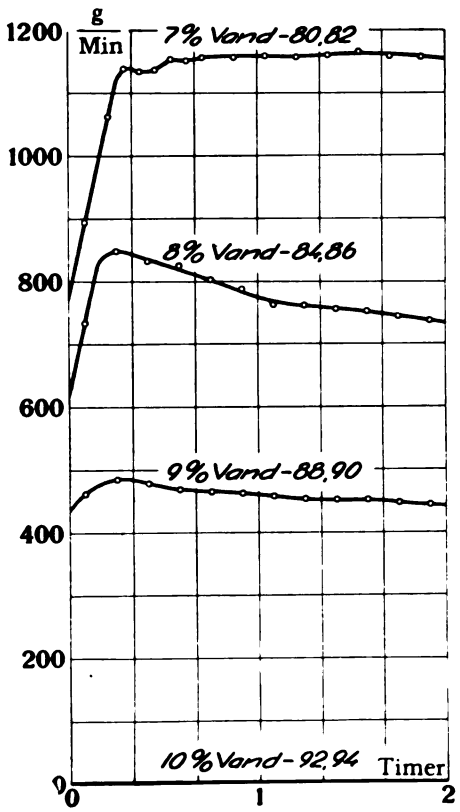


Fig. 14. Luftlagrede Rør 1 : 4. Alder: $6^1/_2$ Maaned. $h = 200$ cm.

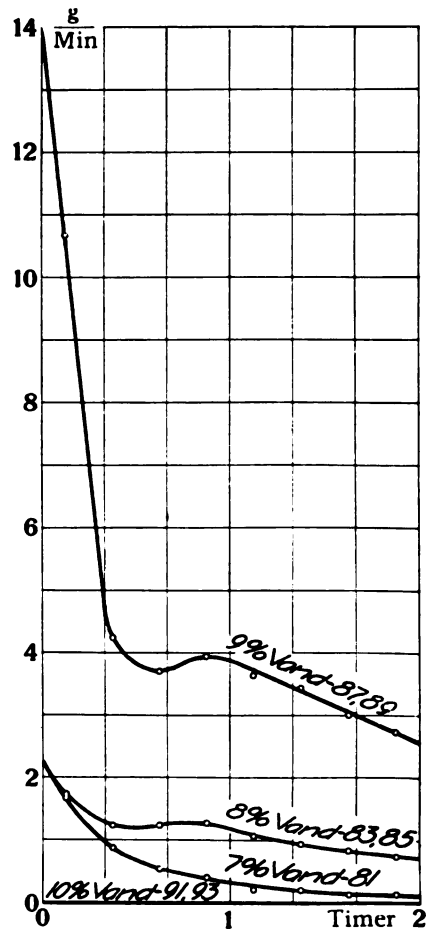


Fig. 15. Vandlagrede Rør 1 : 4. Alder: $6^1/_2$ Maaned. $h = 200$ cm.

blevne tættest. Med stigende Støbevandsprocent stiger Mængden af luftfyldte Porer, der har været afspærrede fra Vandtilførsel, og hvis Cementvægge derfor er hærdnede under ugunstige Forhold. Dette gælder indtil 9 % Vand; med 10 % Vand er der allerede ved Størkningen Vand nok til at sikre en god Hærdning; selv de luftlagrede Rør af denne Art er næsten tætte, og de vandlagrede er det naturligvis i endnu højere Grad. Denne Forklarings Rigtighed bekræftes af Kurveformerne paa Fig. 15; den hurtige Tætning, som Rørene med 9 % Vand viser, tyder paa, at et forholdsvis stort Antal Porevægge ikke tidligere har været i stærk Berøring med Vand.

Forsøgene viser følgende:

Naar Støbevandsprocenten er rigelig, er Lagringsmaaden af underordnet Betydning.

Digitized by Google

Naar Rørene vandlagres, er Støbevandsprocenten af underordnet Betydning.

Tilsvarende Forsøg med 8 Maaneder gamle Rør 1 : 5 gav de i Tabel 8

Tabel 8. $P_c : P_s = 1 : 5$.

Rør Nr.	122	124 og 126	119 og 121	123 og 125
Vandtilsætning %	7	8	7	8
Lagret i	Luft	Luft	Vand	Vand
Rumvægt g/cm³	2,154	2,190	2,140	2,166
Gennemstrømmet Vand, kg	136,2	50,19	2,133	7,842

og i Fig. 16—17 indførte Resultater, der er i Overensstemmelse med de foregaaende:

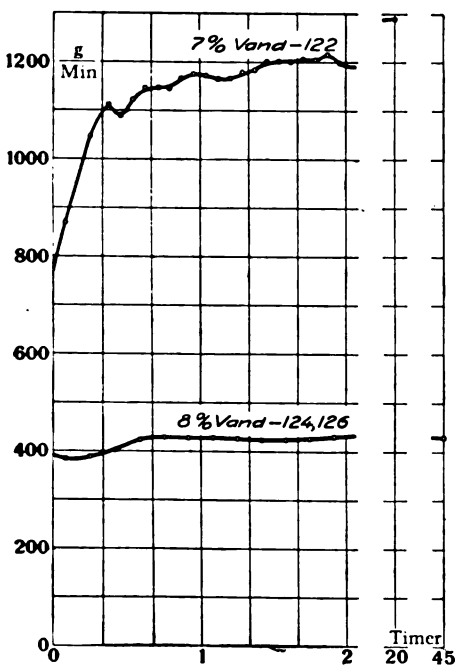


Fig. 16. Luftlagrede Rør 1 : 5. Alder: 8 Maaneder. $h = 200$ cm.

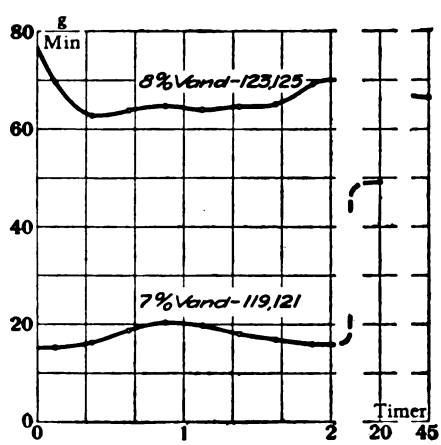


Fig. 17. Vandlagrede Rør 1 : 5. Alder: 8 Maaneder. $h = 200$ cm.

Naar Støbevandsprocenten vokser, vokser Rumvægten og de luftlagrede Rørs Tæthed, hvorimod de vandlagrede Rørs Tæthed aftager. Luftuddrivningen viser sig tydeligst ved de luftlagrede Rør med lav Vandprocent.

Digitized by Google

At de luftlagrede Rør 1 : 5 er lige saa tætte eller tættere end Rørene 1 : 4 med samme Vandprocent, skyldes deres større Vand-Cement-Forhold.

For de vandlagrede Rør med 7 % Vand (Fig. 17) fandtes den følgende Dag en unormal stor Værdi af Q tydende paa fortsat Luftuddrivning i Løbet af Natten.

9. *Imprægnering med Vandglas.*

Der fremstilledes 16 Rør 1 : 4, af hvilke 8 lagredes i Vand, 8 i fugtig Luft. Da Rørene var 28 Døgn gamle, lagredes hvert andet Rør frit paa en Hylde i Laboratoriet i 49 Døgn, medens Resten efter 1 Times Henstand paa Hylden lagredes 1 Døgn i en Vandglasopløsning og derefter henstilledes paa Hylden i 48 Døgn.

Opløsningen bestod af 1 Vægtdel Natronvandglas (alm. Handelsvare) og 4 Vægtdele Vand; Opløsningens Vægtfylde var 1,07.

Da samtlige Rør var 77 Døgn gamle, bestemtes Strømstyrken i Løbet af 2 Timer ved 2 m Trykhøjde. Resultaterne er indført i Tabel 9 som Middeltal for 4 Rør.

Tabel 9.

Rør Nr.	Lagrings-maade	Optaget Vandglas-opløsning	Rumvægt g/cm³	Strømstyrke	Vægt-stigning g
97, 101 | 105, 109 ⌋	Vand		2,160	1,090 kg	11,3
95, 99 | 103, 107 ⌋	—	1,03 g	2,177	0,179 -	10,2
98, 102 | 106, 110 ⌋	Luft		2,177	108,4 -	16,5
96, 100 | 104, 108 ⌋	—	6,35 -	2,193	47,6 -	15,6

Mængden af optaget Vandglasopløsning er bestemt som Differensen mellem Rørets Vægt umiddelbart før og efter Imprægneringen, medens Rumvægtene er bestemte umiddelbart før Vandtryksforsøget.

Da de vandlagrede Rør var omtrent vandmættede forud for Imprægneringen, har de optaget langt mindre af Opløsningen end de luftlagrede, men i de 1,03 g, som de har optaget, er der muligvis mere Vandglas, end i de andres 6,35 g; i alt Fald har Imprægneringen virket stærkere paa de vandlagrede Rør end paa de luftlagrede.

Strømstyrken i Tabel 9 gælder for de første 2 Timer, men Rørene

Digitized by Google

holdtes under Tryk i et Døgn, hvorefter de toges ud og vejedes. Vægtstigningen er opført i Tabellens sidste Spalte og skyldes $a + b - c$, hvor:

a = det i Porerne optagne Vand
b = det kemisk — —
c = bortskyllede Stoffer.

Da c utvivlsomt er meget lille, viser Tallene, at luftlagret Mørtel optager mere Vand end vandlagret, og at Vandglasimprægnering hæmmer

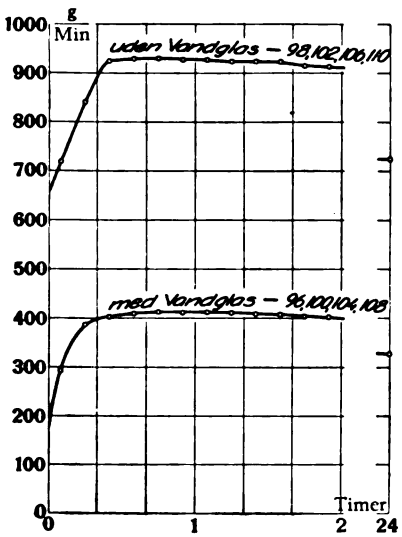


Fig. 18. Luftlagrede Rør 1 : 4. Alder: 77 Døgn. $h = 200$ m.

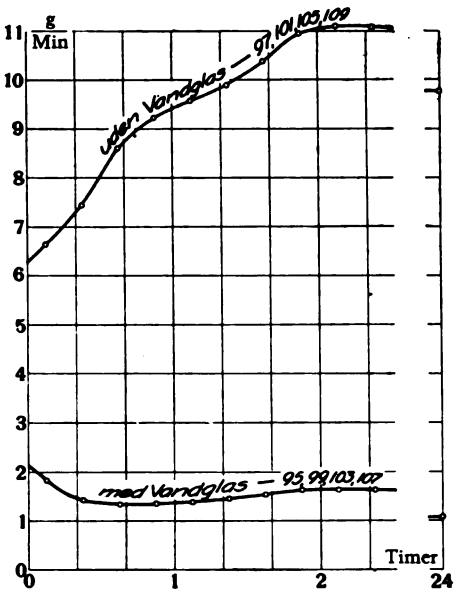


Fig. 19. Vandlagrede Rør 1 : 4. Alder: 77 Døgn. $h = 200$ cm.

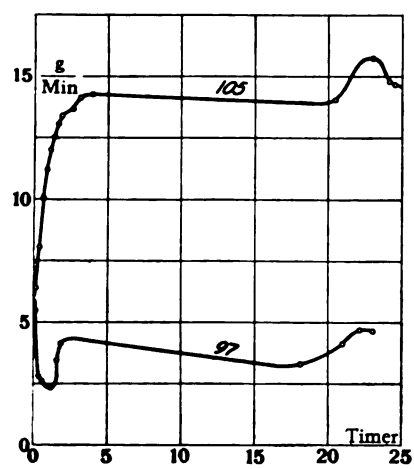


Fig. 20. Sekundær Luftuddrivning.

Vandoptagelsen noget. Vandglasset stopper formentlig en Del af Overfladens Porer og forringer derved Strømstyrken, men hindrer ikke Vandets Adgang til Porerne i Rørvæggens Indre.

Strømstyrkens Variation i de første 2 Timer fremgaar af Fig. 18 og 19, hvor ogsaa Værdien efter 24 Timer er indtegnet. Hos de vandlagrede Rør med Vandglas dominerer Svulmningen i Begyndelsen over Luftuddrivningen, hos alle de øvrige er Forholdet omvendt. Kurven for de vandlagrede Rør Nr. 97 og 105 uden Vandglas er særskilt ud-

Digitized by Google

tegnede paa Fig. 20, fordi de viser en sekundær Luftuddrivning efter ca. 20 Timers Forløb.

Rør 105 viser, at stor Tæthed kan forenes med en stigende Kurve. Det kan, som nævnt i Stykke 5, forklares ved, at Rørvæggen har enkelte grove Porer (Støbeskel), men ellers er meget tæt.

Som det fremgaar af Forsøgene, har Vandglas en gavnlig Virkning, men vandlagrede, uimprægnerede Rør er mange Gange tættere end luftlagrede imprægnerede.

10. *Støbning med Sæbevand.*

Af 12 Rør 1 : 4 blev de 6 fremstillede med almindeligt Vand, de 6 med Sæbevand; i begge Tilfælde udgjorde Vædskemængden 8 % af $P_c + P_s$. 3 Rør af hver Slags lagredes 28 Døgn i fugtig Luft og 135 Døgn i Laboratorieluft; de andre 3 lagredes 1 Døgn i fugtig Luft, 27 Døgn i Vand og 135 Døgn i Laboratorieluft. De sæbeholdige Mørtler var, da de afformedes efter 1 Døgns Henstand i fugtig Luft, mindre hærdnede end de sæbefri.

Sæbevandet var en Opløsning af 1 Vægtdel brun, blød Sæbe i 9 Vægtdele Vand og filtreredes gennem et Klæde inden Brugen.

8 Rør 1 : 5 med 8 % Vand behandledes paa ganske samme Maade.

Da Rørene var 163 Døgn gamle, bestemtes Strømstyrken i Løbet af 2 Timer ved 2 m Trykhøjde. Resultaterne er indført i Tabel 10 som Middeltal for hver Gruppe af ens Rør.

Tabel 10.

Rør Nr.	Blfh.	Lagringsmaade	Støbevandets Art	Rumvægt g/cm³	Strømstyrke
140, 144, 148	1 : 4	Luft	rent	2,192	42,8 kg
142, 146, 150	—	—	Sæbe	2,176	5,9 -
152, 156	1 : 5	—	rent	2,163	76,8 -
154, 158	—	—	Sæbe	2,147	24,1 -
139, 143, 147	1 : 4	Vand	rent	2,169	0,119 -
141, 145, 149	—	—	Sæbe	2,166	0,053 -
151, 155	1 : 5	—	rent	2,132	0,247 -
153, 157	—	—	Sæbe	2,131	0,321 -

Paa de luftlagrede Rør har Sæben virket stærkt tættende, navnlig paa Rørene 1 : 4. Sættes Strømstyrken for disse lig 100, findes:

Digitized by Google

	Strømstyrke
Blfh. 1 : 4 med Sæbe	100
— 1 : 5 - —	410
— 1 : 4 uden —	732
— 1 : 5 - —	1310

De sæbeholdige Rør 1 : 5 er altsaa væsentlig tættere end de sæbefri 1 : 4.

Paa de vandlagrede Rør 1 : 4 har Sæben haft en ringere Virkning, og de vandlagrede Rør 1 : 5 har den gjort utættere.

Paa alle de luftlagrede, sæbeholdige Rør 1 : 4 — og kun paa disse — var der efter Forsøget svage, hvide Skjolder paa Ydersiden.

Rumvægten af de 163 Døgn gamle Rør er i alle Tilfælde blevet forringet ved Sæbetilsætningen, men i langt højere Grad for de luftlagrede end for de vandlagrede Rør.

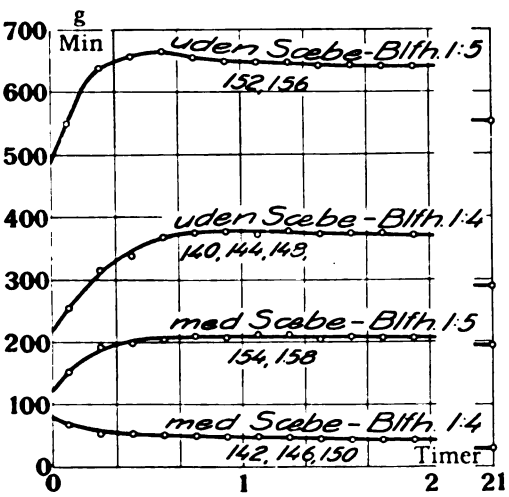


Fig. 21. Luftlagrede Rør. Alder: $5^1/_2$ Maaned. $h = 200$ cm.

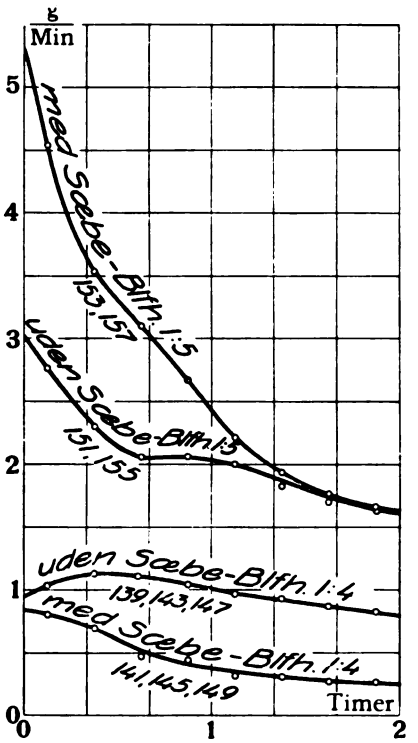


Fig. 22. Vandlagrede Rør. Alder: $5^1/_2$ Maaned. $h = 200$ cm.

Strømstyrkens Variation i de to Timer er vist paa Fig. 21 og 22. For de luftlagrede, sæbeholdige Rør 1 : 4 er Kurven straks nedadgaaende, og Tæthedstilvæksten ved Forsøgets Begyndelse var i Virkeligheden større end Kurven viser, thi i Løbet af de første Sekunder aftog Strømstyrken

Digitized by Google

meget stærkt. Dette kunde tyde paa, at den sæbeholdige, luftlagrede Mørtel har en Evne til hurtig at svulme i Berøring med Vand.

Rørene holdtes under Tryk udover de to Timer, og paa Fig. 21 er Strømstyrken efter 21 Timers Forløb indtegnet. For de vandlagrede Rør 1 : 5 paa Fig. 22 fandtes paa samme Tid ca. 0,6 g/Min. De vandlagrede Rør 1 : 4 var efter nogle Døgns Forløb saa tætte, at de ikke mere dryppede.

Paa et tidligere Tidspunkt var der udført Forsøg med sæbeholdige Mørtler 1 : 2 og 1 : 3, men uden Parallelforsøg med sæbefri. Disse Rør er indført i Tabel 11. Til det halve Antal brugtes den tidligere angivne

Tabel 11.

Rør Nr.	Blfh.	Lagrings-maade	Rumvægt g cm^3
35, 39, 43, 47	1 : 2	Vand	2,226
34, 38, 42, 46	—	Luft	2,247
37, 41, 45, 49	1 : 3	Vand	2,212
36, 40, 44, 48	—	Luft	2,235

Sæbeopløsning, til Resten en halv saa stærk, men da Vandtætheden viste sig uafhængig af Opløsningens Styrke, er de to Grupper behandlede under eet. Sæbevandstilsætningen var for Mørtlerne 1 : 2 og 1 : 3 henholdsvis 9,0 og 8,7 %. Rørene var 58 Døgn gamle ved Prøvningen; de sidste 30 Døgn var de lagrede i Laboratoriets Luft.

Ved Prøvningen udsattes de først for 240 cm Vandtryk i 15—50 Minuter, eftersom de var mer eller mindre utætte; Formaalet hermed var at faa Rørvæggene mættede med Vand. Derefter begyndte det egentlige Forsøg, ved hvilket Trykhøjden først var 240 cm og efterhaanden formindskedes til 25 cm. Dette lave Tryk, der kun medførte en ringe Vandgennemgang, holdtes i ca. 17 Timer, ved de større Trykhøjder varierede Forsøgstiden fra 35 til 87 Minuter efter Rørenes Utæthedsgrad.

De vandlagrede Rør havde før Forsøgets Begyndelse en lysegraa Farve. Da der aabnedes for Vandet, fremkom mørke Pletter, utvivlsomt paa de Steder hvor Vandgennemgangen var stærkest. Efterhaanden som Forsøget skred frem, voksede de mørke Arealer, skønt Trykhøjden mindskedes, men endnu ved 25 cm Trykhøjde kunde der være lyse Partier. Om der gik Vand gennem disse kunde ikke afgøres. Ogsaa nogle af de luftlagrede Rør havde lyse Pletter ved Forsøgets Slutning.

I Fig. 23 er Forholdet mellem Trykhøjde og Strømstyrke vist. Man ser, at Rørenes Tæthed i højere Grad afhænger af Lagringsmaaden end af Cementindholdet, ganske som ved Rør uden Sæbe.

Digitized by Google

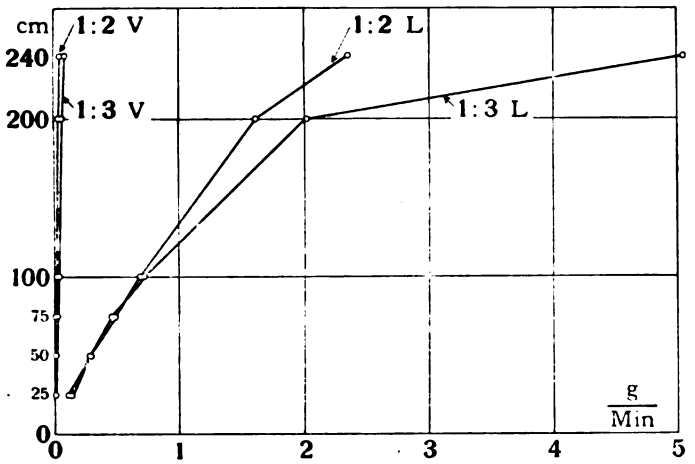


Fig. 23. Sæbeholdig Mørtel. Alder: 58 Døgn.

De luftlagrede Rør har som sædvanligt en større Rumvægt end de vandlagrede, men indenfor hver af de 4 Grupper var der en nøje Forbindelse mellem Rumvægt og Tæthed; jo større Rumvægt, des større Tæthed, naar Lagringsmaaden er ens.

Alle de luftlagrede Rør viste ligesom de luftlagrede, sæbeholdige Rør 1 : 4 fra den første Forsøgsrække, en hurtigt voksende Tæthed i de første Sekunder eller Minuter.

Af den 1ste Forsøgsrække fremgaar, at Støbning med Sæbevand virker langt kraftigere end Imprægnering med Vandglas, men vandlagrede Rør uden Sæbe er mange Gange tættere end luftlagrede Rør med Sæbe.

Senere udførte Styrkeforsøg med sæbeholdig Mørtel viser, at Sæben forringer Styrken. Naar Sæbeopløsningens Styrke er givet (1 : 9), svækkes en plastisk Mørtel meget stærkt, en til Rørstøbning egnet, vandfattig Mørtel kun lidet.

11. *Rørenes Filtervirkning.*

Cementrør Nr. 98 (se Tabel 9) tættede sig efter nogen Tids Henstand under $h = 200$ cm pludseligt paafaldende hurtigt (Fig. 24), og det samme var Tilfældet med endnu et Rør (Nr. 120). Da der til disse to Rør var brugt nogle særlige Tilførselsslanger, hvis Kautsjuk senere viste sig at være af daarlig Kvalitet, maa det antages, at Partikler fra Slangen har samlet sig i en nedadvendende Bugt paa denne og pludseligt er blevet ført ind i Forsøgsrøret, ved at Slangen er blevet løftet. Til Bekræftelse af denne Hypotese prøvedes det i Tabel 5 omtalte Rør Nr. 170 først med Ledningsvand og derefter med Vand, hvori der var opslæmmet Talkum; Trykhøjden var i begge Tilfælde 2 m. Med Ledningsvand fandtes

Digitized by Google

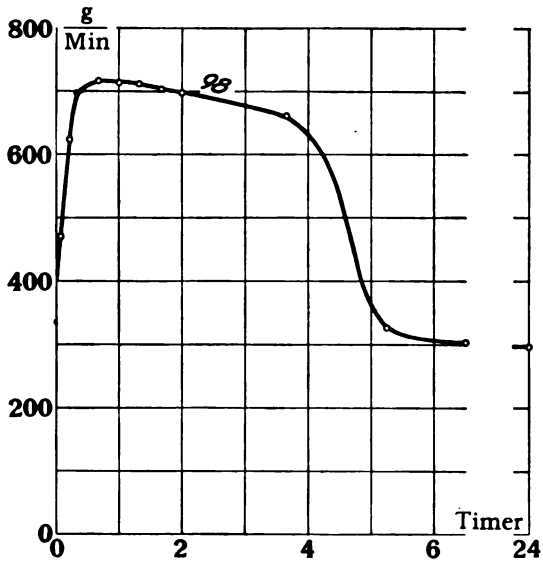


Fig. 24. Pludselig Tætning.

$Q = 300$ g/Min, og med Talkumvand fandtes umiddelbart efter $Q = 22$ g/Min. Da Røret toges ud, var dets Inderside besat med større og mindre Talkumpletter formentlig ud for de største Porer, og Pletterne var tildels samlede i vandrette Bælter, utvivlsomt svarende til Stampeflader.

Forsøget gentoges under en noget anden Form. Ved Udtagelse af et Rør (Nr. 82), der havde staaet under Tryk i 6 Uger og langsomt havde tættet sig næsten helt, fandtes Vandet i Rørets Bund og i den dybest liggende Del af Slangen at være urent, og dette Vand blev derfor opsamlet og brugt paa følgende Maade. Et nyt Cementrør (Nr. 118) blev prøvet med rent Ledningsvand og $h = 200$ cm i 100 Minuter, hvorefter det urene Vand fra Rør Nr. 82 hældtes ned i Stigrøret. Som Fig. 25 viser, var Virkningen meget voldsom, idet Strømstyrken i Løbet af 20 Minuter sank fra 400 til 20 g/Min.

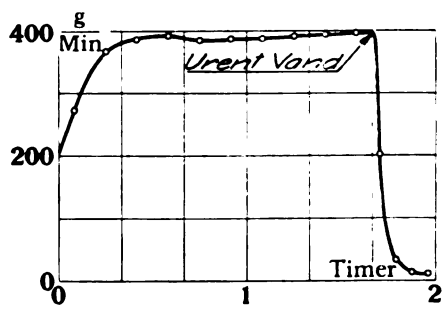


Fig. 25. Urent Vands Tætteevne.

At en saadan Filtervirkning har været tilstede ved samtlige Forsøg, blot i svagere Grad, er utvivlsomt. Ledningsvandet er ikke absolut rent, og i Mariotteflasken havde det Lejlighed til at optage Støv fra den indsugede Luft; i alt Fald gælder dette de første Forsøg ved hvilke der ikke, som ved de senere Forsøg, var anbragt en Vatprop i Mariotteflaskens Indsugningsrør. Den Rolle, uorganiske Partikler har spillet ved Rørenes Tætning, er dog formentlig af underordnet Betydning, undtagen i de Tilfælde, hvor Rørene stod under Tryk i meget lange Perioder. Derimod blev det, efterhaanden som Forsøgene skred frem, mere og mere aabenbart, at Vandbakterier og deres Slimdannelser spillede en ikke uvæsentlig Rolle ved Rørenes Tætning, hvorom nærmere senere.

Ogsaa andre Organismer var medvirkende. I en Draabe af det urene Vand, der brugtes til det nys beskrevne Forsøg (Fig. 25), saas under

Digitized by Google

Mikroskopet 6 meget livlige Orme, mere langstrakte end Aal, men glasklare og kun ca. $^1/_{20}$ mm lange. De blev undersøgt paa zoologisk Museum, der oplyste, at det var nogle ret smaa Eksemplarer af Nematoder (Rundorme), der ofte findes i Ferskvand og Jord og i Vandværkernes Filtre; hvorvidt de kommer ud i Ledningerne som Orme eller Æg vides ikke.

Det urene Vands store Tætteevne kan der drages Nytte af i Praksis, idet man kan tætte lækkende Vandbeholdere ved at drysse Kalkpulver eller andre Pulvere i Vandet.

12. *Langvarige Forsøg.*

Hvorvidt utætte Rør, naar de vedvarende holdes under et lavt Tryk, efterhaanden tætter sig, undersøgtes ved Hjælp af 4 Rør, der i Løbet af $2^1/_4$ Aar holdtes under et konstant Vandtryk af 25 cm Højde regnet fra Rørets Midtpunkt. Forsøgsanordningen var i dette Tilfælde noget afvigende fra den tidligere beskrevne, idet Ledningen fra Mariotteflasken endte i et vandret Jærnrør, fra hvis Underside der udgik 4 Stutse med Flanger, paa hvilke Forsøgsrørene fastspændtes. Rørenes Alder m. m. fremgaar af Tabel 12.

Tabel 12.

Rør Nr.	Blfh.	Alder	De første 28 Døgn i	Rumvægt
4.....	1 : 2	164 Døgn	Luft	2,232
7.....	—	162 —	Vand	2,166
11.....	1 : 3	160 —	Luft	2,172
16.....	—	123 —	Vand	2,216

Fig. 26 viser den samlede Mængde gennemsivet Vand med Tiden som Abscisse. Fig. 27 viser Strømstyrkens Aftagen for Rør Nr. 11 ved Forsøgets Begyndelse; man ser, at Strømstyrken for dette Rør i Løbet af 12 Timer er sunket til $^1/_{10}$ af Begyndelsesværdien, og tilsvarende Kurver fandtes for de øvrige Rør. Rør Nr. 16 (1 : 3, Vandlagring) var straks meget tæt og blev fuldkommen tæt i Løbet af 3—4 Uger; dette Rørs unormale Forhold maa skyldes en særlig kraftig Stampning, thi dets Rumvægt er væsentlig større end det tilsvarende luftlagrede Rørs, mens den burde have været mindre.

Digitized by Google

Strømstyrken for de tre utætte Rør var i de første 15 Minuter ved Forsøgets Begyndelse (Aug. 1925) og i de sidste to Maaneder ved Forsøgets Afslutning (Nov. 1927):

Rør Nr.	Begyndelsesværdi	Slutværdi
4	2,9	0,00056 g/Min
7	3,8	0,00070 —
11	18,3	0,00089 —

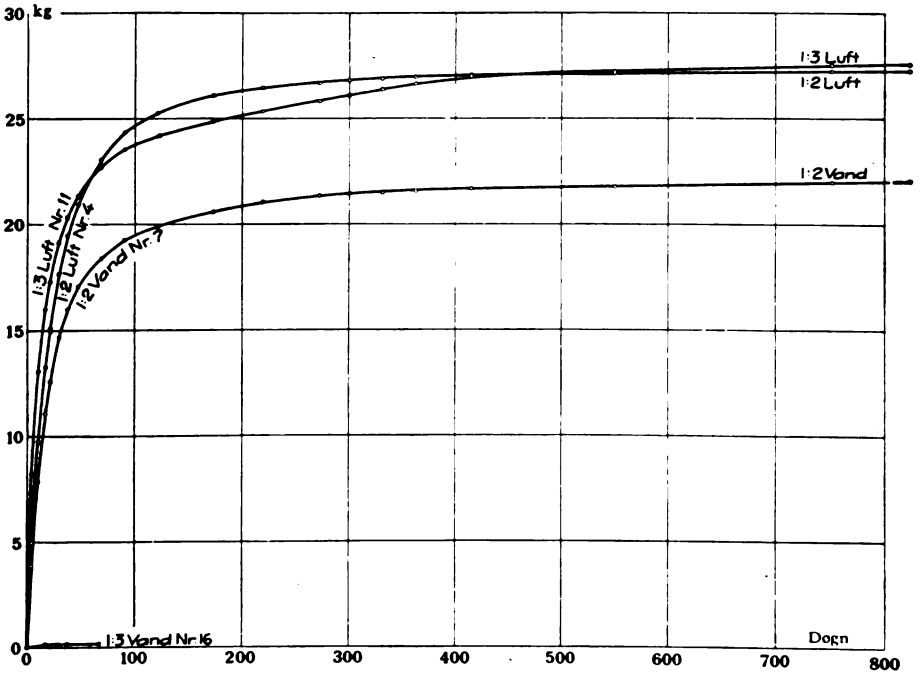


Fig. 26. Cementrørs Selvtætning i Løbet af $2^1/_4$ Aar. $h = 25$ cm.

Man ser, at det utætteste Rør har tættet sig forholdsvis mest.

Vandets Temperatur viste sig at have en betydelig Indflydelse paa Strømstyrken, der derfor var større om Dagen end om Natten. F. Eks. fandtes for Rør Nr. 7:

19. Aug.	Kl.	8	til	19. Aug.	Kl.	17	.....	0,65	g/Min
- -	-	17	-	20.	-	-	8	.....	0,53	—
20. -	-	8	-	-	-	-	17	.....	0,63	—
- -	-	17	-	21.	-	-	8	.....	0,54	—
21. -	-	8	-	-	-	-	17	.....	0,64	—

Digitized by Google

Da de 4 Rør allerede ved Forsøgets Begyndelse var mer eller mindre tætte, og da det kunde tænkes, at kun saadanne Rør var i Besiddelse af Selvtætningsevne, undersøgtes ogsaa stærkt porøse Rørs Forhold.

De luftlagrede Rør 1 : 4 i Stykke 8, Fig. 14 holdtes under 200 cm Vandtryk i 30—40 Døgn, hvorved de tættede sig meget stærkt. Strømstyrken var til Slut kun nogle faa Gram eller Brøkdele af Gram pr. Minut. Fig. 28 viser Middelkurven for de to Rør med 7 % Vand (Nr. 80 og 82).

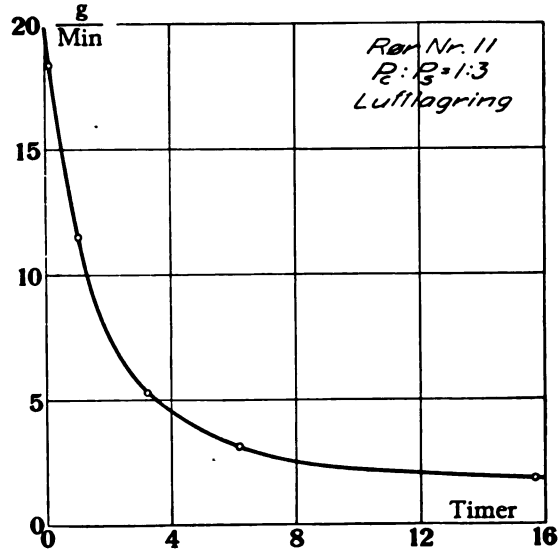


Fig. 27. Strømstyrkens Aftagen ved Forsøgets Begyndelse. $h = 25$ cm.

Ogsaa de unge Rør 1 : 5 paa Fig. 11 blev holdt under Tryk længe og viste stadig fremadskridende Tætning. F. Eks. fandtes:

Rør Nr.	167	og	169	efter	13	Døgn:	$Q = 0{,}055$	$\cdot Q_{maks}$
- -	168	og	170	-	-	— :	$Q = 0{,}330$	$\cdot Q_{maks}$
- -	163	og	165	-	-	— :	$Q = 0{,}120$	$\cdot Q_{maks}$
- -	164	og	166	-	-	— :	$Q = 0{,}300$	$\cdot Q_{maks}$
- -	164			-	29	— :	$Q = 0{,}004$	$\cdot Q_{maks}$
- -	166			-	76	— :	$Q = 0{,}00004$	$\cdot Q_{maks}$
- -	162			-	45	— :	$Q = 0{,}005$	$\cdot Q_{maks}$

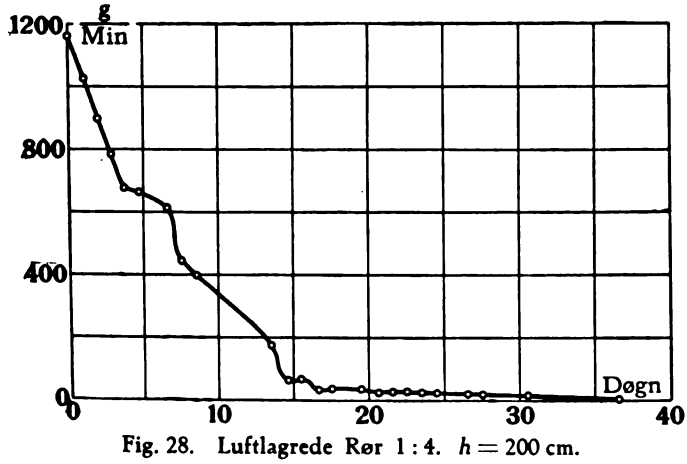


Fig. 28. Luftlagrede Rør 1 : 4. $h = 200$ cm.

Digitized by Google

Mange andre Rør har været holdt under Tryk i Uger og Maaneder, og de er alle uden Undtagelse blevne tættere, selv Rør af Blfh. 1 : 10.

13. *Selvtætningens Aarsager.*

Cementrørenes Selvtætning skyldes to Aarsager:

(1) Svulmning af Cementen, der gør sig meget stærkt gældende ved Forsøgets Begyndelse, senere i ringere Grad (Fig. 27).

(2) En Filtervirkning, hvorved Rørvæggens Porer tilstoppes af Stoffer, der ikke stammer fra Røret, men fra Vandet. Denne Virkning bliver efter alt at dømme hurtigt mere dominerende end (1). Der maa skelnes mellem:

(2a) Vandets uorganiske Stoffer, der næppe har spillet nogen væsentlig Rolle undtagen maaske ved de meget langvarige Forsøg.

(2b) Vandets Organismer og deres Afsondringer, der i høj Grad har bidraget til Tætningen. Naar ogsaa disse Stoffers Virkning betegnes som en Filtervirkning, er det muligvis mindre korrekt, thi forskellige Iagttagelser tyder paa, at Organismerne i mindre Grad tilbageholdes paa Rørets Inderside og i dets Porer; snarere vokser de i Porerne og paa Rørets Yderside, hvor Lufttilgangen er rigelig.

I hvor høj en Grad Selvtætningen skyldes (1) og i hvor høj en Grad den skyldes (2b) er det ikke lykkedes at afgøre. Nogle Forsøg skal omtales.

Det i Stykke 8, Tabel 7 nævnte Rør Nr. 84 viste efter 1 Døgns Henstand under $h = 200$ cm Værdien $Q = 818$ g/Min. Det blev taget ud og lagret 22 Døgn i Vand, der jævnlig fornyedes, hvorefter en ny Prøve med $h = 200$ gav $Q = 10{,}8$ g/Min. Denne Tæthedsforøgelse er lige saa stor som hos tilsvarende Rør, der stod under Tryk i de 22 Døgn.

Det tilsvarende Rør Nr. 86 viste efter 1 Døgns Henstand under $h = 200$ cm Værdien $Q = 500$ g/Min. Efter 5 Døgns Vandlagring fandtes $Q = 323$ g/Min.

Paa Rør Nr. 90 havde 4 Døgns Vandlagring derimod ingen Virkning.

Rør Nr. 122 (1 : 5) viste efter 20 Timers Henstand under $h = 200$ Værdien $Q = 1289$ g/Min. Efter 6 Ugers Vandlagring fandtes $Q = 50$ g/Min.

Rørene Nr. 119 og 121 (1 : 5) viste efter 20 Timers Henstand under $h = 200$ cm Middelværdien $Q = 49{,}2$ g/Min. Efter 5 Ugers Vandlagring fandtes $Q = 2{,}5$ g/Min.

Disse Forsøg tyder paa, at Tætningen skyldes (1), men Muligheden for at den skyldes Organismer er ikke udelukket, og andre Forsøg, der omtales senere, tyder bestemt paa Organismernes Medvirken.

At Cementens Svulmning fortsætter sig længe kan næppe betvivles, i alt Fald fortsætter Rørenes Vandoptagelse sig længe, som bl. a. følgende

Digitized by Google

Forsøg med Cementrør Nr. 75 (1 : 4, vandlagret, Alder: $2^2/_{12}$ Aar) viser. Røret blev tørret ved 50°, hvorved det tabte 1,45 g i Vægt. Derefter holdtes det under et variabelt Vandtryk fra $^9/_7$ til $^{11}/_9$, og i denne Tid foretoges 25 Rumvægtsbestemmelser, der viste, at baade Vægt, Rumfang og Rumvægt voksede fra Dag til Dag. Nogle af Værdierne er opført nedenfor:

	Vægt	Rumfang	Rumvægt
$^9/_7$ tørret	243,17 g	111,99 cm³	2,171 g/cm³
— vandholdigt	255,05 -	112,29 -	2,271 —
$^{10}/_7$ —	256,05 -	112,39 -	2,278 —
$^{11}/_7$ —	256,90 -	112,41 -	2,285 —
$^{25}/_7$ —	260,85 -	112,43 -	2,320 —
$^9/_8$ —	262,30 -	112,59 -	2,330 —
$^{11}/_9$ —	263,40 -	112.61 -	2,339 —
— tørret	244,20 -	112,00 -	2,180 —

Den gængse Forklaring af Cementmørtels Selvtætning, nemlig at Vandet opløser Kalk, og afsætter den paa Steder, hvor den virker mere stoppende, er ikke blevet bekræftet ved de foreliggende Forsøg, thi som det vil fremgaa af det følgende, viser ogsaa Lerrør Selvtætning.

14. *Trykvariationsforsøg.*

Den teoretiske Udviklings Resultat, at Q og h er proportionale, har et konstant Poretværsnit til Forudsætning. Hvis Røret tætter sig, medens Forsøget foregaar, er denne Forudsætning ikke opfyldt. Lader man Trykket i et saadant Rør stige fra Nul til h, og maaler man Q for forskellige

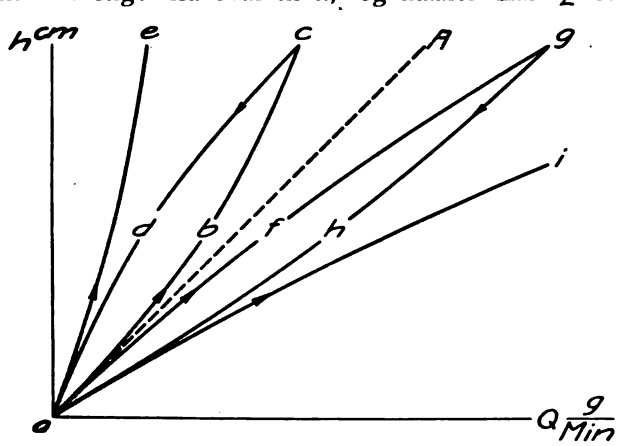


Fig. 29. Trykvariationskurver.

Digitized by Google

Trykhøjder, finder man i Stedet for den rette Linie aA en Kurve som *abc* paa Fig. 29, og lader man derefter Trykket aftage, fremkommer en Kurve som *cda*. Lader man atter Trykket stige, faas en Kurve som *ac*.

Ved Forsøgets Begyndelse er Forholdet omvendt for de Rør, der viser Luftuddrivning og altsaa aftagende Tæthed. Lader man Trykket i et saadant Rør variere i Ordenen $0 - h - 0 - h$, findes Kurver som afg—gha—ai.

Under disse Forhold volder et eksperimentelt Studium af Q's Variation med h store Vanskeligheder, thi i Begyndelsen forvanskes Resultatet ganske af Luftuddrivningen og Cementens Udbulning, og senere gør denne og andre tættende Indflydelser sig gældende.

15. *Forsøg med Cementrør Nr. 10 og 78.*

Som Eksempel paa Forsøgsfremgangsmaaden og de Foreteelser, der viste sig under Forsøgene, skal omtales Forsøgene med Rør Nr. 10. Dette Rørs Dimensioner var:

Ydre Diameter: 4,99 cm, Vægtykkelse: 0,99 cm, Længde: 8,79 cm.

Vægt, Rumfang og Rumvægt var som angivet i Tabel 13, Linie a. Blandingsforholdet var 1 : 3. Røret var luftlagret. Dets Alder var 309 Døgn.

Tabel 13.

Tørhedsgrad	Vægt	Rumfang	Rumvægt
a. Lufttørt.....	235,3 g	108,9 cm³	2,161 g/cm³
b. Vandmættet.....	251,4 -	109,7 -	2,291 -
c. Tørret ved 120°.	230,2 -	108,8 -	2,116 -

Strømstyrken bestemtes ved Trykhøjderne: 50, 100, 150, 100 og 50 cm regnet fra Rørets Midte og en Forsøgstid paa 20 Minuter for de to første og 10 Minuter for de tre sidste. Vandgennemgangen var:

Trykhøjde h cm	50	100	150	100	50
Strømstyrke g/Min	17,4	79,7	451,0	316,6	157,5.

Resultatet er fremstillet grafisk paa Fig. 30, hvor denne Kurve er mærket $^{14}/_{1}$. Opgangskurven er trukket op, Nedgangskurven punkteret. Strømstyrken er stærkt voksende under Opgangen som Følge af Poreluftens Uddrivning. Nedgangskurven er næsten retliniet, fordi Luftuddrivningen er standset.

Fra $^{14}/_{1}$ til $^{18}/_{1}$ henstod Røret under $h = 10$ cm. Derefter fandtes Opgangskurven mærket $^{18}/_{1}$ I, der viser, at Røret er tættere end $^{14}/_{1}$, og at det tætter sig under Forsøget, idet Kurvens Konkavitet vender opad.

Digitized by Google

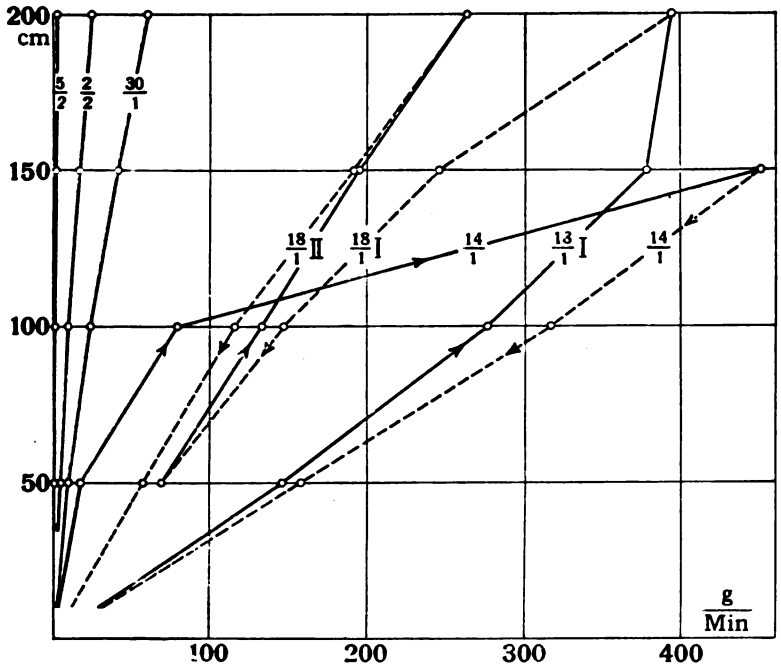


Fig. 30. Cementrør Nr. 10. Blfh. 1 : 3, luftlagret. Alder: 10 Maaneder.

Den unormalt stærke Tætning ved Overgangen fra $h = 150$ til $h = 200$ cm skyldes muligvis, at der i de foregaaende Dage med ringe Strømstyrke har samlet sig Urenheder i Gummislangens Bugt, og da Mariotteflasken blev hævet til $h = 200$, er Slangen blevet rettet ud, hvorved disse Urenheder er blevet ført ind i Røret. Nedgangskurven $^{18}/_{1}$ I (den punkterede) viser fortsat Tætning. Forsøget blev umiddelbart efter gentaget, og Kurverne ($^{18}/_{1}$ II) viser yderligere Tætning.

Røret henstod derefter under $h = 10$ cm afbrudt af Forsøg $^{30}/_{1}$, $^{2}/_{2}$ og $^{5}/_{2}$. Ved disse faldt Op- og Nedgangskurverne meget nær sammen, og kun Middelkurverne er tegnede.

Efter yderligere Henstand under $h = 50$ cm indtil $^{24}/_{2}$ fandtes for denne Trykhøjde $Q = 0{,}055$ g/Min, hvilket er ca. $^{1}/_{3000}$ af den tilsvarende Værdi $^{14}/_{1}$.

Røret blev derefter taget ud; der var ingen Belægning paa Indersiden. Rumvægten bestemtes for det vandmættede og derefter for det tørrede Rør (Tabel 13, Linie b og c). Vægttabet fra Linie a til Linie c skyldes utvivlsomt kun den stærke Tørring.

Rørvæggens Porerumfang kan ikke bestemmes nøjagtigt af Vandoptagelsen, da nogle Porer kan være forblevne luftfyldte, og da der utvivlsomt er sket en kemisk Vandoptagelse under Forsøget og en Dekomposition under Tørringen. En Maksimalværdi for det vandfyldte Porerumfang faar

Digitized by Google

man ved at forudsætte, at Forskellen i Vægt mellem Linie b og c i Tabel 13 udelukkende skyldes hygroskopisk Vand. 1 cm³ af den tørrede Rørvæg har da i vandmættet Tilstand indeholdt $\frac{251,4 - 230,2}{108,8} = 0,195$ cm³ Vand, svarende til 19,5 % vandfyldte Porer. Under samme Forudsætning har det lufttørre Rør indeholdt $\frac{235,3 - 230,2}{108,8} = 0,046$ cm³ hygroskopisk Vand pr. cm³ eller 2,2 Vægtprocent.

Paa et senere Tidspunkt udførtes et lignende Forsøg med Cementrør Nr. 78. Dette Rørs Dimensioner var:

Ydre Diameter: 5,02 cm, Vægtykkelse: 0,98 cm, Længde: 8,98 cm.

Blandingsforholdet var 1 : 4 med 8 % Vand. Røret var luftlagret og $2^2/_{12}$ Aar gammelt. Efter Tørring ved 50° til konstant Vægt og Afkøling i Ekssikkator fandtes de i Tabel 14, Linie a indførte Værdier.

Tabel 14.

	Vægt	Rumfang	Rumvægt
a. Tørret ved 50° ..	242,7 g	111,4 cm³	2,179 g/cm³
b. Vandholdigt	260,7 -	112,0 -	2,327 -
c. Tørret ved 50° ..	243,1 -	111,3 -	2,183 -
d. Vandholdigt	258,3 -		

Røret blev først prøvet med $h = 50$ cm, hvorved fandtes den paa Fig. 31 viste Kurve, mærket $^{13}/_{7}$. I den 1ste Time tætter Røret sig, fordi Virk-

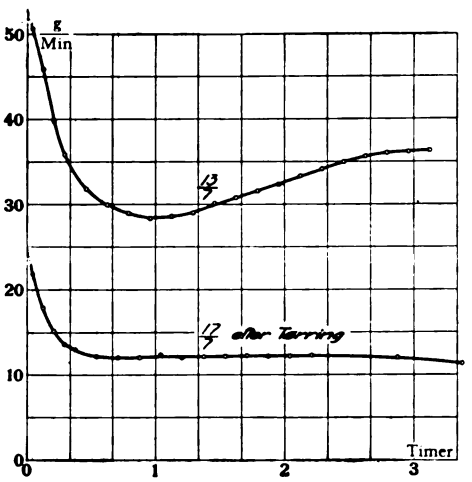


Fig. 31. Cementrør Nr. 78. Blfh. 1 : 4, luftlagret. Alder: $2^2/_{12}$ Aar.

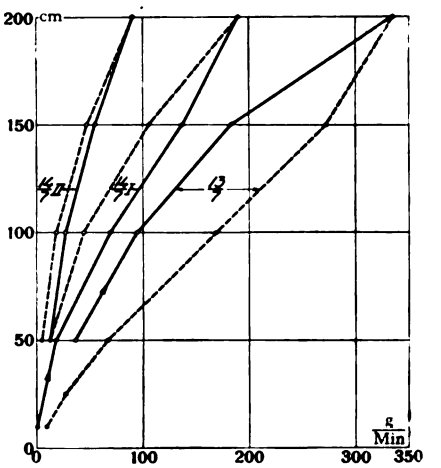


Fig. 32. Cementrør Nr. 78. Blfh. 1 : 4, luftlagret. Alder: $2^2/_{12}$ Aar.

Digitized by Google

ningen af Cementens Svulmning overvejer Virkningen af Luftens Uddrivning, derefter er Forholdet det omvendte. Efter 3 Timers Forløb blev Forsøget afbrudt, en Fortsættelse vilde utvivlsomt have givet en synkende Kurve.

Andre Rør af lignende Art (1 : 4, luftlagrede) blot yngre og ikke ovntørrede, er omtalt i Stykke 8, 9 og 10. Sammenlignes deres Kurver paa Fig. 14, 18 og 21, der gælder for $h = 200$, med Kurven paa Fig. 31, der gælder for $h = 50$, er der en ejendommelig Forskel; naar der begyndes med det store Tryk, dominerer Luftuddrivningen over Cementens Svulmning; naar der begyndes med det lille Tryk, er Forholdet omvendt.

Umiddelbart efter foretoges et Trykvariationsforsøg, ved hvilket Strømstyrken maaltes i to paa hinanden følgende 5 Minutters Perioder:

h i cm	50	100	150	200	150	100	50
Q i første 5 Min. g/Min.	36,4	94,2	176,4	317,0	276,0	171,6	68,6
Q i næste 5 — —	36,4	95,6	189,6	352,2	268,4	166,4	66,8
Tilvækst	0,0	1,4	13,2	35,2	−7,6	−5,2	−1,8

De positive Tilvækster under Opgangen viser, at Luftuddrivningen, der var standset ved $h = 50$, fortsættes, naar Trykket vokser. Under Nedgangen tætter Røret sig. Middelværdierne for de to Perioder under eet giver de paa Fig. 32 med $^{13}/_{7}$ mærkede Kurver, af hvilke Opgangskurven viser stærk Luftuddrivning, og denne ses at have fortsat sig i de Minuter, Omskiftningen fra 200 til 150 cm foregik.

Røret henstod under 10 cm Tryk om Natten, og næste Dag foretoges et nyt Forsøg, ved hvilket Q maaltes i to paa hinanden følgende 10 Minuters Perioder:

h i cm	50	100	150	200	150	100	50
Q i første 10 Min. g/Min.	18,3	71,0	140,3	193,3	113,5	48,7	13,7
Q i næste 10 — —	18,0	68,7	134,7	185,6	98,6	40,3	11,3
Tilvækst	−0,3	−2,3	−5,6	−7,7	−14,9	−8,4	−2,4

Paa hvert enkelt Trin tætter Røret sig og mest under Nedgangen. Middeltallene giver de paa Fig. 32 med $^{14}/_{7}$ I mærkede Kurver, og et umiddelbart derefter foretaget Forsøg Kurverne $^{14}/_{7}$ II, der meget nær svarer til Kurverne for Rør Nr. 10 og viser to Virkninger:

1) Rørets Porøsitet er aftagende under hele Forsøget.

2) Rørets Porøsitet vokser og aftager med Trykket.

Rumvægtsbestemmelser efter Forsøget gav Værdierne i Tabel 14, Linie b og c. Den lille Vægtforøgelse skyldes kemisk bundet Vand.

Røret blev nu atter prøvet med 50 cm Tryk, og Kurven $^{17}/_{7}$ paa Fig. 31 viser Resultatet. Tørringen har forøget Porøsiteten til det 6–7 dobbelte af Slutporøsiteten $^{14}/_{7}$, men ikke bragt den op til Begyndelsesværdien $^{13}/_{7}$.

Digitized by Google

Vandpaavirkningen fra $^{13}/_{7}$ til $^{14}/_{7}$ har altsaa givet Røret en blivende Tæthed, der ikke forsvinder naar Røret tørres ved 50°. Iøvrigt viser Kurven Cementens Svulmning, men kun i ringe Grad Luftuddrivning. Efter i alt 10 Timers Henstand fandtes $Q = 0{,}87$ g/Min og den i Tabel 14, Linie d indførte Vægt, der viser, at Røret er mindre vandholdigt end i Linie b. Det lave Tryk har ikke kunnet uddrive saa megen Luft som det høje.

Den fortsatte Tilstopning af Porerne, som begge Cementrørene viser, kan have 3 Aarsager:

(1) En fortsat Svulmning af Cementen, idet Forsøget er at betragte som en Vandlagring, under hvilken Tætheden stadig vokser.

(2) En Opløsning af Cementens Kalk med paafølgende Udfældning paa Steder, hvor den virker mere stoppende.

(3) En Tilførsel af fremmede Stoffer, der ikke stammer fra Rørvæggen, men fra Vandet eller Luften.

Hvis Tilstopningen alene skyldes (1) eller (2), skulde et Lerrør ikke tætte sig. Derfor foretoges Forsøg med et saadant.

16. *Forsøg med Rør af Moler og med Ledningsvand.*

Dette Rør (Nr. 50) blev udarbejdet af en almindelig brændt Molermursten. Dets Dimensioner var:

Ydre Diameter: 5,29 cm, Vægtykkelse: 1,00 cm, Længde: 9,025 cm.

Vægt, Rumfang og Rumvægt var som angivet i Tabel 15, Linie a.

Tabel 15.

	Vægt	Rumfang	Rumvægt
a. Oprindelig ($^{25}/_{11}$) ...	96,0 g	121,6 cm³	0,789 g/cm³
b. Vandmættet ($^{27}/_{11}$) ..	175,5 -	121,7 -	1,442 -
c. Tørret (do.)....	94,5 -	(0,777 à 0,779)	-
d. Vandholdigt ($^{28}/_{11}$)..	166,0 -	121,4 -	1,367 -
e. Vandmættet ($^{27}/_{1}$)...	175,6 -	121,7 -	1,443 -
f. Tørret	93,7 -	120,3 -	0,779 -
g. —	86,8 -	111,7 -	0,778 -
h. Vandmættet	163,3 -	113,5 -	1,439 -
i. Tørret	86,9 -	111,6 -	0,779 -

Røret udsattes for 25 cm Vandtryk, der i Spring paa 25 cm forøgedes til 200 cm. Paa hvert Trin var Forsøgstiden 20 Minuter.

I Fig. 33 angiver Kurven mærket $^{25}/_{11}$ Resultatet. Røret henstod under $h = 25$ cm til næste Dag, da et nyt Forsøg gav Kurven $^{26}/_{11}$. Kurven $^{25}/_{11}$ er ligesom de ved Cementrørene fundne Kurver krum paa Grund af Luf-

Digitized by Google

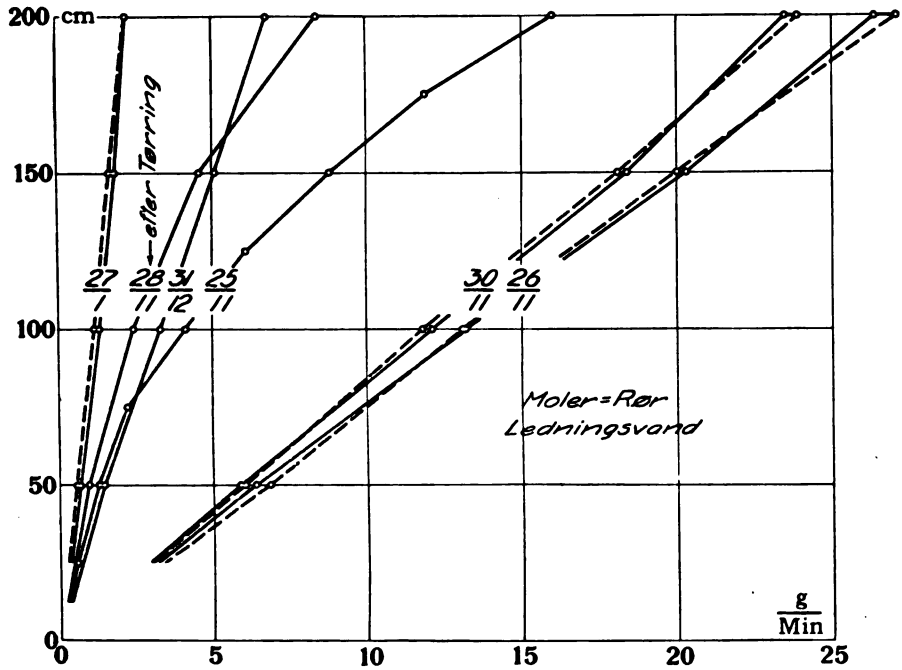


Fig. 33. Molerrør Nr. 50. Ledningsvand.

tens Uddrivning. Denne er formentlig standset i Løbet af det følgende Døgn under de 25 cm Tryk, thi Forsøget $^{26}/_{11}$ giver en retliniet Kurve, saaledes at Strømstyrken nu er proportional med Trykket.

Næste Dag bestemtes Rumvægten af Røret, som altsaa nu var vandmættet, og bagefter Vægten i tørret Tilstand (Tabel 15, Linie b og c). Det ses, at 1 cm^3 Materiale har optaget 1,442 — 0,789 = 0,653 cm^3 Vand. Det vandfyldte Porerumfang er følgelig 65,3 %. At det tørrede Rør er lidt lettere end oprindelig skyldes, at det oprindelig har indeholdt lidt Fugtighed. Det tørrede Rørs Rumfang blev ikke maalt, men det kan med Sikkerhed siges at have ligget mellem Grænserne 121,6 og 121,2 cm^3, hvortil svarer Rumvægtene henholdsvis 0,777 og 0,779. Da Materialets Vægtfylde var 2,21 (bestemt ved at pulverisere Resten af Molerstenen og bestemme Vægtfylden af det tørrede Pulver), svarer til disse Rumvægte et Porerumfang paa 64,8 %, altsaa omtrent det samme som bestemt af Vandoptagelsen.

Ved et Forsøg med det tørrede Rør $^{28}/_{11}$ (se Fig. 33) blev Kurvens Form ganske som $^{25}/_{11}$, men Vandgennemgangen var mindre. Det skyldes til Dels, at Forsøgets Varighed var mindre (80 Min. mod 160 Min. ved første Forsøg), men ogsaa en begyndende Selvtætning. En efter For-

Digitized by Google

søgets Slutning foretagen Rumvægtsbestemmelse (Tabel 15, Linie d) viser, at Rørvæggen ikke har været vandmættet.

Røret henstilledes saa under $h = 25$ cm til $^{30}/_{11}$, da der udførtes et nyt Forsøg. Kurven er atter omtrent retliniet, men stejlere end $^{26}/_{11}$, hidrørende fra Tætningen.

Røret blev atter stillet under $h = 25$ cm kun afbrudt af Forsøg $^{1}/_{12}$, $^{8}/_{12}$, $^{29}/_{12}$ og $^{31}/_{12}$, der alle gav en retliniet Kurve, hvis Stejlhed voksede for hvert Forsøg. Kurven $^{31}/_{12}$ er indtegnet paa Fig. 33; Op- og Nedgangsværdierne var næsten ens, kun Middelværdierne er indtegnet.

I Løbet af den følgende Maaned forøgedes Trykket efterhaanden til 175 cm for at fremskynde Tætningen. $^{27}/_{1}$ udførtes atter et Forsøg (Fig. 33), hvorefter Røret blev taget ud. Indersiden var belagt med et graabrunt Slamlag, som fjernedes, hvorefter en Rumvægtsbestemmelse gav de i Tabel 15, Linie e indførte Værdier, altsaa omtrent de samme som i Linie b. Tæthedsforøgelsen siden $^{30}/_{11}$ kan da ikke skyldes Luftudskillelse i Porerne. Efter fuldstændig Rensning og Tørring fandtes Værdierne i Linie f. En Sammenligning med Linie c viser, at Vægten er blevet lidt mindre som Følge af Rensning og mulig tilfældig Beskadigelse. Rumvægten er derimod omtrent uforandret, hvilket viser, at der kun i meget ringe Omfang kan være vandret tunge Stoffer ind i Rørvæggen med Vandet.

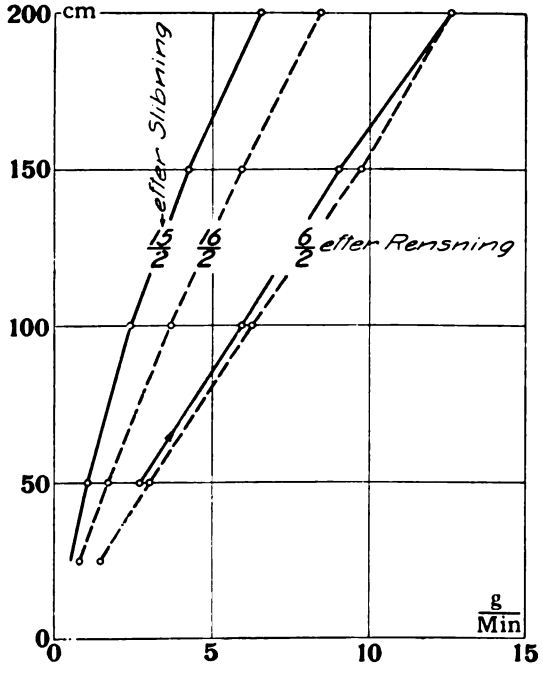


Fig. 34. Molerrør Nr. 50. Ledningsvand.

Røret stilledes atter under 25 cm Vandtryk 1 Døgn, hvorefter Kurven $^{6}/_{2}$ paa Fig. 34 fandtes. Den viser, at Slamlagets Fjernelse og Tørringen har forøget Strømstyrken stærkt i Forhold til $^{27}/_{1}$, men den naar dog ikke nær op til Begyndelsesværdien $^{26}/_{11}$. Tæthedsforøgelsen skyldes altsaa kun til Dels Overfladebelægningen.

Da det kunde tænkes, at de tættende Stoffer var trængt et Stykke ind i Rørvæggen, blev Røret taget ud $^{10}/_{2}$, tørret og slebet paa begge Cylinderfladerne, saaledes at de fik samme Beskaffenhed som oprindelig. Dimensionerne var saa:

Ydre Diameter: 5,21 cm,
Vægtykkelse: 0,91 cm,
Længde: 9,025 cm.

Digitized by Google

Vægt, Rumfang og Rumvægt er angivet i Tabel 15, Linie g. Ved et nyt Forsøg fandtes Opgangskurven $^{15}/_{2}$, ved hvilken der er Luft i Rørvæggen, thi Nedgangskurven (ikke tegnet) og en umiddelbart derefter bestemt Opgangskurve viste større Vandgennemgang. Efter en Nats Henstand under $h = 10$ cm fandtes Nedgangskurven mærket $^{16}/_{2}$, der ligger endnu mere tilhøjre, og dermed er Grænsen naaet, thi Dagen efter findes en stejlere Kurve, idet Selvtætningen atter dominerer.

Rørets Tæthedsforøgelse siden $^{26}/_{11}$ maa altsaa enten skyldes Stoffer, der er trængt dybt ind i Rørvæggen eller en blivende Udbulning af selve Materialet. Det første er det sandsynligste.

Røret henstod under $h = 25$ cm indtil $^{4}/_{3}$; da fandtes:

$h =$ 25 cm $Q = 0{,}21$ g/Min.
- $= 200$ — - $= 2{,}09$ —

Røret forblev under $h = 200$ cm og $^{5}/_{3}$ fandtes $Q = 1{,}79$ g/Min.
$^{6}/_{3}$ — - $= 1{,}57$ —
$^{26}/_{3}$ — - $= 0{,}45$ —
$^{27}/_{3}$ — - $= 0{,}46$ —

$^{27}/_{3}$ udtoges Røret. Det var rent indvendig, men Indersiden var slimet at føle paa. Ved en Rumvægtsbestemmelse fandtes Værdierne i Tabel 15, Linie h. En Sammenligning med Linie g viser, at den slimede Hinde har forøget Rumfanget, en Sammenligning med Linie e, at den har formindsket Rumvægten. Ved Tørring skallede Hinden af, og en Rumvægtsbestemmelse gav Værdierne i Tabel 15, Linie i, som ikke afviger nævneværdigt fra Værdierne i Linie g.

Forsøget viser, at Moler tætter sig i samme Grad som Cementmørtel, og at Tætningen delvis skyldes det overfladiske Slimlag, idet dettes Fjernelse gør Røret utættere.

En Sammenstilling af Vandgennemgangen for Molerrøret og Cementrør Nr. 10 straks ved Forsøgets Begyndelse findes i Tabel 16.

Tabel 16.

	Trykhøjde	Første 10 Min.	Næste 10 Min.	Tilvækst
Molerrør Nr. 50.....	25 cm	5,7 g	5,9 g	0,2 g
	50 -	12,9 -	13,1 -	0,2 -
	100 -	39,3 -	42,8 -	3,5 -
Cementrør Nr. 10	50 -	234,0 -	114,3 -	—119,7 -
	100 -	672,5 -	922,2 -	249,7 -

Digitized by Google

Molerrøret viser paa alle Trin en Stigning fra de første 10 Min. til de næste 10 Min. som Følge af Luftens Uddrivning, medens Cementrøret paa første Trin viser en stærk Nedgang, idet Virkningen af Cementens Svulmning langt overvejer Virkningen af Luftens Uddrivning. Man tør heraf slutte, at Molerrørets Selvtætning ikke i nogen væsentlig Grad skyldes en Svulmning af Materialet.

Tæthedstilvæksten maa da antages at skyldes Stoffer, som stammer fra Vandet.

Efter $3^1/_2$ Aars Henstand i Laboratoriet blev Røret afslebet indvendig og ovntørret ved en Temperatur, der efterhaanden bragtes op til 220^0. Efter 11 Døgns Ovntørring var Vægten formindsket fra 85,2 til 84,2 g. Det udsattes da for 50 cm Vandtryk; efter 3 Minuters Forløb var hele Røroverfladen vaad, og 1 Minut senere faldt den første Draabe. Derefter fandtes:

I de første 10 Minuter	:	$Q = 1{,}6$ g/Min.
— næste — —	:	$Q = 1{,}4$ —
— — — —	:	$Q = 1{,}5$ —
Efter i alt 3 Timer	:	$Q = 2{,}0$ —
— — $3^1/_2$ —	:	$Q = 2{,}0$ —

Det gennemsivende Vand var i den første Time gulligt farvet af fint Molerstøv.

At Q's Vækst skyldes Luftuddrivning kunde direkte iagttages, idet der kom Luftblærer frem paa Rørets Overflade. Da Q havde holdt sig konstant paa 2 i 40 Minuter, blev Trykket sat op til 200 cm, hvorved fandtes:

I de første 10 Minuter	:	$Q = 13{,}6$ g/Min.
— næste — —	:	$Q = 16{,}8$ —
— — — —	:	$Q = 18{,}4$ —
Næste Dags Morgen	:	$Q = 27{,}6$ —
følgende — —	:	$Q = 24{,}3$ —

altsaa fornyet Luftuddrivning og derefter Tætning.

Maksimalværdien 27,6 svarer meget nær til Maksimalværdien paa Fig. 33; den stærke Udtørring har altsaa omtrent bragt Røret tilbage til dets oprindelige Tilstand, ikke helt, da der maa tages Hensyn til, at Afslibningerne har forringet Vægtykkelsen 10 %.

Ved Trykvariationsforsøg fandtes Nedgangskurverne svagt konkave nedefter, Opgangskurverne svagt konkave opefter som Følge af den stadige Tæthedsforøgelse, men Middelkurven var retliniet.

Da Røret havde henstaaet under det høje Tryk fra $^7/_8$ til $^{19}/_8$ var det slimet udvendig. Q var da sunket til 18,1 g/Min. Et Trykvariationsforsøg gav retliniet Middelkurve.

Digitized by Google

Røret blev nu udtaget; det vejede 154,8 g. Det blev derefter lagt i Vand, der i 16 Døgn holdtes kogende om Dagen og stod til Afkøling om Natten. Hver Morgen vejedes Røret, og i de første 13 Døgn steg Vægten, derefter holdt den sig konstant. Vægtforøgelsen var da 3,7 g; der er altsaa udkogt 3,7 cm^3 Luft.

Røret blev derefter paany sat under 200 cm Tryk med følgende Resultat:

1 de første 15 Minuter: $Q = 32{,}4$ g/Min.
— næste — — : $Q = 30{,}8$ —

og derefter fortsat Tætning. Kogningen har altsaa forøget Q fra 18,1 til 32,4, en Værdi, der er større end de tidligere maalte.

Et Trykvariationsforsøg gav Kurver af samme Form som tidligere.

Man kan af Forsøget drage følgende Slutninger:

(1) Molerrørets Selvtætning skyldes ikke i væsentlig Grad Materialets Svulmning, men Stoffer, som Vandet fører med sig.

(2) Disse Stoffer kan fjernes ved Kogning.

(3) Selv om Røret har staaet længe under Tryk, indeholder det Luft, men ikke i saa store Mængder, at Q-h-Kurven bliver krum.

17. *Forsøg med Rør af Moler og med destilleret Vand.*

Da Ledningsvandet kunde tænkes at indeholde tættende Stoffer, blev der af samme Molersten udarbejdet et nyt Rør (Nr. 54), der prøvedes med destilleret Vand. Røret havde følgende Maal:

Ydre Diameter: 5,365 cm, Vægtykkelse: 1,032 cm, Længde: 9,115 cm.

Vægt, Rumfang og Rumvægt før og efter Tørring findes i Tabel 17, Linie a og b.

Tabel 17.

	Vægt	Rumfang	Rumvægt
a. Oprindelig	101,3 g	128,8 cm^3	0,786 g/cm^3
b. Tørret	100,2 -	128,8 -	0,778 -
c. Vandholdigt	184,9 -	128,8 -	1,436 -
d. —	186,3 -	129,0 -	1,444 -
e. —	187,0 -	129,4 -	1,445 -
f. Tørret	100,0 -	128,1 -	0,781 -
g. —	94,6 -	121,6 -	0,780 -

Denne Gang begyndtes med $h = 200$ cm, og Forsøgsvarigheden var som tidligere 20 Minuter paa hvert Trin. Første Dag fandtes Kurverne mærket $^8/_2$ (Fig. 35). Som Følge af Luftens Uddrivning vender Nedgangskurverne Konkaviteten opad. Efter $1^1/_2$ Døgns Henstand under $h = 25$ cm

Digitized by Google

fandtes Kurven mærket $^{10}/_{2}$; dens Op- og Nedgangsværdier var saa nær ens, at kun en Middelkurve er tegnet; dens Retliniethed tyder paa, at Luftuddrivningen er standset. En Rumvægtsbestemmelse gav Værdierne i Tabel 17, Linie c. Røret stilledes atter under $h = 25$ cm indtil $^{1}/_{3}$ kun afbrudt af Prøver $^{19}/_{2}$ og $^{26}/_{2}$; Kurven for $^{19}/_{2}$ er ikke tegnet, da den meget nær falder sammen med Kurven $^{26}/_{2}$; i den mellemliggende Uge er der altsaa ikke sket nogen væsentlig Tætning. En Rumvægtsbestemmelse $^{1}/_{3}$ gav Værdierne i Tabel 17, Linie d, der viser en yderligere Vandoptagelse. Rørets Inderflade var belagt med en brunsort, slimet Hinde, som ved Berøring klæbede til Fingrene, og som var tættest i Rørets nedadvendende Ende; Hinden viste sig at indeholde Jærn, der maa stamme fra Flangerne.

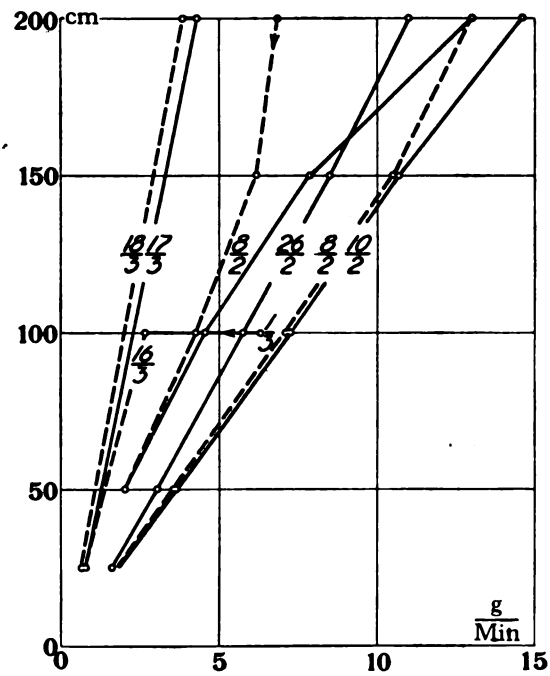


Fig. 35. Molerrør Nr. 54. Destilleret Vand.

Røret indspændtes paa ny og holdtes under $h = 100$ cm fra $^{1}/_{3}$ til $^{16}/_{3}$. Straks efter Indspændingen var $Q = 6{,}31$ g/Min altsaa noget større end tidligere formentlig hidrørende fra Hindens Beskadigelse; men Q aftog fra Dag til Dag, og $^{16}/_{3}$ fandtes 2,66 g/Min. Derefter fandtes de med $^{16}/_{3}$ til $^{18}/_{3}$ mærkede Kurver, der dog kun er bestemt ved $h = 25$ og $h = 200$.

Da Røret toges ud, genfandtes den slimede Hinde. Vægt og Rumvægt fremgaar af Tabel 17, Linie e, bægge Størrelser er kun uvæsentligt forøgede. Ved Tørring i Varmeskab skallede Hinden af. Efter at de løstsiddende Skaller var afbørstede, fandtes Værdierne i Linie f.

Efter en grundig Afslibning af Rørets Inderside, hvorved Vægtykkelsen formindskedes til 0,965 cm, og paafølgende Tørring ved 120° fandtes de i Linie g indførte Værdier. At Rumvægtene i Linie f og g er lidt større end i Linie b skyldes formentligt Kvægsølvoptagelse.

Forsøget viser, at destilleret Vand tætter paa samme Maade som Ledningsvand.

Da Røret ganske svarer til Rør Nr. 50, er det paafaldende, at den

Digitized by Google

maksimale Værdi af Q_{200} kun er ca. 15 g/Min ved Brug af destilleret Vand mod ca. 27 g/Min ved Brug af Ledningsvand, hvorom nærmere i Stykke 19.

18. *Forsøg med Lerrør og destilleret Vand.*

Et Rør (Nr. 53) blev fremstillet af 100 Vægtdele rødt Teglværksler og 15 Vægtdele Savsmuld og blev brændt ved 750—800°. Dets Dimensioner var:

Ydre Diameter: 4,722 cm, Vægtykkelse: 0,930 cm, Længde: 8,47 cm.

Efter Tørring var Vægt, Rumfang og Rumvægt som angivet i Tabel 18, Linie a.

Tabel 18.

	Vægt	Rumfang	Rumvægt
a. Tørret ($^{25}/_{3}$)	118,2 g	93,85 cm³	1,259 g/cm³
b. Vandholdigt ($^{15}/_{4}$)	168,0 -	94,22 -	1,783 -
c. Tørret	118,3 -	93,91 -	1,260 -
d. Vandholdigt	160,6 -	94,14 -	1,706 -
e. Udglødet	116,4 -	93,51 -	1,245 -
f. Vandholdigt	156,0 -	93,51 -	1,668 -
g. Udglødet	116,0 -	93,20 -	1,245 -

Røret prøvedes med destilleret Vand, og første Gang fandtes Kurverne $^{25}/_{2}$ (Fig. 36). Derefter henstod Røret med $h = 10$ cm til $^{27}/_{2}$, da et nyt Forsøg gav de med $^{27}/_{2}$ mærkede Kurver, hvorefter Røret atter henstilledes med $h = 10$ cm.

Kurverne viser:

1) Luftens Uddrivning under Opgangen $^{25}/_{2}$.
2) Voksende Tæthed under Nedgangen $^{25}/_{2}$ og under Henstanden $^{25}/_{2}$—$^{27}/_{2}$.
3) Aftagende Tæthed under Opgangen $^{27}/_{2}$.
4) Voksende Tæthed under Nedgangen $^{27}/_{2}$.
5) Aftagende Tæthed under 2. Opgang $^{27}/_{2}$.

Tætheden vokser altsaa fra Dag til Dag, men indenfor et enkelt Trykvariationsforsøg udvider Porerne sig under Opgangen og indsnævrer sig under Nedgangen.

Et nyt Forsøg $^{12}/_{3}$ viser, at Røret er blevet tættere, men iøvrigt samme Fænomen: Tæthedens Aftagen under Opgangen og Vækst under Nedgangen. Trykket holdtes 20 Minutter paa hvert Trin, og Q er Middel-

Digitized by Google

værdien for denne Periode; ved at gøre Perioden noget længere kunde man i højere Grad eliminere Eftervirkningen, og baade Op- og Nedgangskurven fandtes da krummere.

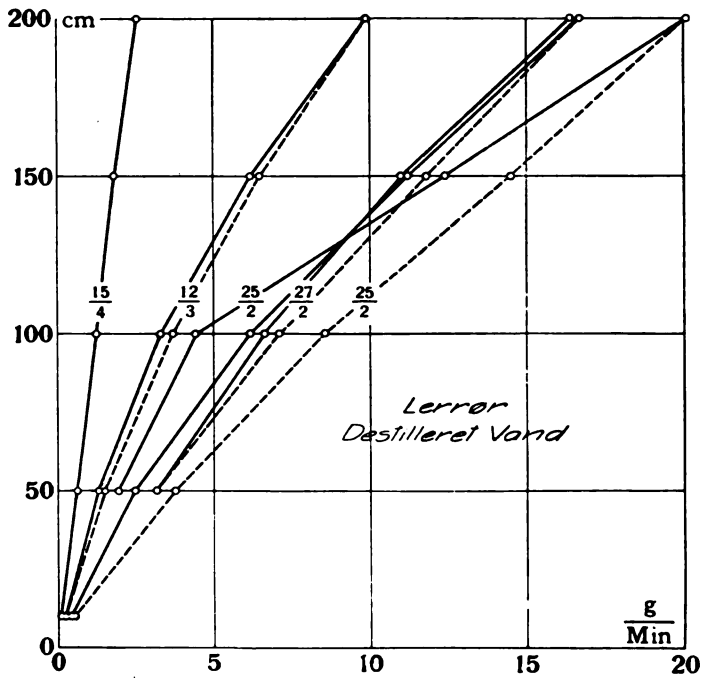


Fig. 36. Lerrør Nr. 53. Destilleret Vand.

Ved et sidste Forsøg $^{15}/_{4}$ er Kurven omtrent retliniet.

Det gennemsivende Vand var i hele Forsøgsperioden gyldent farvet, dog var Farvens Intensitet noget aftagende.

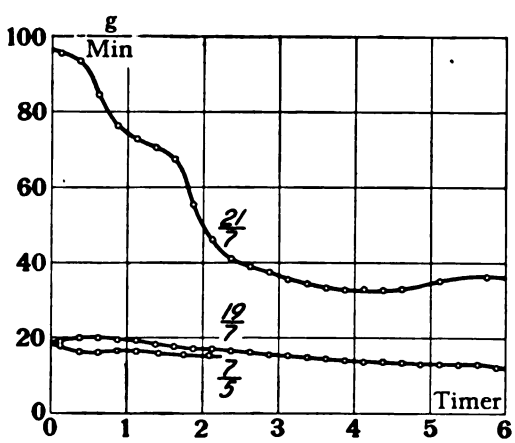


Fig. 37.
Lerrør Nr. 53. Destilleret Vand. $h = 200$ cm.

Efter Forsøget $^{15}/_{4}$ blev Røret taget ud. Det var indvendig belagt med et løstsiddende, let slimet Lag, hvis Farve var mørkebrun med et svagt violet Anstrøg. Efter Afskylning foretoges en Rumvægtsbestemmelse (Tabel 18, Linie b) og efter Tørring en ny (Linie c). En Sammenligning mellem Linie a og Linie c viser ingen nævneværdig Forskel.

Efter Tørringen $^{15}/_{4}$ henstod

Digitized by Google

Røret i Luften til $^{7}/_{5}$, hvorved Vægten steg 0,7 g. Derefter udsattes det i 3 Timer for 200 cm Vandtryk, og Strømstyrken varierede da, som Kurven mærket $^{7}/_{5}$ paa Fig. 37 viser. Begyndelsesværdien 18,6 g/Min er paa det nærmeste den samme som $^{25}/_{2}$. Kurven er, i Modsætning til Kurven $^{25}/_{2}$ paa Fig. 36, lidet præget af Luftuddrivning, formentlig fordi Størstedelen af Luften straks uddrives ved det store Tryk. Efter yderligere 3 Døgns Henstand under $h = 25$ cm fandtes de i Tabel 18, Linie d indførte Værdier, der viser, at Luften ikke har været helt uddrevet.

Efter godt 2 Aars Henstand i Luften vejede Røret 121,4 g. Det blev da udglødet ved 5—600°, hvorefter Tallene i Tabel 18, Linie e fandtes. Forsøget $^{7}/_{5}$ blev nu gentaget med omtrent samme Resultat (Kurven mærket $^{19}/_{7}$), hvorefter Værdierne i Linie f fandtes. Efter en fornyet Udglødning fandtes Tallene i Linie g og Kurven mærket $^{21}/_{7}$, men samtidig opdagedes en Revne i Rørvæggen. Kurven viser, at en saadan Revne tætter sig paa samme Maade som de almindelige Porer.

19. *Forsøg med Berkefeld Filter.*

Berkefeld Filtret er et rørformet, groft porøst Bakteriefilter fremstillet af Kiselgur. Da et saadant Filter i højere Grad end de tidligere prøvede Rør maatte antages frit for løse Partikler og kemisk uforanderligt, blev dets Selvtætning undersøgt under Anvendelse af destilleret Vand. For om muligt at undgaa Bakterie- og Algevækst blev der til hver Liter Vand sat 5 cm³ Kloroform.

Filteret bestaar af Kiselgurrøret *K* (Fig. 38), endende i et Mundstykke *M* af Porcelæn og fastholdt i Glasrøret *G* af en Kautsjukprop *P*. Forsøgsvædsken tilførtes foroven gennem en Gren *A* paa det normale Stigrør *R*, gik igennem Kiselgurrørets Væg og opsamledes under Mundstykket *M*.

Der anvendtes 200 cm Trykhøjde regnet fra Rørets Midte, og Vandet begyndte straks at dryppe fra Filtret. Fig. 39 viser Resultaterne fra den første Forsøgsdag. I den første Time uddrives Luften hurtigt, derefter langsomt. Efter 7 Timers Forløb begynder Q at aftage. Om Natten sattes Trykket ned til 30 cm, og næste Morgen atter op til 200 cm; Q var da ca. 2 g/Min mindre end den foregaaende Dag og aftog jævnt i Løbet af Dagen, men meget lidt, Aftenværdien var kun 1,5 g/Min lavere end Morgenværdien. Den følgende Nat under $h = 30$ havde samme Virkning som den første, altsaa en Reduktion af Q_{200} med ca. 2 g/Min.

Den 3. Dag fandtes den i Fig. 40 viste Ned- og Opgangs-

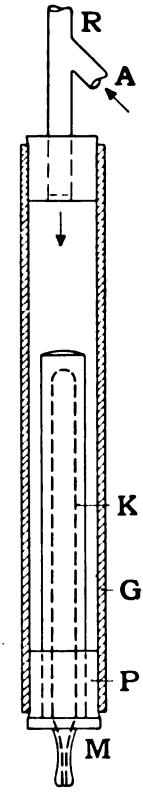


Fig. 38. Berkefeld Filter.

Digitized by Google

kurve (40 Minuter paa hvert Trin), der er meget retliniede. At Kurverne ikke gaar gennem Nulpunktet er en Følge af, at Trykhøjden er maalt fra

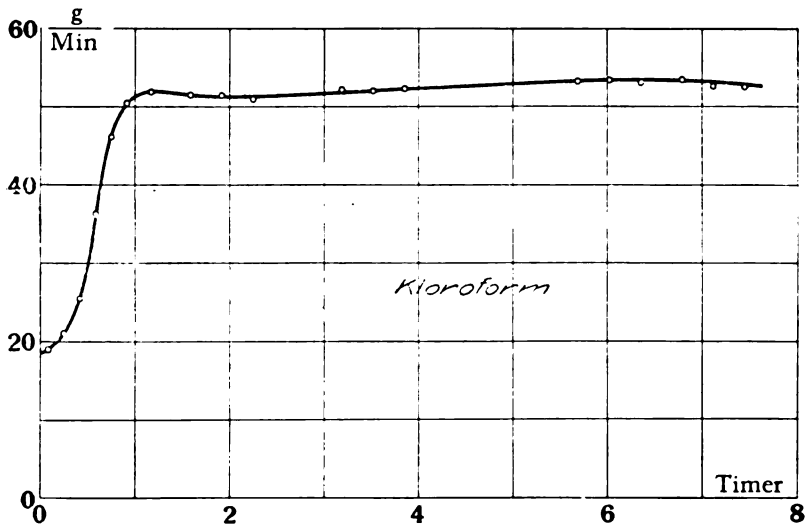


Fig. 39. Berkefeld Filter. Destilleret Vand med Kloroform. $h = 200$ cm.

Filtrets Midte, medens den burde have været maalt fra Filtermundingen, der laa ca. 15 cm lavere, thi da Filtrets Indre var vandfyldt, optræder Atmosfæretrykket først i Mundingen. Forsøg 1 Døgn senere med $h = 25$ cm og $h = 0$ gav de indcirklede Punkter.

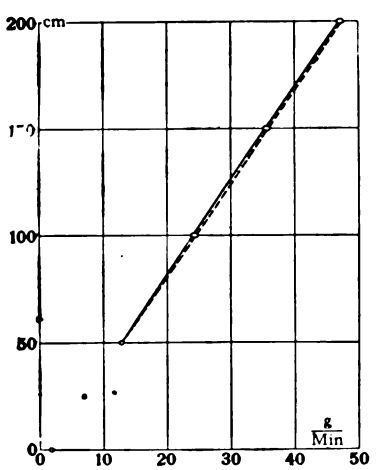


Fig. 40. Berkefeld Filter. Destilleret Vand med Kloroform.

Filtret henstod saa i 4 Døgn under $h = 0$, og da Forsøgene derefter genoptoges, foregik Selvtætningen langt hurtigere end tidligere. Medens der paa Forsøgets 2. Dag ($^9/_4$), da Røret henstod under $h = 200$ cm, kun skete en Reduktion af Q svarende til 0,11 g/Min for hvert kg gennemløbet Vand og den følgende Dag under Trykvariationerne (Fig. 40) saa godt som ingen Tætning skete, viste det sig i Dagene efter Henstanden, at Q ved $h =$ 200 aftog med 0,46 g/Min for hvert kg gennemløbet Vand. Den sidste Maaling ved $h = 200$ foretoges $^{20}/_5$ og gav $Q = 25{,}2$ g/Min; den sidste Maaling ved $h = 25$ foretoges $^7/_5$ og gav $Q = 2{,}1$ g/Min.

Forsøgsresultaterne tyder paa, at Kloroformen straks har hæmmet Selvtætningen, men at Virkningen har været forbigaaende.

Digitized by Google

At Berkefeld Filtrets Selvtætning ikke skyldes Svulmning, men udelukkende Filtervirkning kan betragtes som givet, og Spørgsmaalet bliver da, om de Stoffer, som findes i Vandet, og som tilbageholdes af Filtret, er organiske eller uorganiske. Da destilleret Vand er frit for uorganiske Stoffer og, naar det ikke er nydestilleret, rigt paa organiske, medens Ledningsvandet indeholder uorganiske Stoffer og kun i ringe Grad orga-

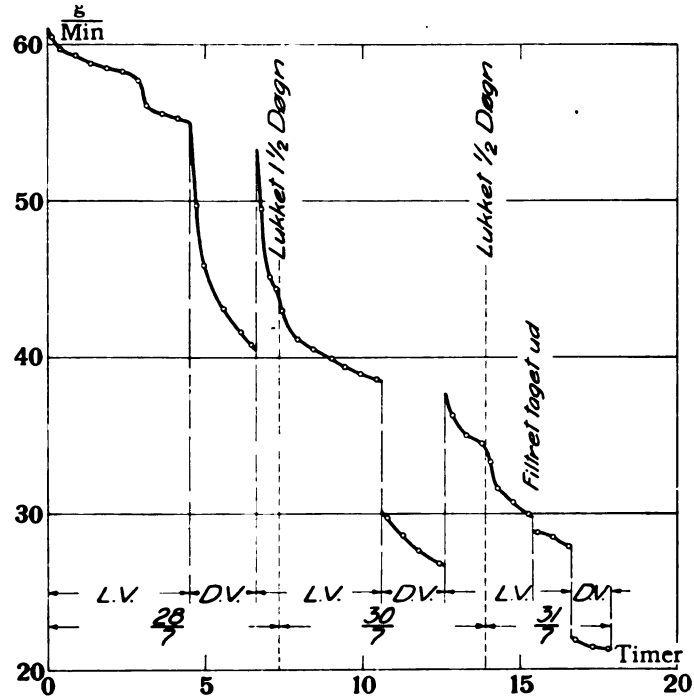


Fig. 41. Berkefeld Filter. $h = 200$ cm. Ledningsvand og destilleret Vand.

niske, blev Filtret prøvet med disse to Vandsorter og $h = 200$ cm. De to Mariotteflasker blev anbragt Side om Side med hver sin Kautsjukslange, der skiftevis forbandtes med Glasrøret. Filtret var grundigt udskyllet efter det første Forsøg og vandmættet ved Forsøgets Begyndelse.

Der begyndtes med Ledningsvand, og Resultatet ses paa Fig. 41. Det pludselige Fald i Strømstyrke efter 3 Timers Forløb er en Følge af, at der paa dette Tidspunkt tilførtes Mariotteflasken nyt Vand, som var koldere end Luften. Efter $4^1/_2$ Times Forløb blev Tilførselsslangen lukket og fjernet, Stigrøret og Filtret tømt for Vand og derefter forbundet med den anden Slange. Resultatet fremgaar af Figuren; det destillerede Vands Organismer medfører en hurtig Tilstopning af Filtret. Da der atter skiftedes om til Ledningsvand (efter Tømning af Filtret som tidligere), fandtes Q paany stor, men Ledningsvandet virker nu lige saa tættende som det de-

Digitized by Google

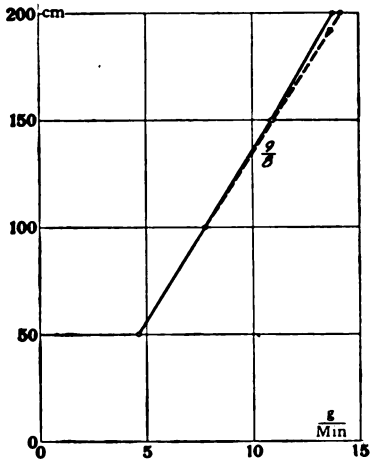


Fig. 42. Berkefeld Filter.

stillerede. Det paafølgende $1^1/_2$ Døgn henstod Filtret med lukket Afløbstud, saaledes at Vandgennemgangen var standset, derefter fortsattes Forsøget med i Hovedsagen samme Resultat: Q er væsentlig større ved Ledningsvand end ved destilleret Vand. Det pludselige Fald i Ledningsvandskurven $^{31}/_7$ skyldes et Kontrolforsøg, ved hvilket Filtret blev udtaget og tømt paa samme Maade som ved et Vandskifte. Den Uregelmæssighed i Kurven, som Tømningen har medført, ses at være ringe sammenlignet med Virkningen af Vandskiftet.

Filtret blev nu skyllet ud og Forsøget gentaget med samme Udfald. $^9/_8$ udførtes et Trykvariationsforsøg med det paa Fig. 42 viste Resultat.

20. *Paavisning af Vandbakterier.*

Da de foregaaende Forsøg viser, at destilleret Vand, som ikke er kloroformeret, flyder trægere og tætter stærkere end Ledningsvand, og da dets Tætteevne kun kan skyldes Organismer, er der Grund til at tro, at ogsaa Ledningsvandets Tætteevne skyldes saadanne; da de trives daarligere i Ledningsvandet, tætter dette mindre. Til Bekræftelse af denne Formodnings Rigtighed blev et Cementrør og et Lerrør udsat for gennemsivende Ledningsvand i lang Tid.

Cementrøret var det i Stykke 8 omtalte Rør Nr. 56 (1 : 3 med 8 % Vand, luftlagret, $2^3/_{12}$ Aar gammelt).

Umiddelbart efter at den paa Fig. 13 i Stykke 8 viste Kurve var bestemt, foretoges et Trykvariationsforsøg ($^1/_2$ Time paa hvert Trin), hvorved de paa Fig. 43 med $^{18}/_6$ mærkede Kurver fandtes. Nedgangskurven viser, som rimeligt er, fortsat Tætning, og Opgangskurven svarer derfor til et tættere Rør end Nedgangskurven, men Tætheden forringes under Opgangen. Forsøget varede $3^1/_2$ Time, og Slutværdien af Q_{200} var 133,5 g/Min; hvis det tilsvarende Punkt afsættes paa Fig. 13, faar man en meget naturlig Fortsættelse af den tegnede Kurve.

Der stilledes paa $h = 25$ cm om Natten. De to følgende Dage fandtes Kurverne mærkede $^{19}/_6$ og $^{20}/_6$. Efter en Uges Henstand under varierende Tryk fandtes Kurven mærket $^{27}/_6$ (Fig. 44), som en Middelkurve for Op- og Nedgang. De tre følgende Dage fandtes tilsvarende Kurver som vist. Forsøget fortsattes indtil $^3/_7$. Røret blev da taget ud, det var stærkt sli-

Digitized by Google

met udvendig og lidt indvendig. I Indersidens Porer sad smaa rødbrune Partikler, der ikke opløstes af Saltsyre. Røret lugtede raaddent.

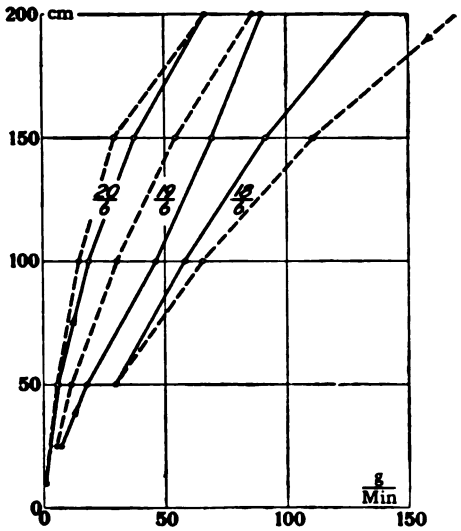


Fig. 43. Cementrør Nr. 56. Ledningsvand.

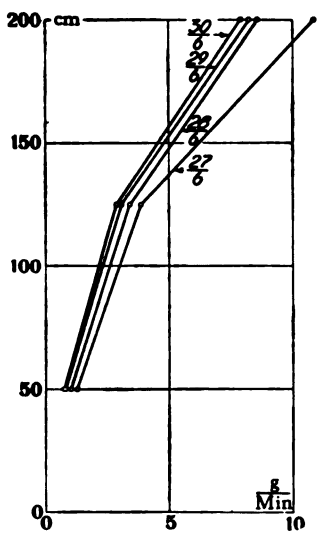


Fig. 44. Cementrør Nr. 56. Ledningsvand.

Røret indsattes paany og holdtes under 200 cm Tryk indtil $^5/_9$. Q var da gaaet ned til 0,077 g/Min, hvilket er 0,2 $^0/_{00}$ af Begyndelsesværdien. I Mariotteflasken havde der efterhaanden samlet sig noget Slam, dels graaligt med slimet Udseende, dels rødt; ved en ringe Rystelse svævede det op i Vandet; det var uopløseligt i Saltsyre. Paa Rørets Yderside havde der dannet sig et tykt, klumpet Slimlag (Fig. 45). Indvendig var Røret kun let slimet.

Det udvendige Slimlag fandtes at indeholde Slimbakterier (Mikrokokker).

For at faa afgjort om Bakterierne stammede fra Vandet eller fra Luften blev et Lerrør prøvet paa tilsvarende Maade under Anvendelse af kogt og derefter filtreret Ledningsvand. Røret (Nr. 52) var fremstillet af rødt Teglværksler blandet med 10 $^0/_0$ Savsmul og brændt ved 750—800°. Efter Tørring ved 120° var Rumvægten 1,407 g/cm^3. Det kogtes i 14 Døgn og holdtes derefter under et variabelt Vandtryk fra $^{19}/_7$ til $^{11}/_8$; paa dette Tidspunkt var Røret blevet let slimet udvendig og noget mere indvendig. Det udsattes derefter for 50 cm Vandtryk fra $^{11}/_8$ til $^{30}/_8$, hvorved Slimlaget antog et lignende Udseende som Cementrørets (Fig. 46). Det indeholdt meget smaa Stavbakterier.

Bakterierne maa altsaa i Hovedsagen stamme fra Luften. Dette faar man bekræftet ved at henstille Ledningsvand i et aabent og i et lukket

Digitized by Google

Glas. Efter nogen Tids Henstand er det aabne Glas' Inderside slimet at føle paa et Stykke under Vandlinien, det lukkede Glas' ikke.

De to Rørforsøg udførtes med Mariotteflaske. Som omtalt i Stykke 3 gik man senere over til at føre Vandet fra Vandværksledningen direkte til Flasken gennem en Kautsjukslange, der dykkede ned i denne, og man kunde

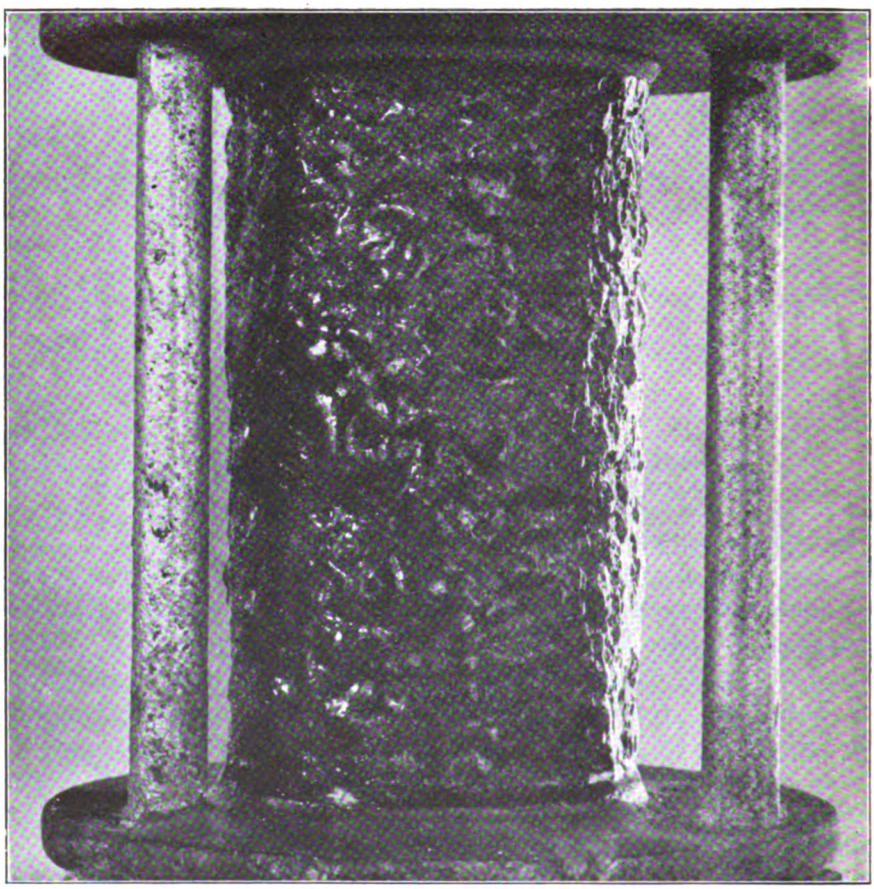


Fig. 45. Bakterieslim paa Cementrør Nr. 56.

da iagttage Slimdannelserne allerede i Flasken, hvor de voksede paa Slangens Yderside som halvklare Traade, der efterhaanden blev tydeligere og længere. I disse Slimdannelser fandtes Streptococcer, Staphylococcer, Sarcina, Bc. proteus og muligvis Bc. subtilis.

Denne frodige Bakterievækst er kun iagttaget efter Laboratoriets Henflytning til Sølvgadens Kaserne. Da Laboratoriet havde til Huse i Malmøgade, generede Bakterierne ikke; ved de i Stykke 12 omtalte 2-aarige Forsøg var der ingen Slimdannelser. Forskellen skyldes muligvis, at For-

Digitized by Google

søgene i Malmøgade blev udført i en kold Kælder, de senere Forsøg derimod i solbeskinnede og centralopvarmede Rum; den højere Temperatur begunstiger Bakteriernes Vækst.

Ved nogle af de Rør, paa hvilke Slimdannelserne fik Lejlighed til at udvikle sig, voksede der til Tider Luftblærer frem i Slimen (Fig. 51).

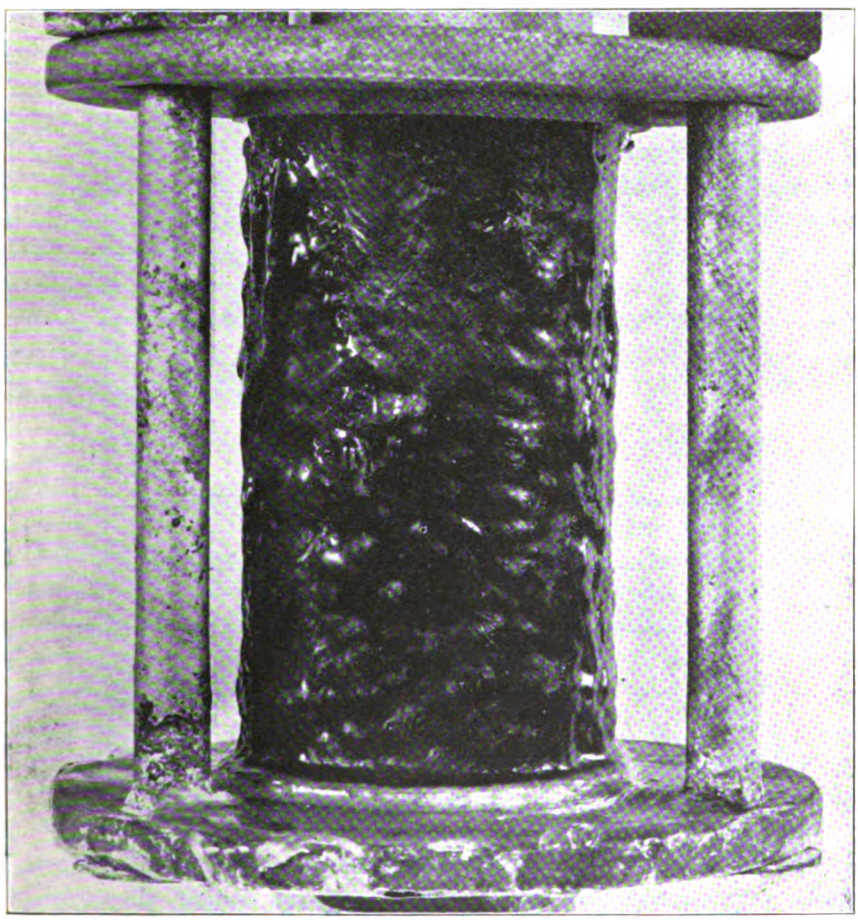


Fig. 46. Bakterieslim paa Lerrør Nr. 52.

21. *Trykvariationers Eftervirkning.*

Har man holdt et vist Tryk, h cm, saa længe, at Luftuddrivningen er standset, og Tilstanden tilsyneladende er blevet konstant bortset fra Selvtætningen, og man derefter forøger Trykket til H cm, findes undertiden en forholdsvis ringe Strømstyrke, der derefter vokser til et Maksimum og saa atter aftager. Sænkes Trykket til den gamle Værdi, findes straks en forholdsvis stor Strømstyrke, der efterhaanden aftager.

Digitized by Google

Ved det Forsøg med Rør Nr. 56, der gav Kurven 27/6 paa Fig. 44, var disse Eftervirkninger særligt fremtrædende, som Fig. 47 viser. Om Aftenen 26/6 indstilledes paa $h = 50$ cm, hvorved fandtes $Q = 1{,}29$ g/Min. Middelværdien for Natten var 1,28 og næste Morgen fandtes 1,29 to Gange i Træk; disse Værdier er afsat nederst til venstre paa Fig. 47. Nulpunktet for Abscisserne svarer til Kl. 9 om Morgenen; de maalte Q-

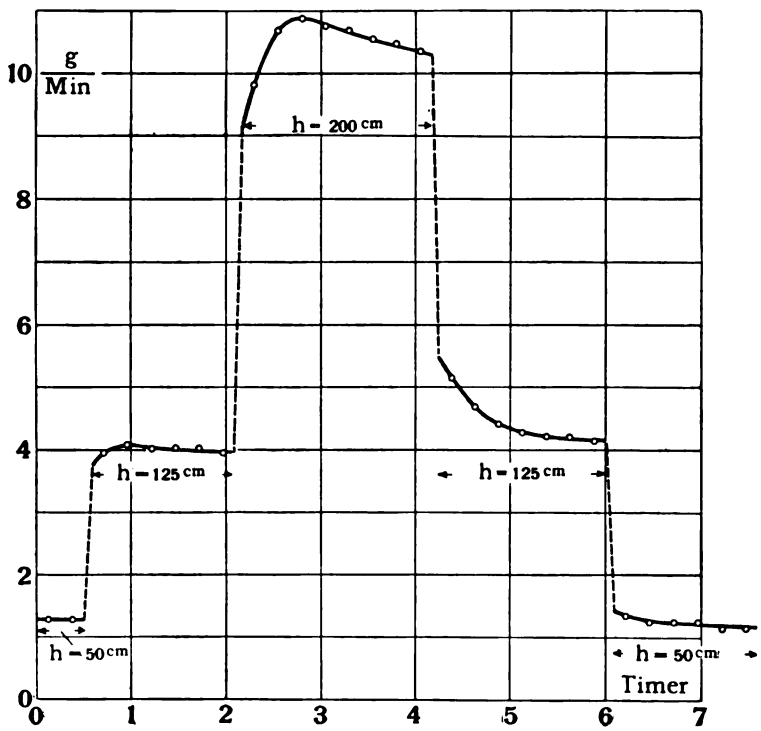


Fig. 47. Trykvariationers Eftervirkning. Cementrør Nr. 56.

Værdier er Middeltal for 15 Minuter og afsat midt i denne Periode. Da Trykket sattes op til 125 og senere til 200 cm, fandtes de to følgende Kurver, af hvilke navnlig den sidste viser en stærk Eftervirkning af det lavere Tryk; da Trykket atter sænkedes, først til 125, derefter til 50 cm, fandtes de to sidste Kurver, af hvilke navnlig den næstsidste viser stærk Eftervirkning af det højere Tryk.

Trykstigning bevirker altsaa tilsyneladende en Udspiling af Porerne, og denne Udspiling, der først naar sit Maksimum efter nogen Tids Forløb, overvejer i Begyndelsen Selvtætningen. Naar Trykket sænkes, bruger Porerne en vis Tid om at trække sig sammen, og i Begyndelsen aftager Strømstyrken derfor hurtigere end svarende til Selvtætningen.

Denne Eftervirkning kan forklares paa følgende Maader:

Digitized by Google

(1) Rørvæggen indeholder Luft, der kan stamme fra Porernes oprindelige Luftindhold eller være udskilt af Vandet under Forsøget. Luften kan antages at sidde som Blærer i Højdepunkterne af Porer, der er krumme og vender Konkaviteten nedad. Blæren indsnævrer Porens Tværsnit det paagældende Sted, saa der gaar mindre Vand igennem. Udfylder Blæren hele Tværsnittet, standser Strømmen helt. En Blære med Rumfang $\frac{3}{4} \cdot \pi \cdot r^3$ kan altsaa lukke en Pore med Rumfang $\pi \cdot r^2 \cdot l$. Forholdet mellem disse to Rumfang er $\frac{3}{4} \cdot \frac{r}{l}$; er Porerne snævre, kræves der derfor en meget ringe Luftmængde til at stoppe dem.

Naar Trykhøjden forøges, sammentrykkes Blærerne, hvorved Strømstyrken vokser; naar Trykket forringes, udvider Blærerne sig, hvorved Strømstyrken aftager; paa Grund af Porernes Snæverhed foregaar disse Bevægelser mer eller mindre langsomt.

Blærernes Rumfangsændring kan let udregnes, da Produktet af Tryk og Rumfang er konstant. Fylder Rørvæggens Luft L cm^3 ved Atmosfærens Tryk ($h = 0$), og regnes dette lig Trykket af 1000 cm Vandsøjle, vil Luftens Rumfang ved $h = 200$ cm være:

$$L \cdot \frac{1000}{1000 + 200} = \frac{5}{6} \cdot L.$$

(2) Poremundingerne og Porevæggene dækkes efterhaanden af et Slimlag, i hvilket Vandstrømmen danner Kanaler, som langsomt udvider sig, naar Strømstyrken vokser, og indsnævrer sig, naar Strømstyrken aftager.

(3) Slimen udskiller Luft, der virker som under (1) nævnt. Under Mikroskop viste Slimen talrige smaa Luftblærer.

Eftervirkningen kan være en Følge af saavel (1) som (2) eller (3), men da den er optraadt særlig kraftigt ved det stærkt slimede Rør Nr. 56, maa (2) eller (3) antages at være den dominerende Aarsag. Herfor taler ogsaa den Omstændighed, at Eftervirkningerne først viser sig, naar Rørene har staaet under Tryk i nogen Tid. Om Slimen virker som under (2) eller som under (3) angivet kan ikke afgøres; for Virkemaaden (3) taler, at Eftervirkningerne kan være til Stede den ene Dag og ikke den næste. Til Eksempel blev det i Stykke 8 omtalte Cementrør Nr. 58 (Fig. 13) efter 2 Timers Forsøg henstillet i flere Døgn under 25 cm Tryk, og hver Dag undersøgtes, om Trykvariationen medførte Eftervirkninger. 2 Timers Forsøget var udført 3/7, den næste Dag fandtes ingen Eftervirkning, men de følgende Dage var der stærk Eftervirkning som Tabel 19 (Pag. 56) viser.

Ogsaa 7/7 var der Eftervirkning, men 9/7 var den ikke tilstede.

Eftervirkninger iagttoges ogsaa ved fortsatte Forsøg med den i Stykke 6 omtalte Molerskive. Som dèr nævnt fandtes Luftuddrivningen at ske meget langsomt, navnlig ved smaa Tryk. Forholdet mellem h og Q er vist paa Fig. 48

Digitized by Google

Tabel 19.

$h =$	25	50	125	200	125	50 cm
Begyndelsesværdi $^5/_7$.....		4,4	35,3	91,5	34,7	6,0 g/Min
Maksimalværdi $^5/_7$.....	1,6	4,5	39,3	98,5		—
Begyndelsesværdi $^6/_7$.....			8,0	26,7	13,7	1,8 —
Maksimalværdi $^6/_7$.....		1,3	8,7	30,7		—

ved den med 9/3 mærkede Kurve. Ved $h = 200$ fandtes straks $Q = 1{,}23$ g/Min, men Værdien voksede fra Time til Time og efter 67 Timers Forløb fandtes den med 12/3 mærkede Maksimalværdi $Q = 4{,}5$ g/Min. Indtil da har Virkningen af Luftuddrivningen overvejet Virkningen af Selvtætningen, derefter er Forholdet det omvendte, og efter yderligere 24 Timers Henstand fandtes $Q = 4{,}08$ g/Min. Paa dette Tidspunkt formindskedes Trykket til 150 cm og holdtes her i 46 Timer med det i Figuren viste Resultat. Derefter holdtes $h = 100$ cm i 22 Timer. Man ser, at Selvtætningens Intensitet aftager med Q.

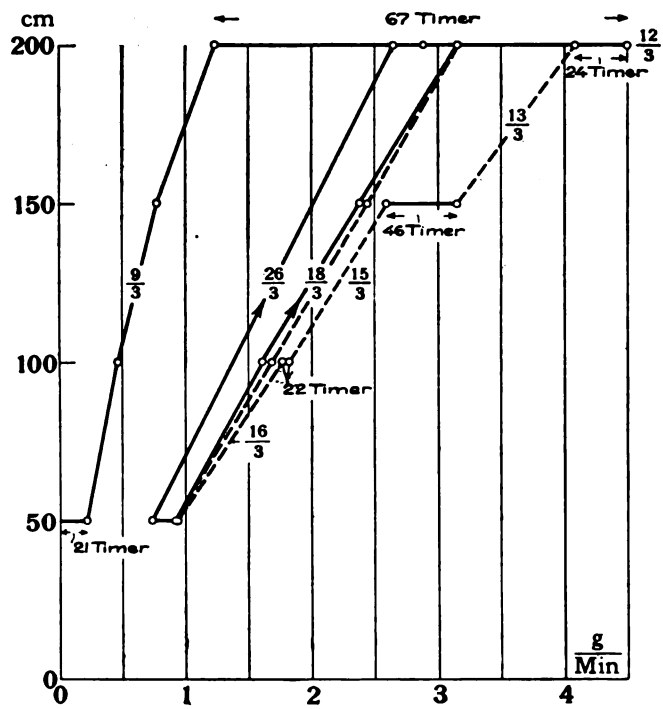


Fig. 48. Molerskive.

Digitized by Google

De med 13/3, 15/3, 16/3 mærkede Linier skærer Abscisseaksen tilhøjre for Nulpunktet. Strømstyrken umiddelbart efter Tryksænkningen (denne udførtes i Løbet af faa Minuter) er altsaa større end efter Teorien.

2 Dage senere fandtes den med 18/3 mærkede Op- og Nedgangskurve, ved hvis Bestemmelse Forsøgstiden kun var 20 Minuter for hver Tryk-højde, og som derfor heller ikke gaar gennem Nulpunktet, idet Q *maks* kun er naaet ved $h = 50$ cm.

Ved Henstand fra 18/3 til 26/3 under $h = 50$ cm formindskedes Q som vist. Derefter forøgedes h til 200 cm, hvorved fandtes:

I de	første	10	Min.	2,65	g/Min
" "	følgende	"	—	2,73	—
" "	—	7	Timer	2,88	—
" "	—	24	—	2,74	—
" "	—	46	—	2,39	—

Man ser, at Maksimalværdien af Q først naas i Løbet af mange Timer. Den med 26/3 mærkede Linie svarer til Begyndelsesværdien 2,65 g/Min; flyttes dens øvre Endepunkt til $Q = 2{,}88$ g/Min (det nærmeste indcirklede Punkt), gaar Linien gennem Nulpunktet.

Da Skiven blev taget ud, fandtes paa Oversiden et tyndt, brunt Slam-lag, indeholdende haarde Korn og ikke i væsentlig Grad slimet. Efter Af-skylning og Aftrykning i et Klæde fandtes de i Tabel 2, Linie c indførte Værdier. Efter Tørring ved 120° fandtes de i Linie d indførte Værdier, som viser, at Vægt og Rumvægt er blevet formindsket, medens Rumfanget paa det nærmeste er uforandret; Vandet har altsaa tilsyneladende bortført Stof fra Skiven. Det var ventet, at Vejningerne vilde oplyse om, hvorvidt der var Luft i Skiven under Forsøget 26/3, men de fører til en negativ Luftmængde, saa der maa formentlig være Fejl i dem. Skivens Porøsitet var nemlig 0,649 (se Stykke 6), saa Skiven skulde højst kunne optage 0,649 g Vand pr. cm^3, men selv om man holder sig til Værdierne i Ta-bellens Linie b og c, har Vandindholdet været $1{,}430 - 0{,}754 = 0{,}676$ g/cm^3.

22. *Aarsagen til Q-h-Kurvernes Krumning.*

Den Krumning, som mange af Trykvariationskurverne viser, ogsaa efter at Luftuddrivningen tilsyneladende er standset, har utvivlsomt samme Aar-sag som Eftervirkningerne. Ligesom disse var Kurvekrumningen meget ud-præget ved det stærkt slimede Rør Nr. 56 (Fig. 44).

Deles Trykvariationsforsøget i 3 Perioder: Luftuddrivningsperioden, Mellemperioden og Slutperioden gælder følgende:

Digitized by Google

(1) I Luftuddrivningsperioden var Kurverne altid krumme.

(2) I Mellemperioden havde Berkefeldfiltret, Molerrørene og stærkt porøse Cementrør retliniede Kurver, medens svagt porøse Cementrør havde krumme Kurver.

(3) I Slutperioden var Kurverne oftest krumme.

Disse Iagttagelser tyder paa, at Krumningen i Mellemperioden skyldes Luftblærer, som er blevne indelukkede ved Cementens Svulmning. Er Cementrørets Porer grove, kan Luften undvige trods Svulmningen. Er Rørvæggen af et ikke svulmende Materiale, kan Luften ogsaa undvige.

Hvis Krumningen først optræder i Slutperioden, er den utvivlsomt en direkte eller indirekte Følge af Slimdannelserne.

I Mellemperioden kan Kurvekrumningen ikke eller kun tildels skyldes Slim, thi Forsøg med Benzin gav ogsaa krumme Kurver (Stykke 24).

23. *Forsøg med surt Vand.*

Det til Forsøgene benyttede Ledningsvand, der i Forvejen var noget basisk (p_H = ca. 7,5), blev mere basisk ved at passere Cementrørenes Vægge. Det maa derfor have opløst Kalk, og alligevel har Rørene tættet sig. Da surt Vand opløser mere Kalk, blev det undersøgt, om ogsaa saadant Vand virkede tættende, idet der brugtes Ledningsvand tilsat 0,55 cm^3 koncentreret Saltsyre pr. l (p_H = 4—5).

Til Forsøget benyttedes det i Stykke 15 omtalte Rør Nr. 78, der efter at være prøvet med Ledningsvand (Forsøget afsluttet 18/7) havde henstaaet i Laboratoriet. Da Syreforsøget paabegyndtes — 3/8 — var Rørets Vægt 245,3 g. I de første 15 Min var Vandgennemgangen ved 50 cm Tryk 8,80 g/Min. Ligesom tidligere viste Virkningerne af Svulmning og Luftuddrivning sig, men derefter tættede Røret sig, saaledes at der 6/8 fandtes Q = 0,09 g/Min. Trykket sattes saa op til 100 cm, hvilket straks medførte Q = 2,06 g/Min, men i Løbet af det følgende Døgn gik Q ned til 0,23 g/Min. Da Trykket sattes op til 150 cm, fandtes Q = 4,17 g/Min, og i Løbet af de følgende 3 Timer voksede Q til 9,33 g/Min, og det gennemsivede Vand, som hidtil havde været tydelig basisk, syntes nu at være neutralt. Derefter aftog Q, og Vandet blev atter basisk.

Da Trykket sattes op til 200 cm fandtes i den første halve Time Q = 24,5 g/Min, Vandet basisk, i den næste halve Time Q = 27,07 g/Min, Vandet neutralt, hvorefter Q aftog, mens Vandet stadig var neutralt.

Forsøget viser, at svagt surt Vand virker tættende paa samme Maade som basisk.

Derefter foretoges et nyt Forsøg, ved hvilket Vandet indeholdt den 10 dobbelte Syremængde (5,5 cm^3 pr. l); Trykhøjden var 200 cm.

Digitized by Google

Kl. 3 fandtes Q = 3,03 g/Min; Afløbsvandet var basisk.
" 3^{30} — " = 4,30 — — " neutralt, men gulligt og uklart.
" 4 — " = 10,97 — — " svagt surt, gulligt og uklart med noget Bundfald.
" 4^{30} — " = 5,27 g/Min; Vandet som Kl. 4.
" 5 — " = 3,24 — — " " "

I Løbet af Natten holdtes h = 50 cm, og Middelværdien af Q var 0,33 g/Min; Vandet som Kl. 4.

Næste Morgen fortsattes med h = 200 cm.

Kl. 10 fandtes Q = 6,80 g/Min; Vandet som Kl. 4.
" 10^{30} — " = 4,07 — — var stærkere surt, farveløst og klart.
" 11 — " = 14,0 — — som Kl. 10^{30}.
" 12 — " = 5,93 — — " " —
" 1 — " = 8,67 — — " " —
" 2 — " = 12,80 — — " " —
" 3 — " = 17,73 — — " " —
" 4 — " = 23,03 — — " " —

Da Røret blev taget ud, vejede det 256,1 g. Det fandtes tydeligt syrepaavirket med løse Sandskorn paa hele Inderfladen og nogle Steder af Yderfladen.

Forsøget viser, at stærkt surt Vand ikke virker tættende, men opløsende. De ejendommelige Forhold ved Forsøgets Begyndelse kan formentlig forklares paa følgende Maade:

Q's Vækst i den første Time skyldes Syrens opløsende Virkning, men Syren har samtidig angrebet Jærnflangerne og dannet Jærnklorid, der med Rørvæggens Kalciumhydroksyd har omsat sig til Kalciumklorid og Jærnhydroksyd, der er tungtopløseligt. En Del af Hydroksydet er ført med af Vandet (det gule Bundfald), Resten er forblevet i Porerne og er Skyld i den paafølgende Tæthedsforøgelse. Disse Aflejringer har ikke kunnet fjernes af Nattens svage og derfor kun svagt sure Vandstrøm, men næste Morgen, da Trykket sattes op, og Strømningshastigheden stiger, fjernes Aflejringerne dels ved Bortskylning dels ved Opløsning i det nu surere Vand.

Den følgende Nat lagredes Røret i Vand, og næste Morgen prøvedes det med Ledningsvand og h = 200 cm. Q bestemtes hvert Kvarter, og de to første Værdier var 48,5 og 49,8 g/Min, derefter tættede Røret sig paa normal Maade. Efter Udtagelsen fandtes:

Vægt: 257,6 g, Rumfang: 111,5 cm^3, Rumvægt: 2,311 g/cm^3.

Paa et senere Tidspunkt undersøgtes Virkningen af kulsyreholdigt Vand. Kulsyren lededes fra en Kulsyreflaske ind i den til Forsøgsrøret gaaende

Digitized by Google

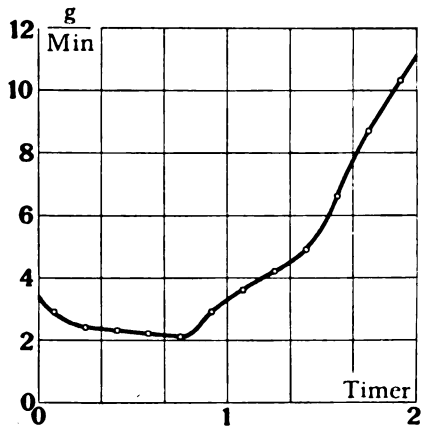


Fig. 49. Kulsyreholdigt Vand. $h = 200$ cm.

Vandstrøm, i hvilken den opløste sig. Forsøget udførtes med et vandlagret Cementrør Nr. 111 (Blfh. 1:4 med 8 % Vand, Alder: 9 Maaneder, Rumvægt: 2,185 g/cm^3) og 200 cm Trykhøjde. I de første 45 Minuter var Strømstyrken aftagende (Fig. 49) som Følge af Cementens Svulmning, men derefter voksede den, og efter 7 Timers Forløb fandtes $Q = 35$ g/Min. At denne Stigning skyldes Kulsyrens opløsende Virkning er utvivlsomt, thi intet af de med Ledningsvand prøvede Rør har vist noget tilsvarende. Om Natten blev Kulsyretilførslen ved et Tilfælde afbrudt, hvilket havde til Følge, at Q næste Morgen fandtes noget forringet (Fig 50), og Nedgangen fortsattes et Par Timer efter at Kulsyretilførslen atter var begyndt, men derefter voksede Q jævnt til 107 g/Min, der naaedes 3' Dags Morgen. Paa dette Tidspunkt er Vandbakterierne aabenbart kommet i stærk Vækst, og Kurven svinger fra da af ned og op, eftersom Bakteriernes tættende Virkning overvejer Kulsyrens opløsende eller omvendt. Kurvens opadvendende Spidser svarer til en unormalt stærk Kulsyretilførsel, de nedadvendende til en unormalt svag. Efter 25 Døgns Forløb kom der smaa Luftblærer frem paa Rørets Overflade, formentlig stammende fra Bakteriernes Virksomhed, og efter 27 Døgn var Overfladen tæt besat med saadanne Blærer og med klumpet Slim (Fig. 51). Ved Slutningen af Forsøget kunde man iagttage, at

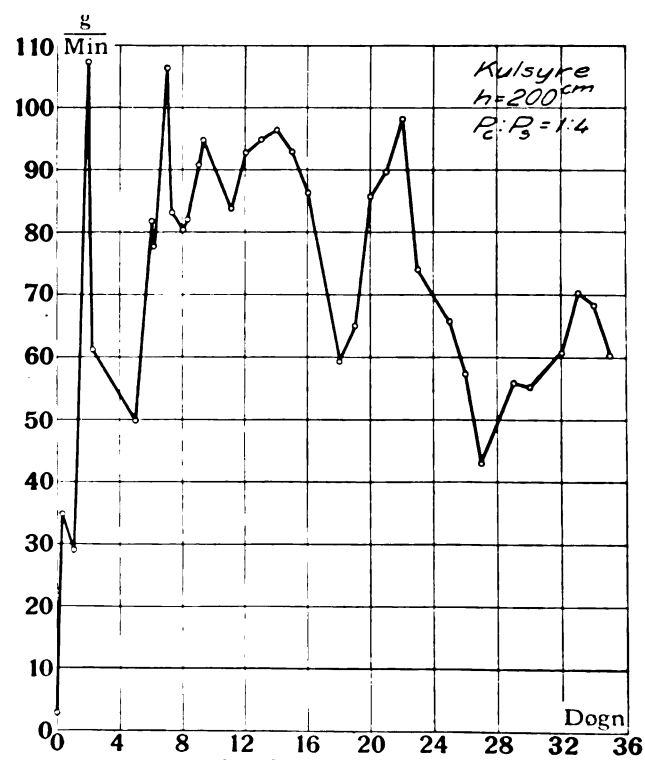


Fig. 50. Kulsyreholdigt Vand. $h = 200$ cm.

Digitized by Google

Rørets nedre Ende begyndte at smulre som Følge af Syreangrebet, og efter Rørets Udtagning fandtes denne Ende ganske ødelagt. Muligvis har denne Ende været porøsere end den øvrige Del af Røret, men Aarsagen til dens Ødelæggelse kan ogsaa være, at Vandtilførslen skete ved denne Ende.

Forsøget viser, at kulsyreholdigt Vand virker stærkt opløsende paa Ce-

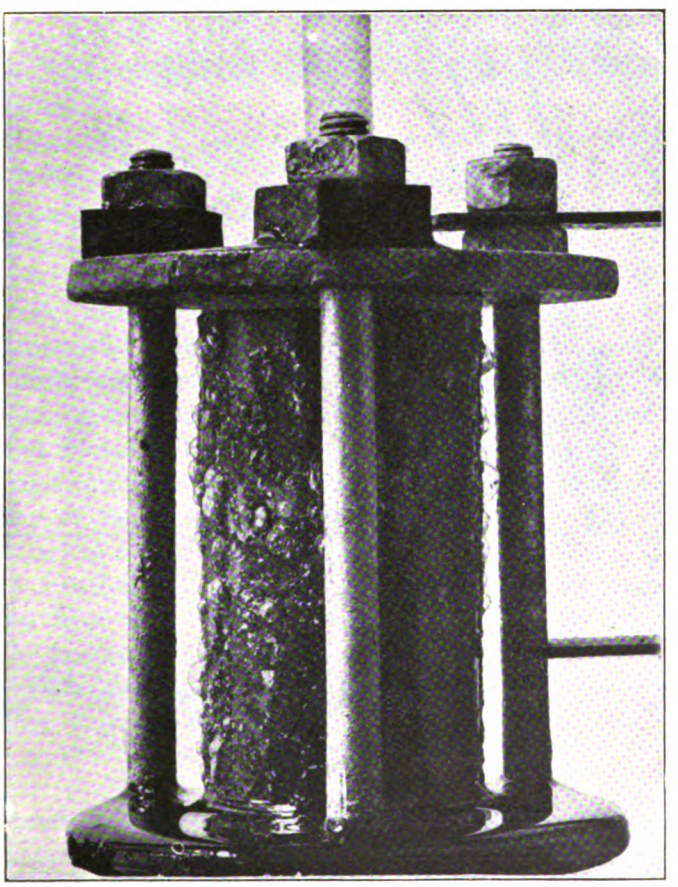


Fig. 51. Bakterieslim med Luftblærer.

menten, og hvis Angrebet ikke hæmmes af Slimbakterier, vil Røret hurtigt blive ødelagt. Da Grundvandet plejer at være bakteriefrit, er det forstaaeligt, at cementfattige Rør, der ligger i kulsyreholdigt Grundvand, hurtigt ødelægges.

24. *Forsøg med Benzin.*

Da det havde vist sig, at Vandets Organismer spillede en betydelig Rolle ved Rørenes Tætning, foretoges Forsøg med Benzin af Vægtfylde 0,760,

Digitized by Google

der tilledes gennem et Blyrør, da Benzin ødelægger Kautsjuk. Blandt de Rør, der undersøgtes, var Cementrør Nr. 69 (Blfh. 1 : 4, vandlagret, Alder $2\frac{3}{12}$ Aar). Efter Tørring ved 50° fandtes Rumvægten 2,196 g/cm³ og de paa Fig. 52 viste Kurver; Forsøgstiden var 20 Minuter paa hvert Trin. Opgangskurven 18/7 viser en stærk Luftuddrivning mellem $h = 50$ og $h = 100$ cm, en svagere mellem $h = 100$ og $h = 150$ cm (thi det mellemliggende Liniestykke skærer Ordinataksen over Begyndelsespunktet), der-

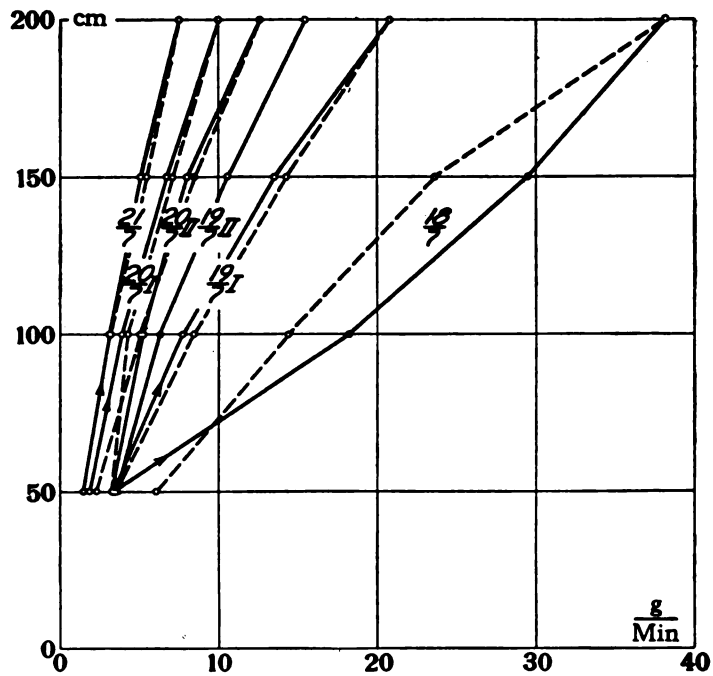


Fig. 52. Cementrør Nr. 69. Benzin.

efter indtræder en hurtig fremadskridende Tætning. At denne for en væsentlig Del skyldes Filtervirkning fremgaar af Kurverne 20/7; ved Forsøget 20/7 I stødtes der til Røret, efter at Q_{100} var bestemt for nedadgaaende, hvilket medførte en saa stor Værdi af Q_{50}, at den umiddelbart efter bestemte Kurve 20/7 II ligger tilhøjre for de første; Rystelsen har medført en Opslæmning af nogle af de paa Rørets Inderside aflejrede Partikler og derved forøget Strømstyrken, men som Nedgangskurven II viser, foregaar den paafølgende Tætning særlig hurtig, idet Benzinens Urenhed er steget.

Røret holdtes under et variabelt Tryk indtil 6/8. De sidst maalte Værdier var $Q_{200} = 0{,}49$ g/Min, $Q_{50} = 0{,}002$ g/Min.

Benzin tætter altsaa meget stærkt.

Digitized by Google

25. *Forsøg med Metylalkohol.*

For om muligt at finde en Vædske, som ikke virkede tættende paa Rørene, prøvedes med Metylalkohol, og til det første Forsøg anvendtes Berkefeld Filtret, efter at dette var blevet grundigt skyllet med Vand.

Med Trykhøjden 200 cm fandtes i det første Kvarter $Q = 55{,}6$ g/Min, hvilken Værdi i Løbet af 2 Timer voksede til 57,5 g/Min, hvorefter den holdt sig konstant. Filtrets Porer var vandfyldte til at begynde med, hvilket forklarer den lavere Begyndelsesværdi, thi Vandets indre Gnidning er større end Alkoholens.

Forsøget fortsattes i 3 Dage (om Natten lukkedes for Tilløbet), og Q holdt sig stadig paa ca. 57,5 g/Min. Trykvariationsforsøg foretagne 2' og og 3' Dag gav praktisk talt sammenfaldende Kurver og ingen Forskel paa Op- og Nedgangskurven (Fig. 53). Aarsagen til, at Kurven ikke gaar gennem Begyndelsespunktet, er, at Filtret virker som en Hævert.

Metylalkohol virker altsaa ikke tættende paa Berkefeld Filtret.

Derefter prøvedes Cementrør Nr. 68 (Blfh. 1 : 4, luftlagret, Alder: $2\frac{1}{2}$ Aar), der forud var tørret ved 50°. Det udsattes for 50 cm Tryk, og Alkoholen viste sig næsten øjeblikkelig paa hele Røroverfladen, men først efter 1 Times Forløb faldt den første Draabe. Derefter fandtes den nederste Kurve paa Fig. 54, der viser Luftuddrivning og derefter Tætning. Trykket ændredes saa til 200, 150, 100 og 50 cm med det paa Fig. 54 viste Resultat. Det ses, at Luftuddrivningen er endt ved $h = 50$ cm og ikke genoptages ved $h = 200$ cm. Iøvrigt viser Kurverne en stadig fremadskridende Tætning, og hvis man optegner Q-h-Kurverne, vender Opgangskurven Konkaviteten opefter og Nedgangskurven Konkaviteten nedefter som Følge af den voksende Tæthed. En Rumfangsbestemmelse før og efter Forsøget viser en ringe Rumfangsforøgelse (Tabel 20).

Tabel 20.

Rør Nr.	Tilstand	Vægt	Rumfang	Rumvægt
68	Tørret	248,80 g	112,25 cm³	2,216 g/cm³
—	alkoholholdigt	264,25 -	112,94 -	2,340 -

Den gennem Cementrøret sivede Alkohol blev paany prøvet i Berkefeld Filtret og viste paany ingen Tætning. Værdien af Q var gaaet ned fra ca. 57,5 til ca. 48,8 g/Min, men da Filtret i Mellemtiden var blevet brugt til Forsøg med Vand, kan det ikke afgøres, om Nedgangen skyldes en Ændring af Filtrets Tilstand eller en Ændring af Alkoholens Viskositet.

Digitized by Google

Den Alkohol, der brugtes til Cementrør Nr. 68, var den, der forud havde passeret Berkefeld-Filtret, og da det var tænkeligt, at den derved var blevet forurenet, gentoges Forsøget med frisk Vædske og med Cement-

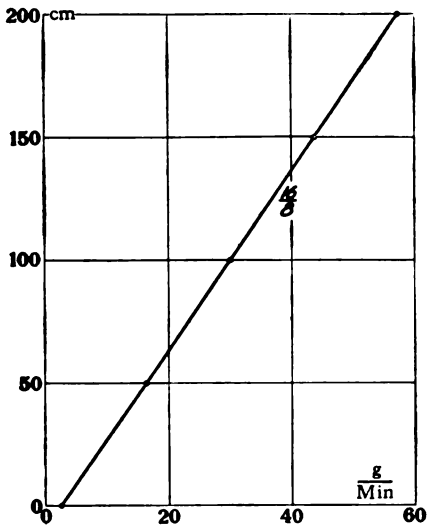


Fig. 53. Berkefeld Filter. Metylalkohol.

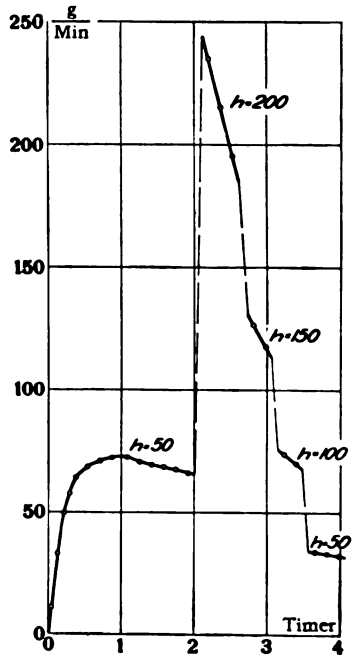


Fig. 54. Cementrør Nr. 68. Metylalkohol.

rør Nr. 113 (Blfh. 1 : 4, vandlagret, Alder: 9½ Maaned, Rumvægt: 2,173 g/cm³), men Resultatet blev det samme. Om Dagen holdtes Trykhøjden 50 cm, om Natten 10 cm.

I den	1ste	Time	fandtes	Q	= 1,0	g/Min.
- -	7de	-	—	-	= 3,1	—
2den	Dags	Morgen	—	-	= 4,8	—
-	-	Aften	—	-	= 2,7	—
3die	-	Morgen	—	-	= 2,8	—
-	-	Aften	—	-	= 1,8	—
4de	-	Morgen	—	-	= 2,0	—
-	-	Aften	—	-	= 1,7	—
8de	-	Morgen	—	-	= 1,5	—
-	-	Aften	—	-	= 0,83	—
9de	-	Morgen	—	-	= 0,92	—

Tallene viser Luftuddrivning indtil 2. Dags Morgen og derefter Tætning.

Digitized by Google

At begge Rørene viser Luftuddrivning er bemærkelsesværdigt, fordi Rørene er saa tætte, at de prøvede med Vand næppe vilde have vist det. Man tør heraf slutte, at Alkoholen ingen væsentlig Svulmning medfører af Cementen, Tætningen skyldes formentlig en kemisk Indvirkning af Alkoholen paa Cementen. Man tør endvidere slutte, at en stærkt faldende Kurve som Fig. 27 ikke beviser, at der ingen Luftuddrivning finder Sted, men kun at Svulmningen dominerer over Luftuddrivningen.

Ogsaa Molerrør Nr. 54, der tidligere havde været prøvet med destilleret Vand (se Stykke 17), blev efter Tørring ved 120° prøvet med Alkohol og viste stærk Tætning.

26. *Oversigt.*

Til Udforskning af Lovene for Cementrørs Vandtæthed er der gjort Forsøg med et stort Antal Cementrør og et mindre Antal Lerrør. Rørenes Dimensioner var: Længde 9 cm, Ydre Diameter 5 cm, Vægtykkelse 1 cm (Fig. 12).

Cementrørene blev tørstøbt, som det sker i Praksis.

Blandingsforhold: 1 : 2 à 1 : 5.

Lagringsmaade:

Enten: 1 Døgn i fugtig Luft, 27 Døgn i Vand, derefter i Laboratoriets Luft,
eller: 28 — - — — , derefter i Laboratoriets Luft.

De lagrede Rørs Rumvægt bestemtes ved at dividere Rørenes Vægt med deres Rumfang. Dette fandtes ved Vejning af den fortrængte Kvægsølvmængde (Fig. 1).

Rørene udsattes for indvendige Vandtryk af indtil 2 m Højde, og deres Vandtæthed bestemtes ved Vejning af den Vandmængde, der passerede gennem Væggen i en bestemt Tid (Fig. 2).

De vigtigste Resultater er sammenstillede nedenfor.

A. Strømstyrken ved Forsøgets Begyndelse.

Naar porøse Rørvægge gennemstrømmes af rent Drikkevand, kan Strømstyrken ved Forsøgets Begyndelse være enten aftagende eller voksende, idet to indbyrdes modstridende Virkninger gør sig gældende:

(1) Poreluftens Uddrivning
(2) Cementens Svulmning.

Poreluften uddrives mer eller mindre langsomt, og i Uddrivningsperioden vokser det vandfyldte Porevolumen og dermed Strømstyrken (Fig. 8). Cementens Svulmning begynder straks og medfører en Indsnævring af Porerne og dermed en Forringelse af Strømstyrken, idet denne er pro-

Digitized by Google

portional med 4. Potens af Porediameteren. Jo større Cementprocenten er, des mere mærkes (2) og des mindre (1), thi med en stor Cementprocent følger en ringe Luftmængde og snævre Porer, af hvilke Luften kun langsomt uddrives. Da en stor Cementprocent desuden giver ringe Strømstyrke, bliver Resultatet, at Rør med stor Strømstyrke har en stigende Kurve, Rør med ringe Strømstyrke en faldende Kurve.

Naar Rørene viser Luftuddrivning, vil Strømstyrken stige til et Maksimum og derefter aftage, hvilket skyldes Cementens Svulmning.

B. Faktorer, der paavirker Rørenes Vandtæthed.

1. Cementmængdens Indflydelse. Vandtætheden vokser med Rørenes Cementindhold.

2. Vand-Cement-Faktorens Indflydelse. Vandtæthed og Rumvægt vokser med Vand-Cement-Faktoren indtil en vis Grænse, der ikke blev overskredet ved Forsøgene.

3. Stampningens Indflydelse. Rørenes Rumvægt og Vandtæthed vokser med Stampningens Intensitet.

4. Lagringsmaadens Indflydelse. Ved Vandlagring vokser Mørtelens Vægt og Rumfang, ved Luftlagring aftager Mørtelens Vægt og Rumfang. Vandlagring medfører mindre Rumvægt, men langt større Vandtæthed end Luftlagring (Fig. 14—15). Rør, der i de første 7 Døgn lagres i fugtig Luft og derefter i tør Luft, bliver utættere, efterhaanden som Tørringen skrider frem (Fig. 11).

Jo tørrere Mørtelen er ved Støbningen, des vigtigere er det at anvende Vandlagring.

5. Rumvægtens Indflydelse. For Rør med samme Cementindhold, Vand-Cement-Faktor og Lagringsmaade vokser Vandtætheden med Rumvægten, altsaa med Stampningens Intensitet.

6. Vandtætte Rør. Cementfattige Rør kan fremstilles vandtætte paa to Maader. Man kan enten bruge en rigeligt vaad Mørtel, og i saa Fald er Lagringsmaaden af underordnet Betydning, eller man kan bruge en tør Mørtel i Forbindelse med Vandlagring, og i saa Fald er Tørhedsgraden af underordnet Betydning.

7. Imprægnering med Vandglas. Hvis Rørene efter Fremstillingen imprægneres med Vandglas, bliver de tættere, men vandlagrede, uimprægnerede Rør er mange Gange tættere end luftlagrede, imprægnerede (Fig. 18—19).

8. Sæbetilsætning. Hvis Rørene fremstilles af sæbeholdig Mørtel og luftlagres, bliver de langt tættere end ved Vandglasimprægnering, men ogsaa her gælder, at vandlagrede Rør uden Sæbe er mange Gange tættere end luftlagrede Rør med Sæbe (Fig. 21—22).

Digitized by Google

C. *Rørenes Selvtætning.*

Naar Forsøgene udføres med det Københavnske Drikkevand, bliver Rørene tættere og tættere med Tiden (Fig. 26—28); selv luftlagrede Rør af Blandingsforhold 1 : 5 tætter sig mere eller mindre fuldkomment. For Cementrørenes Vedkommende skyldes Tætningen dels Cementens Svulmning, dels fremmede Stoffer; i Begyndelsen dominerer Svulmningen, senere Aflejringerne. For Lerrørenes Vedkommende skyldes Tætningen udelukkende Aflejringerne; hvis der finder en Svulmning af Materialet Sted, er den i alt Fald ringe sammenlignet med Cementens. Aflejringerne har ved de foreliggende Forsøg for en stor Del været Bakterieslim (Fig. 45—46). Bakterierne stammer fra Luften, ikke fra Vandet, thi naar Forsøget blev udført med kogt og derefter filtreret Vand, trivedes Bakterierne lige saa godt. En Del af Forsøgene er udført i en kold Kælder, og ved disse Forsøg optraadte Bakterierne kun i meget ringe Grad. Det var først efter Laboratoriets Henflytning til nye Lokaler, at den frodige Bakterievækst begyndte; formentlig bærer den højere Temperatur i de nye Lokaler Skylden.

Der er intet, der tyder paa, at Rørenes Selvtætning skyldes Kalkaflejringer. Rør af brændt Ler tætter sig paa samme Maade som Cementrør.

Destilleret Vand tætter i højere Grad end Drikkevandet (Fig. 41).

Urent Vand tætter meget hurtigt. Utætte Vandbeholdere kan derfor tættes, ved at man drysser Kalkpulver eller andre Pulvere i Vandet (Fig. 25).

Naar Forsøgene udførtes med Benzin i Stedet for Vand, fandtes ogsaa en hurtigt fremadskridende Tætning, der maa antages at skyldes Urenheder i Benzinen (Fig. 52).

Metylalkohol virkede ikke tættende paa et Berkefeld Filter (Fig. 38), men da Forsøgene gentoges med et Cementrør, tættede dette sig, antagelig fordi Alkoholen indvirker kemisk paa Cementen (Fig. 54).

D. *Virkning af kulsyreholdigt Vand.*

Kulsyrerigt Vand fandtes at virke stærkt opløsende paa Rørene, til Trods for at Virkningen tilsløredes noget af de sædvanlige Slimdannelser (Fig. 49—50). Disse vil næppe forekomme, naar Rørene ligger i Jorden, da Grundvandet plejer at være bakteriefrit, og naar Cementrør undertiden ødelægges hurtigt i Jorden, skyldes det utvivlsomt, at der er Kulsyre i Grundvandet.

E. *Afvigelser fra Poiseuille's Lov.*

Efter Poiseuilles Lov skal den udstrømmende Vædskemængde Q være proportional med Trykhøjden h. Denne Lov fandtes kun undtagelsesvis at

Digitized by Google

være helt rigtig, som Regel voksede Q hurtigere end h (Fig. 30). Afvigelserne fra Loven skyldes utvivlsomt tildels tilbageværende Poreluft, der, naar Trykket stiger, sammenpresses, hvorved Gennemstrømningsarealet forøges. Men ogsaa Slimdannelserne har deres Andel i Afvigelserne, idet de i højere Grad virker stoppende paa en svag Vandstrøm end paa en stærk.

Digitized by Google

SUMMARY

In order to explore the laws governing the permeability of concrete pipes, tests have been made with a great number of concrete pipes and a smaller number of porous tile pipes. The dimensions of the pipes were: length 9 cm. (3½″), outside diameter 5 cm. (2″), thickness of wall 1 cm. (⅜″) (Fig. 12).

The concrete pipes were cast dry in accordance with usual practice.

The ratio of mixture varied from 1:2 to 1:5.

Manner of curing:

Either: 24 hours in moist air, 27 days in water and then in the air of the laboratory,

or: 28 days in moist air and then in the air of the laboratory.

The specific gravity of the cured pipes was determined by dividing the weight of the pipes by their volume. The latter was found by weighing the quantity of mercury displaced (Fig. 1).

The pipes were exposed to internal water pressures corresponding to heads of up to 2 m. (78¾″), and their permeability was determined by weighing the quantity of water passing through the wall during a certain period (Fig. 2).

The principal results are recapitulated in the following.

A. Intensity of Flow at the Commencement of the Test.

When pure drinking water percolates through porous pipe walls, the intensity of flow at the beginning of the test may be either decreasing or increasing, as the result is here influenced by two mutually conflicting factors, viz.:

(1) Expulsion of Air from the Pores,

(2) Swelling of the Cement.

The air contained in the pores is expelled more or less slowly, and during the period of expulsion the water-filled volume of pores and,

Digitized by Google

thereby, the intensity of flow will increase (Fig. 8). The swelling of the cement commences immediately and causes reduction of the pore area and, thereby, decrease in the flow, as the latter is proportional to the fourth power of the diameter of pores. For higher percentages of cement the factor (2) will be prevalent and for lower percentages the factor (1), because a high percentage of cement means a small quantity of air and narrow pores, from which the air is but slowly expelled. As a high percentage of cement gives a low intensity of flow, the result will be that pipes with high intensity of flow show an ascending curve, but pipes with low intensity of flow a descending curve.

When the pipes show expulsion of air, the intensity of flow will rise to a certain maximum and then decrease, which is due to swelling of the cement.

B. Factors Influencing the Water-Tightness of Pipes.

1. Influence of the Quantity of Cement. The water-tightness increases with the percentage of cement in the pipes.

2. Influence of the Water-Cement Ratio. Water-tightness and specific gravity will increase with the water-cement ratio up to a certain limit, which has not been exceeded by the tests.

3. Influence of Tamping. The specific gravity and water-tightness of the pipes will increase with the intensity of tamping.

4. Influence of the Curing Method. Water-curing increases the weight and volume of the mortar, air-curing reduces the weight and volume of the mortar. Water-curing involves reduced specific gravity, but a far greater water-tightness than air-curing (Figs. 14 and 15). Pipes cured for the first 7 days in moist air and then in dry air will become less and less tight as the drying proceeds (Fig. 11).

The drier the mortar is when cast, the more important will be the use of water-curing.

5. Influence of Specific Gravity. For pipes with the same percentage of cement and the same water-cement ratio and similarly cured the water-tightness increases with the specific gravity, i. e. with the intensity of tamping.

6. Watertight Pipes. Pipes poor in cement may become watertight in two manners. Either an amply wet mortar may be used, and the manner of curing is then of secondary importance, or a dry mortar may be used in connection with wet curing, and then the water-cement ratio will be of secondary importance.

7. Impregnation with Water Glass. If after the manufacture the pipes

Digitized by Google

are impregnated with water glass they will be less permeable, but water-cured unimpregnated pipes are many times tighter than air-cured impregnated pipes (Figs. 18 and 19).

8. Admixture of Soap. If the pipes are manufactured from mortar containing soap and are cured in the air, they will be far less permeable than when impregnated with water glass, but it will be found that water-cured pipes without soap are far less permeable than air-cured pipes with soap (Figs. 21 and 22).

C. Self-Tightening of the Pipes.

Tested with Copenhagen drinking water, the tightness of the pipes increases in course of time (Figs. 26 to 28), and even aircured pipes made from a mixture 1: 5 will become more or less perfectly tight. As far as the concrete pipes are concerned the tightness is due partly to the swelling of the cement and partly to foreign substances. In the beginning the tightning is chiefly due to the swelling of the cement, later on to deposits. For the tile pipes the increased tightness is due solely to deposits, and the swelling of material, if any, is comparatively insignificant. In the tests made the deposits have largely been bacterial slime (Figs. 45 and 46). The bacteria come from the air, not from the water, as they thrived equally well, when the test was made with boiled and then filtered water. Some of the tests were made in a cold basement, and here the bacteria were very sparse. The crop of bacteria did not become luxuriant until the laboratory had been removed to new localities, the reason being presumably that a higher temperature was prevailing there.

There is no reason to assume that the self-tightening of the pipes is due to deposition of lime. Pipes of burnt clay tighten themselves in the same manner as concrete pipes.

Distilled water has a higher tightening effect than drinking water (Fig. 41).

Impure water tightens the concrete very quickly. Leaking water tanks may therefore be tightened by sprinkling lime powder or other powders into the water (Fig. 25).

When the tests were made with benzine instead of water the result was a rapidly increasing tightness, probably due to impurities in the benzine (Fig. 52).

Methylic alcohol had no tightening effect on a Berkefeld filter (Fig. 38), but when the tests were repeated with a concrete pipe the latter became tight, presumably because the alcohol has some chemical effect on the cement (Fig. 54).

Digitized by Google

D. Effect of Water Containing Carbonic Acid.

Water containing carbonic acid was found to have a highly dissolving effect on the pipes, although the effect was somewhat veiled by the usual formations of slime (Figs. 49 and 50). Slime will hardly occur, when the pipes are buried in the ground, as underground water is usually free of bacteria, and when concrete pipes are sometimes quickly destroyed in the ground, this is undoubtedly due to carbonic acid in the underground water.

E. Deviations from Poiseuille's Law.

According to Poiseuille's Law the escaping quantity of liquid Q is proportional to the head h. This law was only in rare cases found to be entirely correct, and as a rule Q increased more rapidly than h. (Fig. 30). Without doubt the deviations from the law are partly due to air remaining in the pores, which air is compressed, when the pressure increases, whereby the free area of passage is increased. But also the slime formations are partly responsible for the deviations, as their stopping effect on a faint flow of water is greater than on a more intense flow.

Digitized by Google

ngineering
S
TN43
34

INGENIØRVIDENSKABELIGE SKRIFTER
B Nr. 4

VEJ- OG JERNBANEBROEN OVER ALSSUND

WITH AN ENGLISH SUMMARY

ANKER ENGELUND
M. ING. F.

DANSK INGENIØRFORENING
I KOMMISSION HOS G. E. C. GAD · VIMMELSKAFTET 32
KØBENHAVN 1930

Pris: Kr. 3,00.

Digitized by Google

Digitized by Google

INGENIØRVIDENSKABELIGE SKRIFTER
B Nr. 4

VEJ- OG JERNBANEBROEN OVER ALSSUND

WITH AN ENGLISH SUMMARY

ANKER ENGELUND
M. ING. F.

DANSK INGENIØRFORENING
I KOMMISSION HOS G. E. C. GAD · VIMMELSKAFTET 32
KØBENHAVN 1930

Digitized by Google

Digitized by Google

Vej- og Jernbanebroen over Alssund.

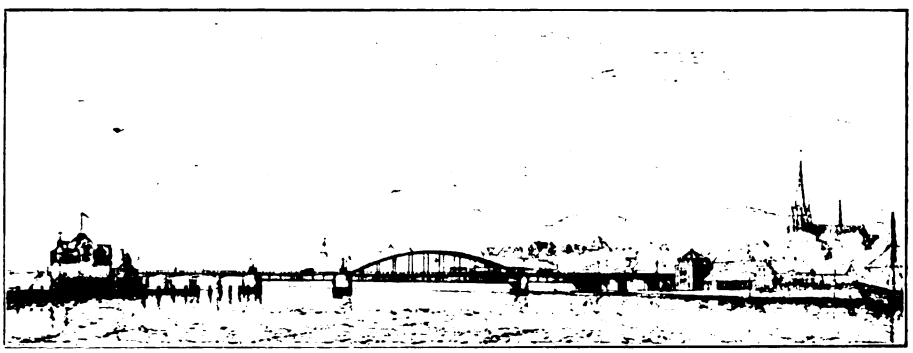


Fig. 1.

De danske Statsbaner har nu fuldført Bygningen af en Vej- og Jernbanebro over Alssund. Om Konstruktionen og Udførelsen af denne Bro skal der i det følgende gives en Beretning.

Den sønderjydske Jernbanekommission foreslog i sin Betænkning af 29. November 1922, at der af de danske Statsbaner skulde anlægges en Lavbro udført som kombineret Vej- og Jernbanebro over Alssund. Det forudsattes, at Sønderborg By og Amt til denne Bro med de dertil hørende Anlæg skulde yde et Tilskud paa 40 pCt. af samtlige Anlægsudgifter, og at By og Amt i Forening skulde overtage alle fremtidige Vedligeholdelsesudgifter med Undtagelse af Vedligeholdelsen af Sporet. Det var ligeledes en Forudsætning, at der for Passage over den nye Bro (i Modsætning til, hvad der var Tilfældet ved den gamle Pontonbro) ikke skulde opkræves Bropenge.

I Efteraaret 1923 fremsatte Ministeren for offentlige Arbejder (Slebsager) Lovforslag om Anlæg af Broen, baseret paa den ovennævnte Betænkning og paa et Skitseforslag udarbejdet af De danske Statsbaner og tiltraadt af Sønderborg By og Amt. Herefter skulde Broen være en halvhøj Bro beliggende lidt Nord for den tidligere Pontonbro, og den skulde tjene til Overførelse af saavel Vejfærdsel (en 5,6 m bred Kørebane og et 2 m bredt Fortov) som til Overførelse af et Jernbanespor. Under Broanlægget skulde

Digitized by Google

foruden de fornødne nye Vejtilslutninger ogsaa høre Anlæget af en normalsporet Havnebane ad hvilken Kajerne paa Sønderborgsiden ved Sporet over Broen kunde sættes i Forbindelse med Statsbanestationen paa Sundevedsiden. Det skal her indskydes, at Banerne paa Als er smalsporede, men at de ved Hjælp af særlige Undervogne kan transportere normalsporede Jernbanevogne, og at Havnesporene ved Sønderborg Kajerne i passende Omfang bliver forsynede med firstrenget Spor, der kan befares af saavel normalsporede som smalsporede Jernbanevogne.

Lovforslaget forudsatte, at der, for saa vidt selve Brokonstruktionen angaar, tages Hensyn til at Mommarkbanen, hvis den fremtidig ombygges til Normalspor, kan føres over Broen. Forslaget forudsatte endvidere, at Kørebanerne paa Broen lagdes mindst 7,5 m over daglig Vande, saaledes at Kajgader og Kajspor paa begge Sider af Sundet kunde føres under Broen, og at mindre Fartøjer kunde passere under Broen uden at nødvendiggøre Oplukning af Klapfaget.

Lovforslaget blev behandlet i Rigsdagen i Vinteren 1923—24, og blev vedtaget og ophøjet til Lov den 29. Marts 1924.

Da der forud for Lovforslagets Fremsættelse kun havde været Lejlighed til at foretage ganske faa Undersøgelser vedrørende Funderingsforholdene, Strøm og Isgang o. s. v. i Alssund, og der derfor kun forelaa et ganske skematisk Broprojekt, forudsatte Loven, at der inden Arbejdets Paabegyndelse blev givet Statsbanerne Lejlighed til at udføre alle ønskede Forundersøgelser og foretage den fornødne nærmere Projektering af Broen.

Fig. 2 viser i Grundrids en Oversigt over Broanlæget, saaledes som dette er bragt til Udførelse. Figuren giver ligeledes et Begreb om Færdselsforholdene før og efter den nye Bros Bygning.

Pontonbroen, som nu forsvinder, har en 4,6 m bred Kørebane og ingen Fortove. Den gaaende og kørende Færdsel maatte føje sig bedst mulig efter hinanden, Forbikørsel var dog almindelig, men maatte ske med megen Lempe. Fra Dybbølsgade skete Tilkørslen til Pontonbroen gennem en Vejkurve, der havde stærkt Fald ned til Broens Landfæste, hvis Kote kun er 1,60 m over D. V.

Paa den anden Side af Sundet skulde Hovedparten af Færdselen over Broen følge Kajgaden og derved enten bøje brat af mod Nord til Havnepladserne her og den lavt beliggende Bydel langs disse, eller brat mod Syd, hvor den tidligere Hovedfærdselsaare gennem Byen danner en stor Bugt i sydlig Retning bestaaende af Søndre-Havnegade (Kote + 1,35), Raadhusstræde og Perlegade, der stiger til Kote + 16,00, i hvilken Højde en meget stor Del af Byen er beliggende. Færdselen paa Pontonbroen var i de senere Aar steget overordentlig meget, dels ved den stærke

Digitized by Google

Forøgelse i Antallet af Automobiler og dels ved forøget Bebyggelse, i den Del af Sønderborg By, der ligger paa Sundeved.

Noget lignende kan siges om Gennemsejlingen gennem Pontonbroen, der som nævnt laa ganske lavt over Vandet og derfor maatte aabnes for selv meget smaa Fartøjer. I Henseende til Gennemsejlingsaabningens

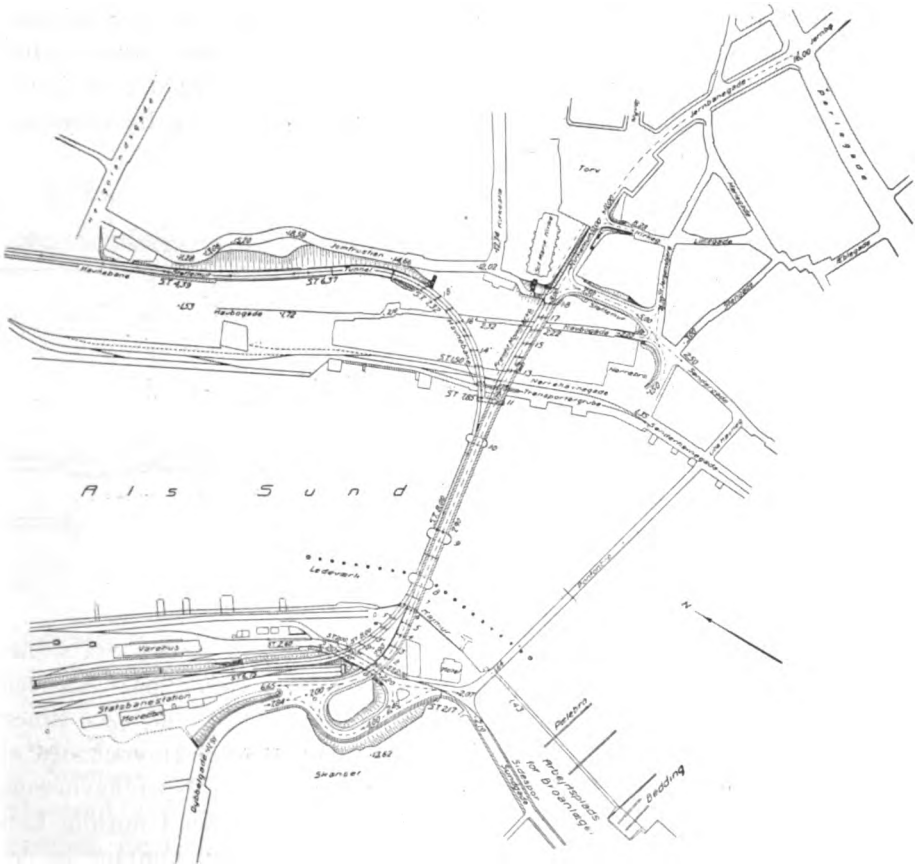


Fig. 2. Situationsplan.

Størrelse var Pontonbroen dog bedre udstyret, end en fast Bro med nogen rimelig Bekostning vilde kunne blive. Pontonbroen havde to Svingpartier, hvert paa ca. 40 m Længde, saaledes at den største frie Gennemsejlingsvidde androg ca. 80 m.

Pontonbroen har i de senere Aar haft gennemsnitlig ca. 12 000 Oplukninger pr. Aar.

Som Fig. 2 viser, føres Færdslen fra Dybbølgade nu i Kote + 7,0 m ud paa en Jernbetonviadukt, der med en Krumning i østlig Retning føres frem til den vestlige Klappille for den nye Bro over Sundet. Vejen

Digitized by Google

over Broen fortsætter herfra med Kørebanekote omtrent + 8,0 m i Retning efter Kirken og føres fra Landpillen ved Sønderborgkajen atter paa en Jernbaneviadukt til Foden af Kirkebakken, hvor en Rampe bøjer af i sydlig Retning og fører ned til Havnegaderne. Hovedfærdslen fortsætter fra Kirkebakken ad en ny Gade (Jernbanegade) med svag Krumning i sydlig Retning til Perlegade. Fra Kirken til Perlegade er der 2,5 pCt. Stigning, saaledes at Kørebanekoten paa sidstnævnte Sted bliver + 16,0 m. Det nye Gadeanlæg hører indtil Kirkegade ind under det af Staten vedtagne Broanlæg, medens Resten er udført af Sønderborg By alene paa

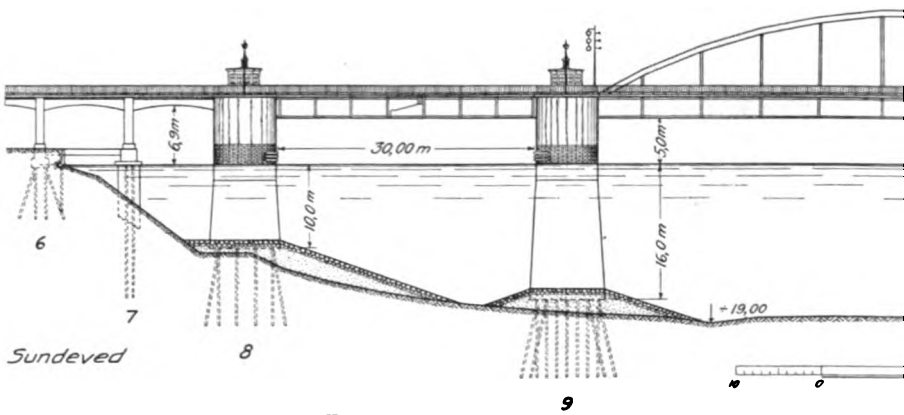


Fig. 3.

egen Bekostning. Som det ligeledes fremgaar af Fig. 2 sættes Statsbanestationen paa Sundevedsiden i Forbindelse med Kajerne paa Alssiden ved en Havnebane, der paa en Jernbetonviadukt føres ud paa Broen over Sundet. Allerede ved den østligste Strømpille bøjer Havnebanen af i nordlig Retning og føres paa en Jernbetonviadukt over Nørrehavnegade og den lave Bebyggelse, langs Skrænten ved Jomfrustien i nordlig Retning til Havnepladsen, der som foran nævnt i fornødent Omfang er udstyret med firstrenget Spor, saaledes at baade Statsbanerne og de smalsporede Amtsbaner paa Als kan anvende disse Spor.

Ligesom Havnegader og Havnespor paa Alssiden er ført under den nye Bro, saaledes sker Tilkørslen til Statsbanernes Godsplads paa Sundevedsiden ogsaa under den nye Bro ad en Rampe, der stiger op til Dybbølgade, hvori den udmunder paa samme Sted som den Vej, der fører til Statsbanernes Hovedbygning. I Adgangsvejen til Statsbanernes Godsplads er anlagt et Spor, der er ført ud langs Sundgade, og som foruden at være Sporforbindelse for private Virksomheder tillige har været benyttet til Transporter til og fra Arealer, der er beliggende ved Sundet og i udstrakt Grad har været benyttede som Arbejdspladser for Broanlægget,

Digitized by Google

først til Beddingsanlæg ved Fremstilling af Sænkekasserne til Broens Strømpiller og senere til Sammenbygning af Staaloverbygningerne.

Et Tværsnit i Sundet i selve Brolinien har Udseende som vist i Fig. 3, der dog forestiller Forholdene efter Broens Opførelse. Der er paa Sundevedsiden foretaget nogen Udfyldning, dog kun paa Vanddybder til 1,2 m, og paa Alssiden er Landpillen, som det ses af Figuren, rykket noget ud i Sundet svarende til den Flugt, som fremtidige Bolværker Nord og Syd for Broen antages at ville faa. Vanddybderne er i Brolinien stærkt voksende udefter og naar ca. 20 m midt i Sundet, hvis Bredde efter de

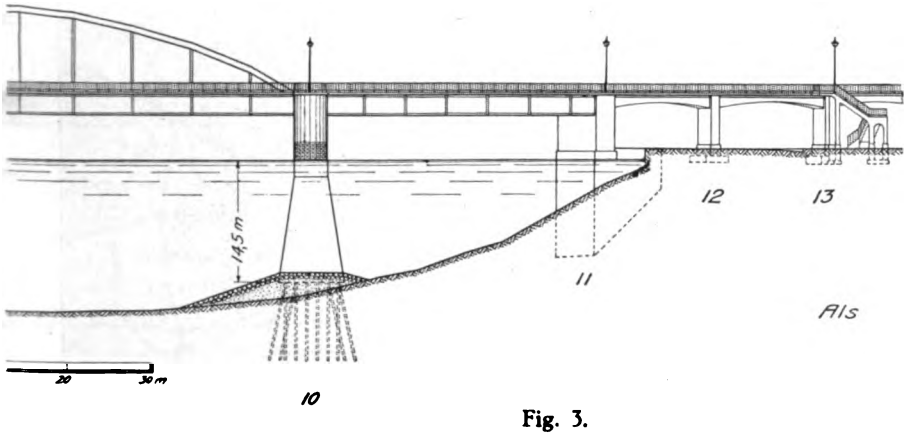


Fig. 3.

nævnte Indskrænkninger andrager 170 m. Det fri Gennemstrømningsareal andrager i Brolinien 2000 m². Det mindste Gennemstrømningsareal findes ved Indsejlingen til Sundet udfor Sønderborg Slot og andrager ca. 1250 m².

Strømmens Retning blev saavel for nord- som for sydgaaende Strøm bestemt ved Forsøg med Flydere, saaledes at Strømlinierne kunde optegnes. En Del af disse Forsøg blev velvilligst udførte af Statens Vandbygningsvæsen. Paa Grund af den uregelmæssige Variation af Gennemstrømningsarealet og paa Grund af Sundets Krumninger og Indflydelser fra det store aabne Vand Syd for Sundet er Strømlinierne gennem et Tværsnit i Sundet Nord eller Syd for Brolinien sjældent parallelle, men kan tværtimod forløbe ret uregelmæssigt. Uregelmæssigheden er dog, som det er at vente, kun særlig fremtrædende ved svage Strømhastigheder.

Den største Strømhastighed, der kan forekomme i Alssund, overstiger næppe 2 m/sec.

Et Hovedresultat af Strømundersøgelsen var, at Gennemsejlingsaabningen for den nye Bro ikke burde lægges midt i Sundet, men længere mod Vest, og dette Resultat bekræftedes af Navigatører.

Digitized by Google

Den almindelige forekommende Vandstandsvariation andrager ± 0,6 m. Det største kendte Lavvande er — 1,2 m, det største Højvande andrager sjældent over + 1,5 m, men naaede dog ved Stormfloden i 1872 helt op til + 3,1 m.

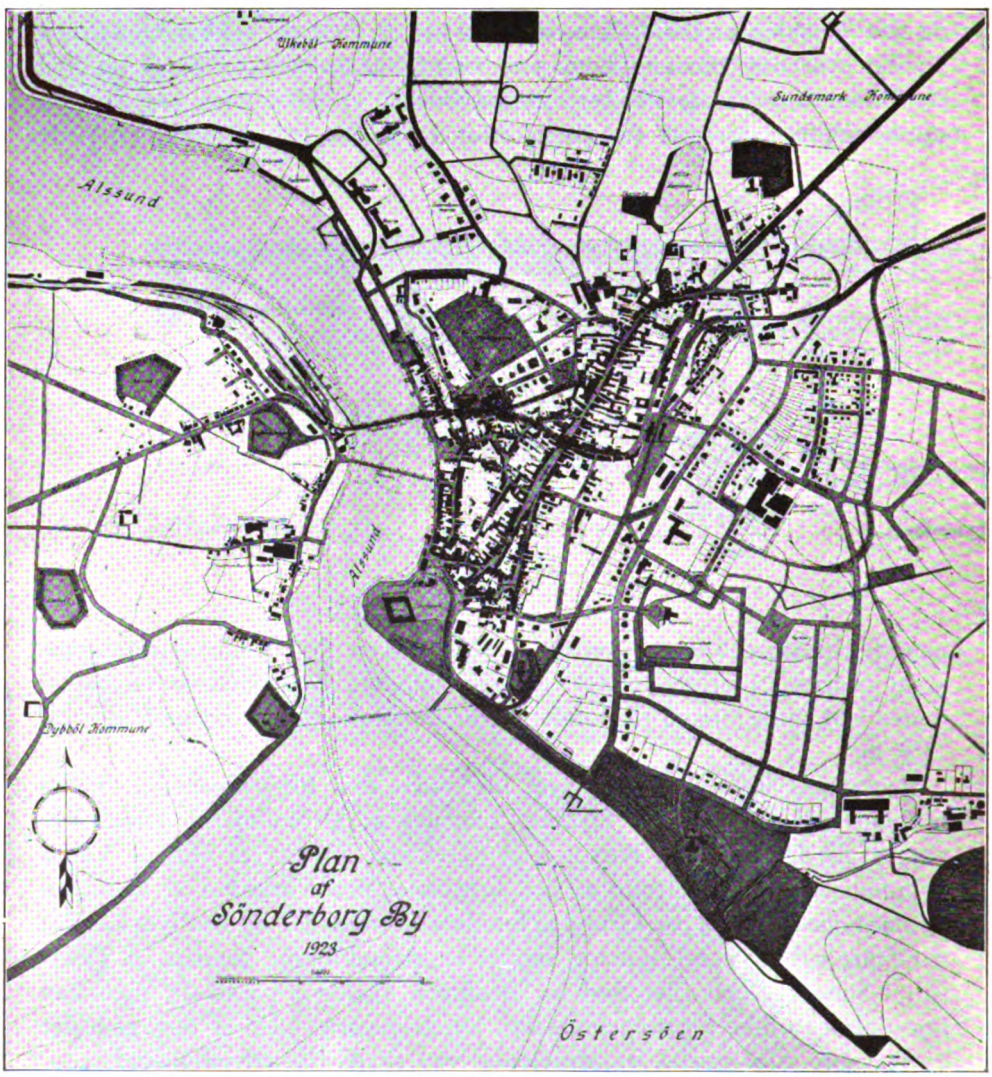


Fig. 4.

Der findes i Sønderborg Havn baade Pæleorm og Pælekrebs (Styrkegrad 4 for begge), saaledes at ubeskyttede Træpæle ikke kunde finde Anvendelse ved permanente Konstruktioner. Vandets Saltholdighed er som Gennemsnit 1,5 pCt.

Digitized by Google

Med Hensyn til Is er Forholdene i Alssund nogenlunde gunstige. Der kan optræde tyndere eller tykkere Fastis i Sundet, hvorimod Drivis (Isgang) kun er optraadt i ringere Omfang. Forholdene er ubetinget gunstigere end i Limfjorden ved Aalborg, hvor Pontonbroen over Fjorden som bekendt ofte er blevet sprængt af Isen, noget saadant har saavidt vides kun en enkelt Gang fundet Sted ved Pontonbroen over Alssund, hvis Forankringer omtrent er af tilsvarende Styrke. De Tal for Istrykkets Størrelse, som kan faas ved Betragtning af Forholdene ved Broerne over Limfjorden, er bragt i Anvendelse ved Fastsættelsen af Istrykket paa Alssundbroens Strømpiller, hvilket saaledes skulde være paa den sikre Side.

De fremherskende Vinde er vestlige (ca. 50 pCt. af Tiden). Middelhastigheden for vestlig Vind er næppe over 7 à 8 m/sec., den største Vindhastighed, der vides at have optraadt overstiger ikke ca. 30 m/sec.

Funderingsforholdene er før Arbejdernes Udførelse blevet undersøgt ved Boringer, ved hvilke der optoges Materiale til geologisk Undersøgelse*), samt ved Prøveramninger af Træpæle.

I selve Sundet er der med Henblik paa Landpiller og Strømpiller udført 8 Boringer. Hovedresultatet af disse var, at i den vestlige Del af Sundet, hvor Pillerne 6, 7, 8 og 9 (se Fig. 2) har deres Plads, findes øverst et 5 til 8 m tykt Lag af groft Sand og Grus, herunder undertiden et tyndt Lag Lerklæg og dernæst til stor Dybde magert Ler, øverst med Indhold af Kalk og længere nede blandet med Sand og Grus. I den østlige Del af Sundet ved Pillerne 10 og 11 (se Fig. 2) træffes straks magert Ler med Kalk og Sand, og dette Lag fortsætter med forskellige Variationer ned til stor Dybde, undertiden afbrudt af et nogle Meter tykt Lag af fint, leret Sand eller et tyndere Lag groft Grus. Variationerne fra Borehul til Borehul var ret betydelige, og dette gælder ogsaa ved Boringerne i Land.

Prøveramningerne i Sundet (een ved Pille 8 og een ved Pille 10) viste, at man i Tilfælde af Pælefundering maatte regne med en Pælespidskote paa — 24 à — 25 m.

Ved Boringerne paa Land fandtes tilsvarende Lag som ude i Sundet, men disse er her dækkede af tykke Lag af Grus, magert Ler og øverst Opfyldning. Prøveramningerne paa Land gav til Resultat, at alle Bygværker paa Sundevedsiden maatte funderes paa Pæle, paa Alssiden maatte Bropiller og andre Bygværker nærmest Sundet funderes paa Pæle, medens Bropillerne længst inde i Land maatte funderes direkte paa Grunden, idet Pæle her ikke kunde rammes.

Efter det allerede fremførte vil det forstaas, at Brolinien kunde fastlægges forholdsvis let ved de stillede Betingelser for de nye Spor- og Vejforbindelser, og at Broens Højdebeliggenhed ligeledes var temmelig

*) Denne blev velvilligst udført af »Danmarks geologiske Undersøgelse.«

Digitized by Google

nær fastslaaet ved Fordringen om, at Kajsporene og Kajgaderne paa begge Sider skulde føres under Tilslutningsbrofagene. Hvad dernæst Inddelingen og Udformningen af Broen angaar, viste det sig hurtigt, at den simpleste og billigste Konstruktion for Brofagene paa Land var en Bjælke- eller Rammekonstruktion med Fagvidder paa 10—13 m. Paa saadanne Konstruktioner føres Vej og Jernbane, hver for sig, til Hovedbroen over Sundet. Saavel Tilslutningsbrofagene som Hovedbroen skal nedenfor gøres til Genstand for indgaaende Omtale, her skal blot bemærkes, at ogsaa Inddelingen af Hovedbroen ret naturligt kun har een rimelig Løsning nemlig saaledes, at der fremkommer tre Broaabninger; vestligt mellem Pillerne 8 og 9 overdækkes Broaabningen med et Klapfag fælles for Vej- og Jernbane; østligt mellem Pillerne 10 og 11 anordnes en Broaabning omtrent af Længde som Klapfaget, hvilken Aabning overdækkes saaledes, at der her er to af hinanden uafhængige Brooverbygninger, een for Vejen og een for Jernbanen, der paa denne Strækning grener stærkt fra hinanden. Imellem de to nævnte Brofag findes endnu een Aabning (9—10) over den dybeste Del af Sundet, og ogsaa denne overdækkes naturligst med en Brooverbygnig fælles for Vej- og Jernbane.

Arbejdsparcel 1. Det faldt naturligt at paabegynde Anlægget med Udførelsen af Havnebanen paa Alssiden, bl. a. fordi der var Brug for en Del af den fremkommende Jord til Opfyldning paa den nye Havneplads. Hvor Havnebanen løber langs Jomfrustien (se Fig. 2), maatte dens Planum paa en betydelig Strækning forsænkes i den naturlige, ret stejle Skrænt mellem Jomfrustien (Kote 14 til 16 m over daglig Vande) og Havbogade, der kun ligger ca. 2 m over daglig Vande. Jordlagene i denne Skrænt er overordentlig uregelmæssige Morænelag afvekslende bestaaende af Grus, Ler, fint Sand og sandblandet Ler. Grus- og Sandlagene er stærkt vandførende. Vandføringen er saa betydelig, at Bebyggelsen nedenfor Skrænten indtil faa Aar før Broanlægget fik en rigelig Vandforsyning fra Skrænten. Det blev paa Forhaand, og som det siden viste sig med Rette, betragtet som en vanskelig og i visse Henseender farlig Opgave at forsænke Havnebanen i denne Skrænt. Det gjaldt om ikke at hindre Afvandingen af Skrænten vandførende Jordlag og at undgaa Forstyrrelser i Jordlagenes Ligevægtstilstand, saaledes kunde f. Eks. en Opblødning af et Lerlag mulig frembringe farlige Glideflader, og noget saadant kunde blive katastrofalt for den saavel ovenfor som nedenfor Skrænten liggende Bebyggelse.

Havnebanens Anlæg maatte paa dette Sted kræve Bygning af en af de to i Fig. 5 og 6 viste Konstruktioner.

Ved den første Konstruktion (Fig. 5) skulde der udgraves en lodret Rende i Skrænten. I denne Rende kunde bygges en Tunnel med Sider

Digitized by Google

og Bund udførte som plane Jernbetonkonstruktioner og Loftet som Jernbetonbjælker, der med passende Afstand afstiver Sidevæggene mod hinanden.

Ved den anden Konstruktion (Fig. 6) skulde der udføres en lignende Rendegravning i Skrænten, og derefter opføres en Jernbeton-Støttemur med det i Figuren viste Tværsnit, og sluttelig bortgraves hele den tilbageblevne Del af Skrænten til venstre for Banen.

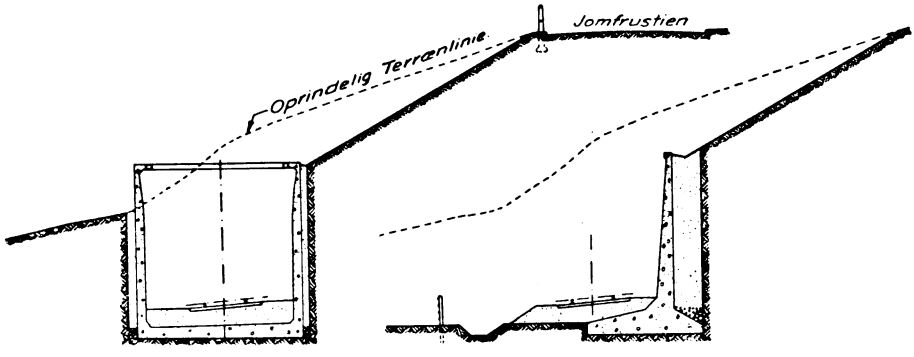


Fig. 5. Tunnel. Fig. 6. Støttemur.

Af disse to Muligheder foretrak man den første af følgende Grunde:

1) Tunnelkonstruktionen frembyder saavel paa Grund af sin Form som ved Udnyttelsen af Jordlegemet paa vestre Side af Banen en langt større Sikkerhed mod Væltning og Glidning end Støttemuren.
2) Tunnelkonstruktionen giver et mere ensformigt fordelt Tryk paa Grunden og et mere ensartet Underlag for Sporet end Støttemuren.
3) Rendegravningen vilde blive noget dybere ved Støttemuren end ved Tunnelen.

Tunnelens Længde andrager ca. 50 m. Ved Enderne af Tunnelen er Terrænforholdene noget gunstigere, og her er mindre Støttemure af den i Fig. 6 viste Form bragt i Anvendelse.

I Betingelserne for Arbejdet blev der særlig lagt Vægt paa Fordringerne om kraftig Afstivning og paalidelig Afledning af Vandet saavel under som efter Konstruktionernes Udførelse.

Fremstilling af Havnebanen fra Helgolandsgade til Pille 19 overdroges efter forudgaaende Licitation til Firmaet Monberg & Thorsen, der derefter paabegyndte Arbejdet i September 1925.

Rendegravningen udførtes som forlangt ved først at nedramme 25 à 30 cm Granpæle med ca. 1,25 m Afstand langs hver Side i passende Afstand fra Tunnelens Ydersider. Efterhaanden som Udgravningen skred frem, blev der anbragt Tværbomme mellem Pælerækkerne til indbyrdes Afstivning (Fig. 7).

Digitized by Google

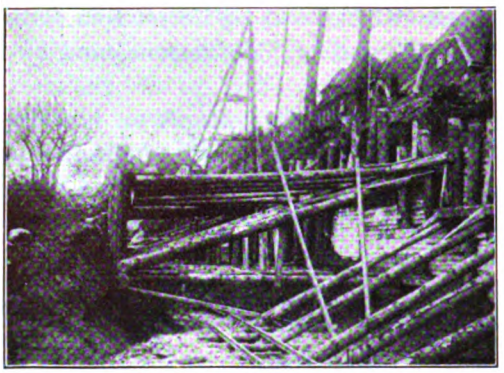


Fig. 7. Afstivning af Byggegrube.

Til Begrænsning af Byggegruben benyttedes yderligere en Bræddeforskalling indvendig paa Pælerækkerne. Den beskrevne, kraftige Afstivning af Rendegravningen, der efter de foretagne Beregninger skulde frembyde betryggende Sikkerhed, og som optog saa megen Plads, at selve Arbejdet med Fremstillingen af Tunnelen blev meget besværlig, viste sig, saalænge den ikke var fuldt udbygget, ikke at være tilstrækkelig, idet der paa en Strækning af 15 à 20 m efter et Tøbrud optraadte saa store Kræfter, at de halvtfærdige Afstivninger knækkede, og Rendegravningen delvis skred sammen paa dette Stykke.

Forholdene kort efter denne Hændelse fremgaar af Fig. 8. Aarsagen til Uheldet maa søges i, at et af de mange hældende Lerlag er blevet opblødt, hvorved der er fremkaldt en farlig Glideflade. Udblødningen er blevet muliggjort ved, at Afvandingen gennem Afgravningsskrænten har været hindret ved, at dennes Yderside var tilfrosset.

Inden Tunnelen støbtes, og i det hele saa hurtigt det lod sig gøre, blev Vandet afledt gennem perforerede langsgaaende Lerrørsledninger anbragte i Stenfaskiner i begge Sider af Udgravningens Bund og udenfor Konstruktionens Ydersider, saaledes at de samme Ledninger ogsaa efter Tunnelens Fuldførelse tjener til Bortledning af Vandet.

For paa bedst mulig Maade at faa Vandet ledet til de omtalte Ledninger, blev der mellem Jorden og Tunnelvæggene i hele Væggens Højde nedstampet et Sten- og Gruslag. En Del af Afstivningsbommene kunde naturligvis først fjernes efter at Tunnelen var støbt og hærdnet. Efter Bommenes Fjernelse blev de af disse nødvendiggjorte Udsparinger i Tunnelvæggene omhyggeligt udstøbte.

Detailkonstruktionen af Tunnelen fremgaar af Fig. 9.

Konstruktionen er beregnet som en lukket Ramme, idet Bjælkerne foroven dog er regnet at have ledet Forbindelse med Væggene.

Drænrøret langs Østsiden førtes for Enderne af Tunnelen til Be-

Fig. 8. Byggegrube efter Skred.

Digitized by Google

tonbrønde, fra hvilke Røret kan renses ved en Kobbertraad, der er ført gennem det. Midt i Tunnelen er udført en Dilatationsfuge tværs gennem hele Konstruktionen. Denne Fuge lykkedes det uden Vanskelighed at faa afdækket saaledes, at fuldstændig Vandtæthed blev opnaaet.

Konstruktionens Udseende i færdig Tilstand fremgaar af Fig. 10 og 11.

Arbejdsparcel 2 omfattede Tilslutningsbrofagene paa Sundevedsiden ud til Pille 6 (se Fig. 2) heri indbefattet Fremstilling af Nedkørselsrampen fra Dybbølgade til Sundgade og Adgangsvejen til Godspladsen samt en Udfyldning i Alssund med tilhørende Begrænsningsmur udfor Pille 6. Disse Arbejder kunde nemlig udføres uden at kræve Nedrivning af Beboelsesbygninger, hvilket derimod i udstrakt Grad var nødvendigt for Tilslutningsbrofagene paa Alssiden, hvorfor Udførelsen af disse efter Forhandling med Sønderborg By maatte udsættes til visse Nybygninger af Boliger havde fundet Sted.

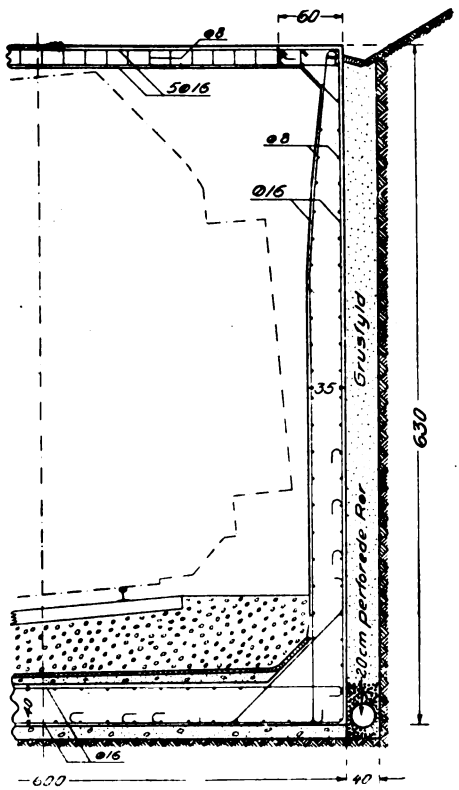


Fig. 9. Tværsnit af Tunnel.

Havnebanesporet føres som en Forlængelse af et af Stationens Spor ind paa Viadukten. Allerede inden denne naas, maa Sporet krummes efter en Kurve med kun 100 m Radius, til Gengæld er Stigningen paa den krumme Sporstrækning reduceret til ca. 6 pro Mille, medens Stigning paa det nærmeste Stykke retlinede Spor er ca. 18 pro Mille.

Man opnaar ved denne Fordeling saa nær som muligt at faa samme Togmodstand paa hele Strækningen. Viadukten ligger som nævnt i Kurve, og Tværsnittet i Broen er udformet som vist i Fig. 12, der dog fremstiller den tilsvarende Viaduktstrækning paa Alssiden. Der findes to Hoveddragere af Jernbeton, forneden forbundne med en svær 35 cm tyk Plade, der fungerer baade som Brobanekonstruktion og som Krop i Vinddrageren, samt tillige som Tværafstivning, idet der iøvrigt kun findes Tværafstivninger over Understøtningerne. Hoveddragernes Overside følger Broens Stigning, medens Undersiden i hver Broaabning forløber efter en opadvendende Cirkelbue, saaledes at Dragerhøjden er voksende fra Midten mod Understøtningerne. Hoveddra-

Digitized by Google

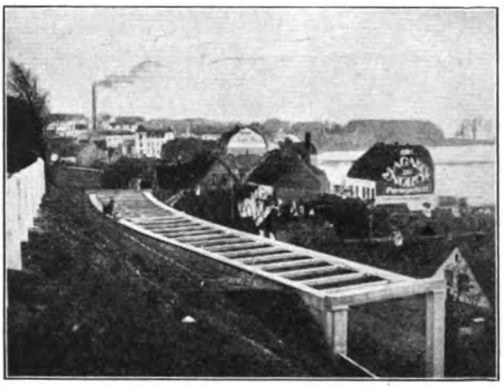


Fig. 10. Færdig Tunnel.

gerne og Brobanepladen danner tilsammen et Trug, hvori Ballast, Sveller og Skinner har Plads. Fra Hoveddragerne er foroven til begge Sider udkraget Fortovsplader, der langs Yderkanterne er forsynede med Forstærkningsribber til Indstøbning af Rækværkssceptre. Hoveddragerne er altsaa beregningsmæssigt at opfatte som T-Bjælker baade for de positive og de negative Momenters Vedkommende, idet henholdsvis Fortovsplader og Brobanepladen indgaar i Dragernes Trykflanger. Den Viaduktstrækning, der betragtes i Øjeblikket, nemlig Strækningen 0′—6′ (se Fig. 2) er indrettet som en Rammekonstruktion kontinuerlig over tre Fag ad Gangen. Eksempelvis har Stykket 0′—3′ simple, bevægelige Understøtninger paa Pillerne 0′ og 3′, medens Hoveddragerne er i stiv Forbindelse med (er sammenstøbt med) Pillerne 1′ og 2′. Paa en lige Brostrækning vilde man have en Konstruktion med den i Fig. 13a antydede statiske Virkemaade. Hertil kommer saa, at Broen er krum og, at Hoveddragerne, der har en konstant Bredde paa 60 cm, følger Broens Krumning.

Krumme Hoveddragere er som bekendt enkelte Gange blevet udført, bl. a. ved kontinuerlige Pladejerns-Hoveddragere for Bybanerne i Hamburg og Paris.

Til de paa Grund af Krumningerne optrædende Vridningspaavirkninger er der kun tilnærmelsesvis taget Hensyn i den statiske Beregning, men Tværsnitsformen egner sig forøvrigt ret godt til at optage disse Vridningspaavirkninger, der kun fremkalder Spændinger af mere underordnet Betydning. I Tilslutning til Broens Krumning maa det bemærkes, at de to Hoveddragere ikke faar samme Spændvidde i noget Fag. Broen slutter skævt til Endepillen 0′, der er udformet som en langstrakt Betonmur, der understøtter baade Viadukten for Sporet og

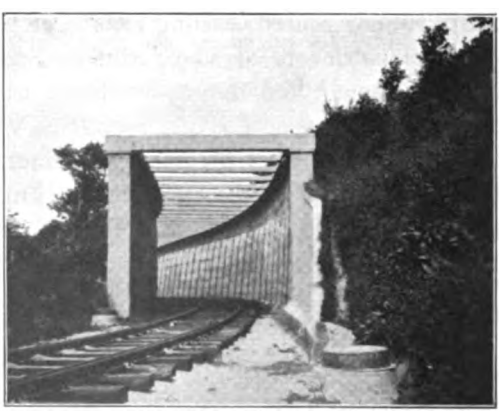


Fig. 11. Færdig Tunnel.

Digitized by Google

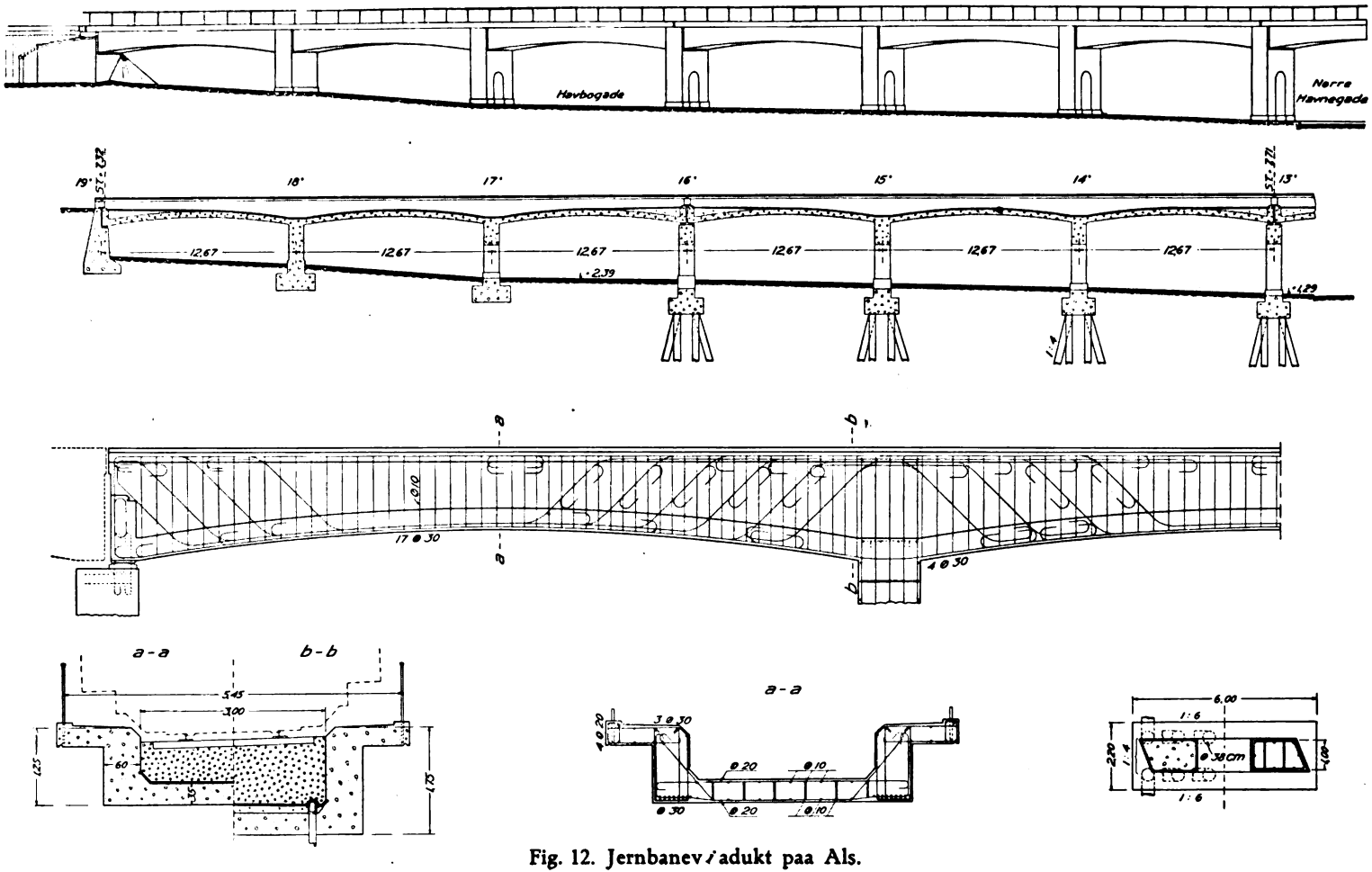


Fig. 12. Jernbanevi‹adukt paa Als.

Digitized by Google

Viadukten for Vejen. — Alle Bropillerne 0′ til 6′ er funderede paa Træpæle i Lighed med, hvad der er vist paa en Del af Viaduktstrækningen i Fig. 12.

Endepillen og alle de i denne Parcel omhandlede Mellempiller er funderede paa Skraapæle af Træ. Pælene er danske Granpæle med Middeldiamer 38 cm. Anordningen af Træpælene for en Mellempille fremgaar af Fig. 12. Pælelængden androg indtil 14,3 m, Pælehovederne er overalt afskaaret i Højde med Daglig Vande.

Der findes 12 Pæle under hver Mellempille, hvoraf de 8 har Hældning 1 : 6 i Retningen tværs paa Broen, medens de resterende 4 yderste har Hældning 1 :4 i Broens Længderetning. Det vil heraf ses, at Pæle-

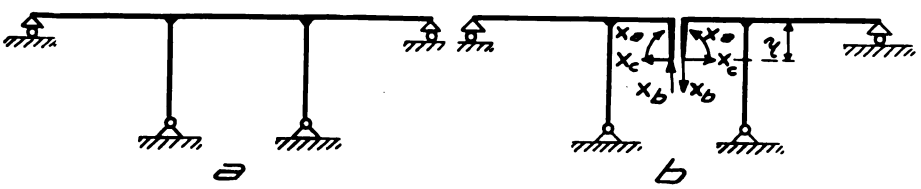


Fig. 13.

gruppen herved egner sig bedst muligt til foruden de lodrette Kræfter at kunne optage vandrette Paavirkninger, saavel vinkelret paa Broen, nemlig Vindtryk og Centrifugalkræfter, som paa langs af Broen, hvor der optræder Horizontaltryk og Bremsekræfter.

De bevægelige Lejer er simple Pladelejer af Staalstøbegods, og Underpladen har hvælvet Overside. Baade Over- og Underside har Korsribber, hvormed de fortandes i Betonkonstruktionen, til hvilken de yderligere forankres med indstøbte Bolte.

Afvandingen af Ballastkassen er iværksat derved, at der ved Udfyldningsbeton paa Brobanepladen (Fig. 12) er tilvejebragt Fald mod Mellempillerne, og fra disse Dybdepunkter er der ført Faldrør til Rørbrønde i det underliggende Terræn. Paa Udfyldningsbetonen er anbragt et Isoleringslag bestaaende af 3 m/m Arco-Sealit dækket af et 2,5 cm Pudslag af Cementmørtel. Ved Fugerne, der jo kun findes ved hver tredie Understøtning, er Tæthed tilvejebragt ved, at der paa hver Side af Fugen er udført Tværbjælker med plan Overside liggende noget over Ballastkassens Bund. Paa disse plane Oversider ligger en Slæbeplade, der ogsaa er ført op langs Ballastkassens Sider. Mellempillerne er ikke stillede radiært under Viadukten, men derimod omtrent parallelt med Endepillen og Strompillerne, hvorved der bl. a. opnaas de bedste Forhold for Underføringen af Vejen til Godspladsen og for Sporet ud langs Sundgade. Et vandret Snit i en Mellempille har Form som et Parallelogram. Mellempillerne er massive, naar bortses fra de udsparede Aabninger.

Digitized by Google

Mellempillerne og deres Fundament er armerede, som det fremgaar af Fig. 12.

Aarsagerne til, at der til den beskrevne Viadukt for Havnebanen er anvendt en Jernbetonkonstruktion, er følgende:

En Jernkonstruktion med to Hoveddragere bærende et Dæk med Tværsveller af Heltømmer viste sig at blive adskilligt dyrere og at kræve noget mere Konstruktionshøjde samt større Vedligeholdelsesudgifter. En Brooverbygning med valsede Staalbjælker indstøbte i Beton vilde i visse Henseender byde de samme Fordele som Jernbeton, idet Ballasten ogsaa her let kan føres over, og Vedligeholdelsesudgifterne bliver de samme, men Prisen ligger højere, og der kræves større Konstruktionshøjde. Den valgte trugformede Jernbeton-Overbygning frembyder netop i Henseende

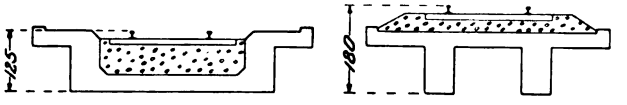


Fig. 14.

til Konstruktionshøjde et vist Optimum, hvilket illustreres ved Fig. 14, der tilhøjre til Sammenligning viser den Tværsnits-Anordning, der i Almindelighed er blevet anvendt under Forhold som dem, der her er Tale om. Jernbetonkonstruktionen har desuden det Fortrin, at den let lader sig udforme paa tiltalende Maade, selv under de her foreliggende krumme og skæve Forhold, endvidere kan Mellempillernes Stivhed nyttiggøres. Hoveddragernes Dimensioner formindskes betydeligt ved, at de er i stiv Forbindelse med (er støbt sammen med) Mellempillerne, saaledes at det statiske System bliver som allerede angivet i Fig. 13 a. I Fig. 13 b er vist, at man ved den statiske Beregning har henført de Overtallige (Normalkraft, Tangentialkraft og Momentet i Midtersnittet) til et Punkt beliggende i en saadan Dybde η under Bjælkens Akse, at der kun forekommer een Ubekendt i hver af de tre Elasticitetsligninger.

For en kontinuerlig Konstruktion over tre Aabninger er Anordningen i Fig. 13, som det ses, særdeles gunstig, idet Ekstraspændingerne fra Temperaturvariation og Svindvirkninger bliver smaa, og Bremsekræfterne kan let optages gennem Mellempillerne, hvis Dimensioner er ret rigelige til at opfylde Kravene til Styrken og i nogen Grad er bestemt under Hensynet til Udseendet.

Viadukten for Vejbroen har samme statiske Anordning som ovenfor forklaret for Viadukten for Havnebanen. Det første Stykke af Viadukten nærmest Dybbølgade krummer med Radius 60 m. Tværsnittet af Viadukten fremgaar af Fig. 15, der dog i det hele fremstiller Oversigt og Enkeltheder af de tilsvarende Brofag paa Alssiden. Der findes 4

Digitized by Google

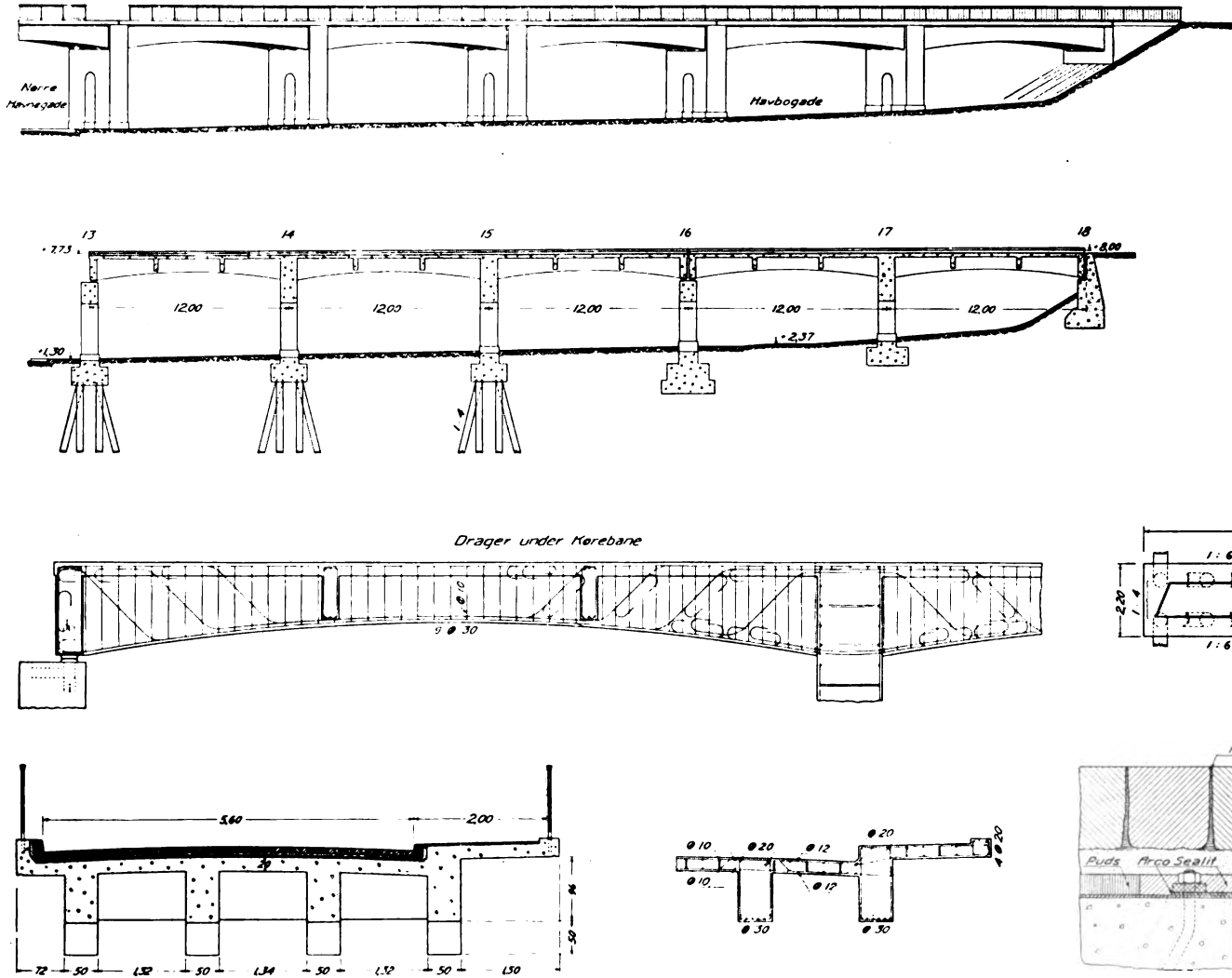


Fig. 15. Vejbrofag paa Als.

Digitized by Google

Hoveddragerne forbundne med en Brobaneplade foroven. Kørebanens Bredde er paa retlinet Brostrækning 5,6 m med passende Udvidelser paa de krumme Strækninger (indtil 6,5 m Bredde). Fortovet, der understøttes paa den langs Sydsiden udkragede Brobaneplade, har 2 m Bredde. Hoveddragerne er her retlinet forløbende fra Pille til Pille. medens Kantribberne paa Brobanepladens Udkragninger, og dermed ogsaa Rækværkerne, forløber efter Broens Krumning.

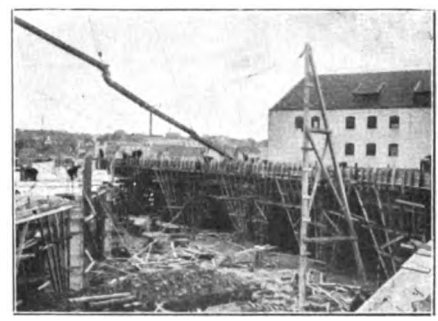


Fig. 16. Udførelse af Betonfag paa Sundeved.

Foruden over Understøtningerne findes i hvert Fag to kraftige Tværafstivninger mellem de fire Hoveddragere. Brobanepladen er under Kørebanen isoleret med 3 m m Arco-Sealit beskyttet med et 2,5 cm Pudslag af Cementmørtel. Herpaa sættes Chaussébrolægningen i et Lag tørt Sand blandet med Cementpulver. Efter Stenenes Tilstampning udgydes med Vand. Afdækningen af Dilatationsfuger, Vandafledning og forskellige andre Enkeltheder som Udformningen af bevægelige Lejer, af Pælefunderingerne, af Rækværker o. s. fr. fremgaar af Fig. 15. Størrelsen af Spændvidden for Fagene i de omhandlede Viadukter er fastslaaet af en hel Række praktiske Forhold, som f. Eks. Konstruktionshøjden, men desuden viste det sig, at Spændvidder mellem 10 og 14 m frembyder den mest økonomiske Inddeling.

Den nu beskrevne Arbejdsparcel 2 blev af Statsbanerne udbudt i Licitation i Juli 1926, og derefter fik Firmaet Kampmann, Kierulff og Saxild overdraget Arbejdet. Med Hensyn til Udførelsen skal bemærkes, at der for første Gang her i Landet anvendtes den nu allerede ret almindelig anvendte Støbemast med indstillelige Render (Fig. 16) til Transport af Betonen. Det anvendte System var »Lakewodd«, der, naar bortses fra nogle Begyndelsesvanskeligheder, virkede nogenlunde tilfredsstillende.

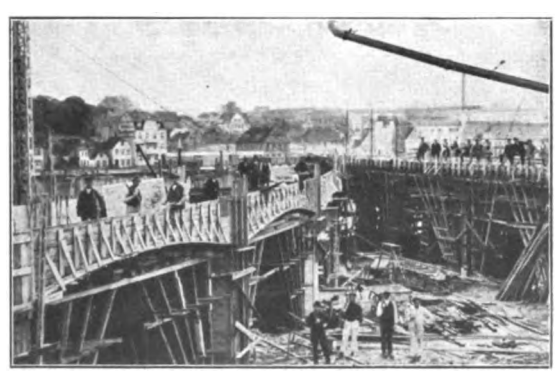


Fig. 17. Udførelse af Betonfag paa Sundeved.

Med Hensyn til Udførelsen skal endnu bemærkes, at Stilladserne, der

Digitized by Google

tjente til Understøtning af Indfatningerne for Betonstøbningen, maatte understøttes paa Mellempillernes Fundamenter (se Fig. 17), da det delvis opfyldte Terræn ikke med Sikkerhed kunde paaregnes at kunne understøtte Stilladsets Fodstykker uden utilladelig store Sætninger.

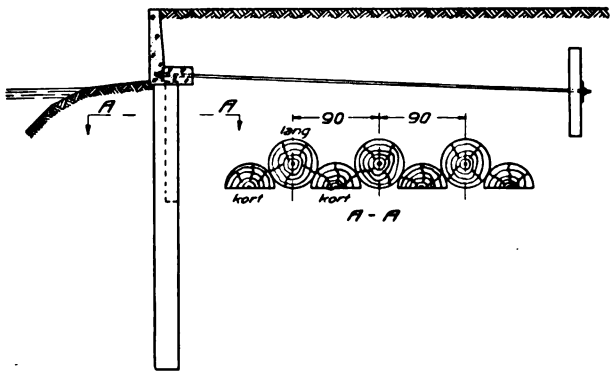


Fig. 18. Indfatningsvæg.

Arbejdsparcel 3 omfattede de tre Strømpiller 8, 9 og 10 (Fig. 2 og 3), de to Tilslutningsbrofag fra 6 til 8 paa Sundevedsiden samt Landpillen 11 og Tilslutningsbrofagene fra 11 til 13 paa Alssiden.

Pille Nr. 6, der er fælles for Vejen og Jernbanen, staar paa et Sted, der før Broanlæget var dækket med Vand. Vanddybden androg paa det nu udfyldte Areal indtil 1,2 m. Jorden til Udfyldningen blev indvundet ved Udgravning for Rampen op til Dybbølgade, og Udfyldningen blev oprindelig udadtil begrænset af en lodret Væg af gennemskaarne Granpæle rammede een paa to og foroven forsynede med Tvingere. Da det viste sig, at en saadan Væg ikke var fyldestgørende, udførtes en kraftigere Begrænsningsmur som en Jernbeton-Vinkelmur baaret af lodrette Pæle (Fig. 18) og forankret med Rundjernsankre til Jernbetonplader længere inde; udfor Pille 6 skete Forankringen dog til denne (se Fig. 20). Vinkelmuren og det omhandlede færdige Brostykke er vist i Fig. 19.

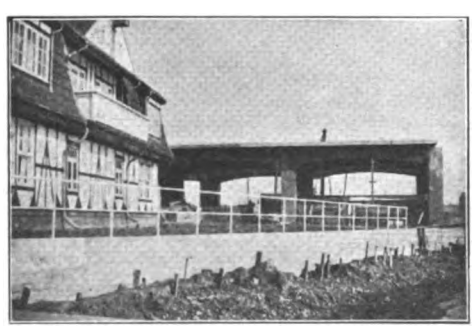


Fig. 19. Indfatningsvæg.

Mellem Pille 6, der er den sidste Pille paa Land, og Pille 8 (Fig. 2 og 3), der er Broens vestlige Klappille, haves en Afstand paa ca. 21 m. Denne Aabning kunde overdækkes med et Brofag af den nævnte Spændvidde, hvilket dog saavel i økonomisk som æstetisk Henseende ikke gav nogen god Løsning. Man foretrak derfor at indskyde en Mellempille (Pille 7) og fortsætte Jernbetonviadukten frem til Pille 8. Pille 7 maatte da funderes paa en ret stejl undersøisk Skrænt. Der anvendtes ogsaa her Pælefundering med Skraapælene staaende vinkelret paa Brolinien, jfr.

Digitized by Google

Fig. 20. Pælefundamentet blev derefter omgivet med Jernspunsvæg (Larssenjærn Nr. 1 A), foroven i Daglig Vande forsynet med Vandliste af

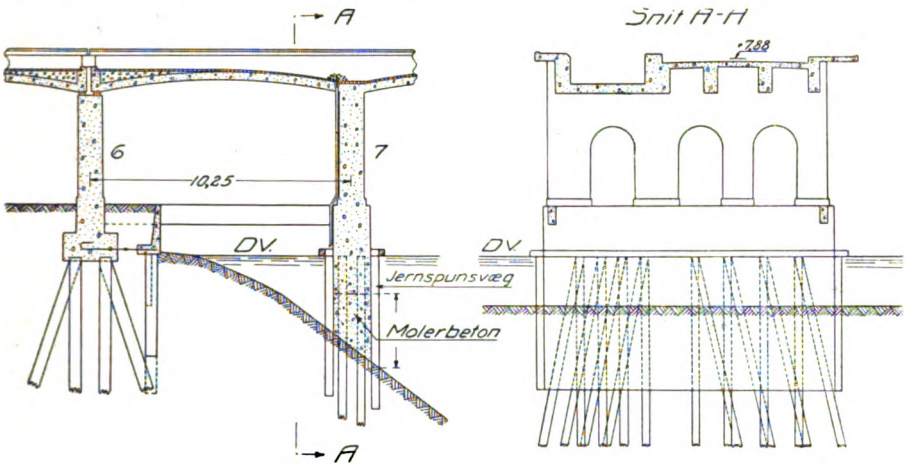


Fig. 20. Pille 7.

imprægneret Fyrretræ. Indenfor denne Indfatning støbtes fra den skraa Bund til ca. 1,5 m under Daglig Vande en Bundfangedæmning af Molerbeton. Efter at denne var afhærdnet, lænsedes inden for Indfatningen, og Betonstøbningen fortsattes med almindelig Portlandcement, efter at Molerbetonens Overflader var omhyggeligt renset. Pælene fik, som det fremgaar af Fig. 20, en meget rigelig Indstøbningslængde. Ovenpaa det saaledes fremstillede Fundament opførtes en Mellempille af ganske samme Konstruktion som ved Pille 6.

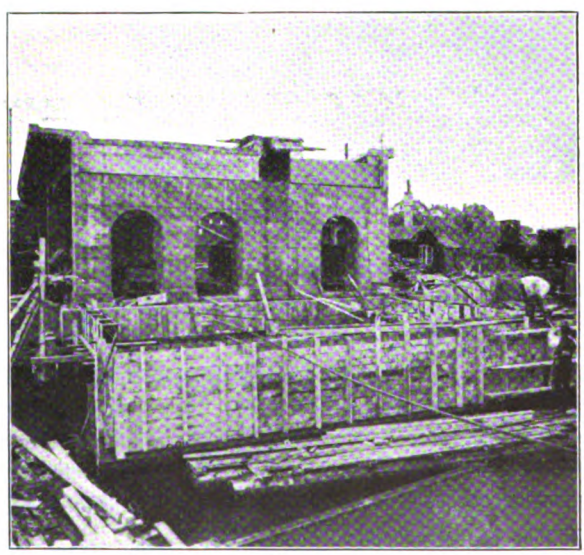


Fig. 21. Pille 7 under Udførelse.

Denne Funderingsmetode blev foretrukket, fordi man mente, at Pælefundering vilde forstyrre Skrænten Ligevægt og Lejringsforhold mindre end hvad, der vilde blive Tilfældet ved andre Metoder, der let vilde medføre større og mere sammenhængende Indgreb i Skrænten.

Digitized by Google

Pille 7 er som Fig. 20 viser en ret høj og slank Pille og har ingen Skraapæle i Broens Længderetning. Til Gengæld herfor blev den afstivet i vandret Retning til Pille 6 ved to svære Jernbetonbjælker beliggende som antydet saavel i Fig. 3 som i Fig. 20.

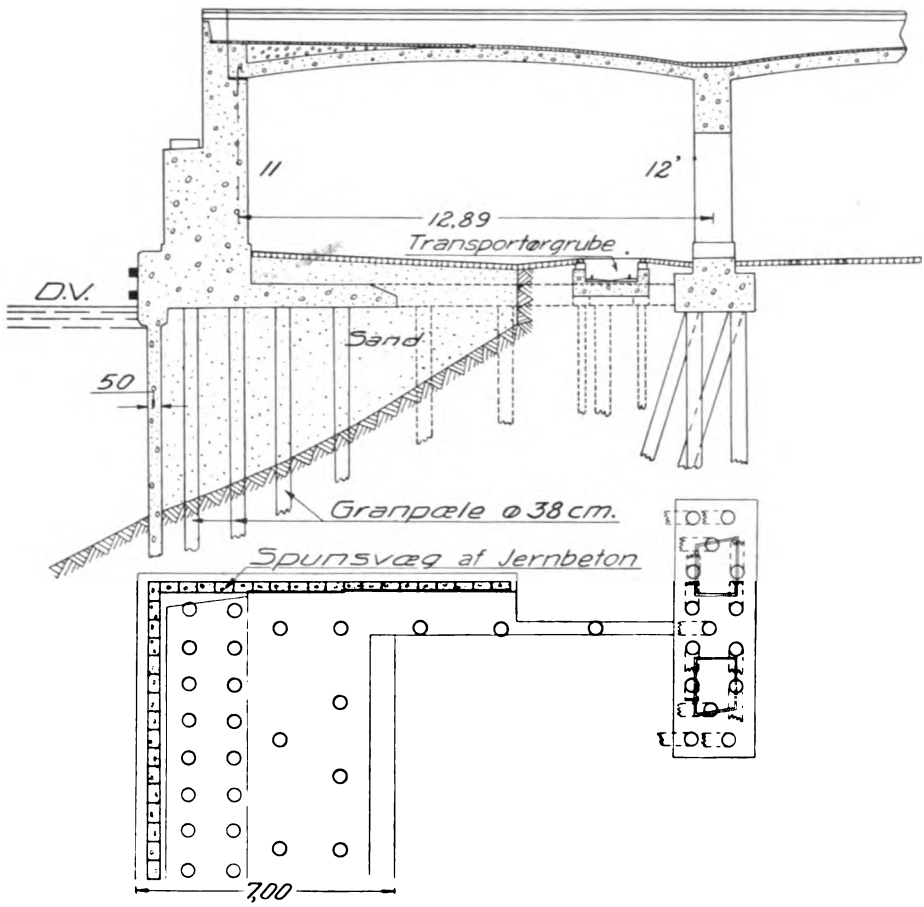


Fig. 22. Landpille paa Als.

I Fag 6—7 er Gennemsejling dermed spærret, i Fag 7—8 findes derimod gunstige Forhold for Gennemsejling med mindre Fartøjer, idet man her har den største frie Gennemsejlingshøjde nemlig 6,5 m, der overhovedet findes under Broen.

Pille 11 er som allerede nævnt fastlagt saaledes ved Projekteringen, at dens Forkant er sammenfaldende med Flugten af de fremtidige Kajmure paa Alssiden, som springer ca. 8,5 m frem foran den nuværende Kajindfatning.

Havbunden er paa dette Sted hældende (Fig. 22), og Afstanden til

Digitized by Google

virkelig fast Bund er ret anselig. Pillens Udstrækning vinkelret paa Broen maatte nødvendigvis blive betydelig (ca. 21 m), fordi Jernbanen er bøjet af i nordlig Retning (Fig. 2). Disse Omstændigheder tilsammen gjorde det ønskeligt at tilstræbe en Anordning, der kunde formindske Omkostningerne i Forhold til, hvad en massiv Fundering til fast Bund vilde medføre. Der blev udformet en Konstruktion som vist i Fig. 22. Pillen opføres paa Lodpæle af Træ, og langs hele Pillens Omkreds rammes en Jernbeton-Spunsvæg, der for Betonens Vedkommende kappes lidt under D. V., medens Træpælene afskæres nøjagtig i D. V. Over samtlige Pæle støbes først en 60 cm tyk vandret Jernbetonplade, hvis Udstrækning i Broens Længderetning er 7 m, og i hvilken Spunsvæggens Jern forankres. Over den forreste Del af denne Plade opføres den egentlige Landpille, der tjener til Understøtning saavel for Brofagene 10—11 som for Tilslutningsbrofagene paa Land.

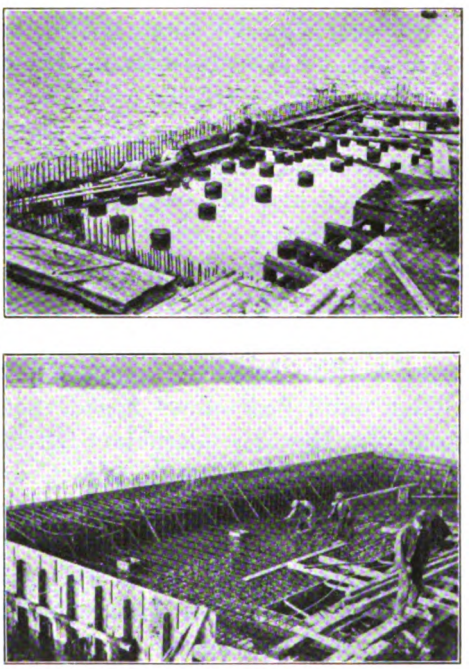


Fig. 23. Landpille under Udførelse.

Indenfor Spunsvæggene efterfyldes med Sand, efter at Væggen er tættet ved Udfyldning af Noterne med Cementpølser. Det vandrette Jordtryk paa Væggen bliver herved saa lille som muligt og hidrører i Virkeligheden kun fra selve Sandmassen, idet den lodrette Belastning paa Kajgaden ovenover (Opfyldning, Brolægning og Nyttelast) optages af den omtalte Jernbetonplade og derfor ikke kan hidføre en Forøgelse af det vandrette Jordtryk paa Spunsvæggene. Dette vandrette Tryk føres af Væggen dels ned i Grunden, dels op til Pladen, der med vandrette Trækbaand af Jernbeton (Fig. 22) er forankret til Pillerne 12 og 12′, hvis Pælefundering er anordnet under Hensyn til dette Ankertræk.

Fig. 23 viser et Par Stadier af Udførelsen af Funderingen for Pille 11.

Om Brofagene 11—13, der som nævnt hører til denne Arbejdsparcel, er intet særligt at bemærke. Medens Tilslutningsbrofagene ellers normalt er kontinuerlige over tre Fag ad Gangen, haves her kun Kontinuitet over to Fag. Lejerne paa Pille 11 er faste, medens Lejerne paa Pille 13 er Glidelejer. I Tilslutning til disse Brofag udførtes en Trans-

Digitized by Google

portørgrube for Kajsporet i Brofaget 11—12. Gruben, der er vist i Fig. 2 og i Tværsnit ses i Fig. 22, har i Bunden et Spor for Undervognene, paa hvilke de normalsporede Vogne skal hvile under Kørslen paa Smalspor. De normalsporede Vogne kører paa Skinner befæstede foroven paa Grubens Vanger.

For de tre Strømpiller blev der ved Projekteringen foretaget en sammenlignende Undersøgelse af forskellige Funderingsmaader. Resultatet blev, at massive Piller funderede ved Trykluft ikke blev medtaget ved Udbydelsen. For det første vilde en saadan Løsning blive ca. 30 pCt. dyrere end de nedenfor omtalte Pælefunderinger, og dernæst var Trykluftfunderingen betænkelig ved Pille 8, der staar ved Foden af en unsøisk Skrænt, hvis Ligevægt let kunde forstyrres ved Udførelsen af et saadant Arbejde. Pælefundering var dog paa Forhaand ikke nogen oplagt Løsning, idet der naturligvis ikke kunde være Tale om højt Pæleværk med Pælene staaende i Strømmen. For lavt Pæleværk vilde det være tilstrækkeligt at have Pæletoppene staaende i Kote — 14,00 m, henholdsvis — 12,50 m for Pillerne 9 og 10, d. v. s., der skulde enten bruges lange Pæle, der eventuelt kappedes i de nævnte Dybder, eller bruges kortere Pæle, der rammedes under Vand eller ved Anvendelse af Ged, indtil Pæletoppen naaede ned til de anførte Koter. For de tre Strømpiller blev der udarbejdet ialt tre Forslag, alle med Pælefundering, og disse Forslag benyttedes som Grundlag for Udbydelsen, ved hvilken Statsbanerne stillede de Bydende frit med Hensyn til at fremsætte Ændringsforslag.

Ved Forslag 1 (Fig. 24) var Fremgangsmaaden følgende: Paa Pillernes Plads fjernes de pletvis forekommende bløde Lag, der dog kun var af meget ringe Udstrækning, og derefter udlægges en Banket af Grus, der senere omgives og dækkes af en tyk Stenkastning. Bankettens Overside skulde for de tre Piller 8, 9 og 10 afrettes i henholdsvis — 10,00, — 16,00 og — 14,50 m under D. V. Derefter rammes et System af svære Jernbetonpæle med Tværsnit 42×42 cm. Ramningen af Pælenes tænkes f. Eks. udført ved Anvendelse af Rammegrejer, indrettede til at arbejde under Vand, eller ved Anvendelse af Paasætter, og Pælenes Længde afpasses saaledes, at de færdigrammede Pæle kun rager indtil 2 m op over Bankettens Overside. Efter at Pæleramningen er tilendebragt, og Pælene om fornødent kappede saaledes, at de ikke rager for højt op, bliver en celledelt Sænkekasse af Jernbeton bugseret hen til Pillens Plads og sænket ned, saaledes at den understøttes paa 4 nøjagtigt afskaarne Lodpæle af Træ. Jernbetonpælene rager da op i et forneden i Sænkekassen indrettet Arbejdskammer. Naar dette Arbejdskammer efter passende Ballastering af Sænkekassen tørlægges ved Trykluft og udstøbes med Beton, opnaas der en inderlig Forbindelse mellem Pillen og

Digitized by Google

Pælefundamentet. Den videre Opførelse af Pillen bestaar i Udfyldning af Beton i Kassens Celler. Grundtanken i dette Funderingsforslag er oprindelig fremsat af Forfatteren ved et Projekt indleveret ved den internationale Konkurrence 1921 om en ny Vejbro over Limfjorden ved

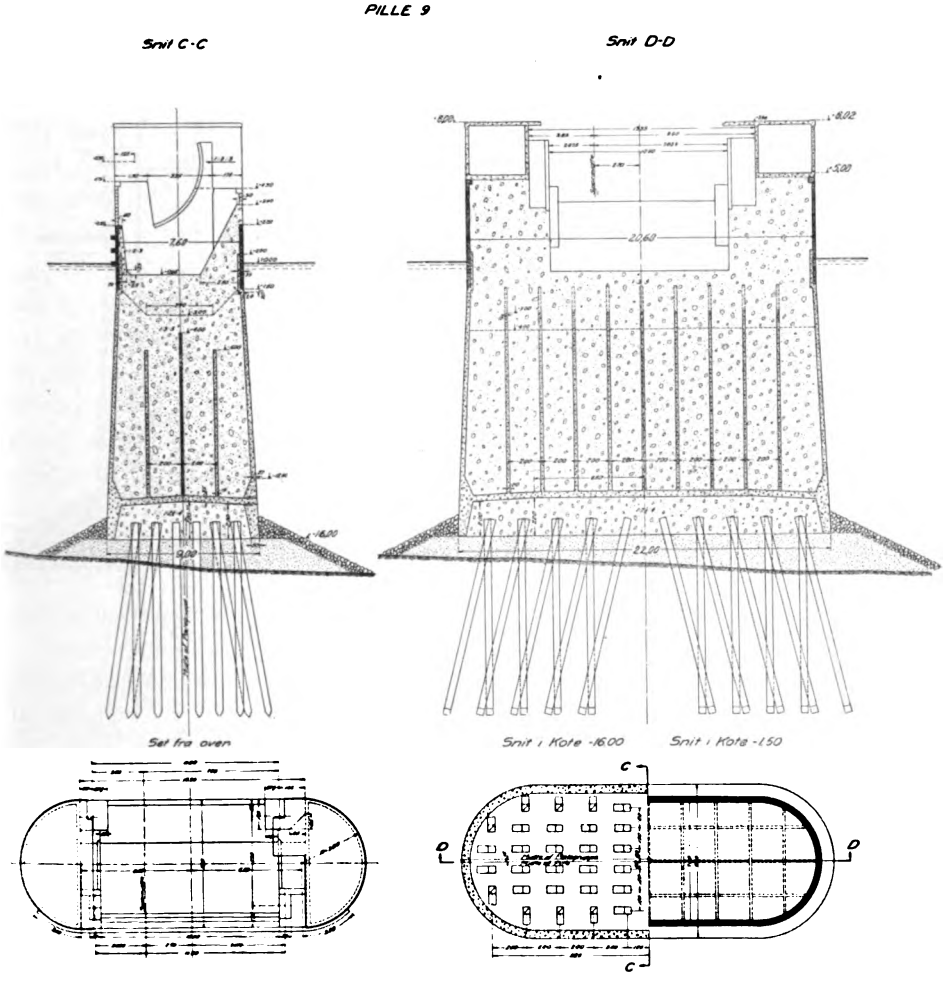


Fig. 24. Funderingsforslag 1.

Aalborg, se »Ingeniøren« 1921, S. 359. Pillerne for den nye Limfjordsbro er nu under Udførelse i alt væsentligt efter den her beskrevne Anordning.

Ved Forslag 2 (Fig. 25) fremstilles Grusbanket og Pælefundament ganske som i forrige Tilfælde, og derefter rammes omkring hele Pælefundamentet en Jern-Spunsvæg, der rager op over Vand og som senere afskæres som vist i Figuren. Der udføres nu en Betonstøbning indenfor

Digitized by Google

Spunsvæggen, efter at denne er afstivet i fornødent Omfang. Betonen udstøbes gennem Tragte i tilstrækkelig Tykkelse til at danne en forsvarlig Bundfangedæmning. Pælene er ved dette Forslag saa lange, at de endnu rager op over den omtalte Bundbeton. Naar denne Bundbe-

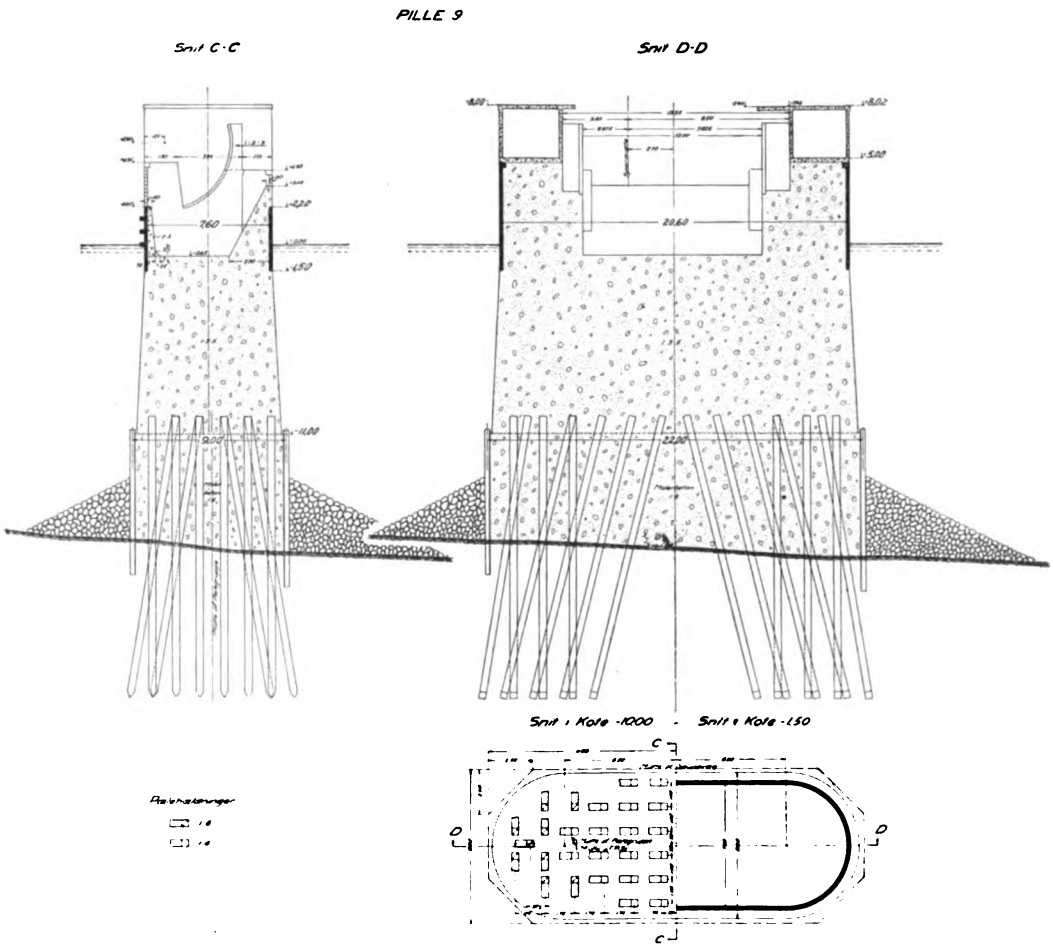


Fig. 25. Funderingsforslag 2.

ton er afhærdnet, tørlægges Byggegruben, og Resten af Pillen opføres nu i Dagen indenfor Spunsvæggen. Der vilde ved dette Forslag blive Brug for ca. 25 m lange Spunsjern. I de senere Aar er saadanne lange Spunsjern dog flere Gange blevet anvendt med Held til Fremstilling af dybe Funderinger.

Ved Forslag 3) (Fig. 26) fremstilles atter Grusbanketter som før, og ovenpaa disse afrettede Banketter nedsænkes Sænkekasser af Jernbeton.

Digitized by Google

Disse Kasser er under Udsvømningen og Sænkningen forsynede med en Bund af Træ, der fjernes, naar Kasserne er sænkede paa Plads. Kassen har forneden langs den nedre Kant en bred Fod, hvormed den hviler paa Banketten. Derefter rammes ovenfra gennem den vandfyldte

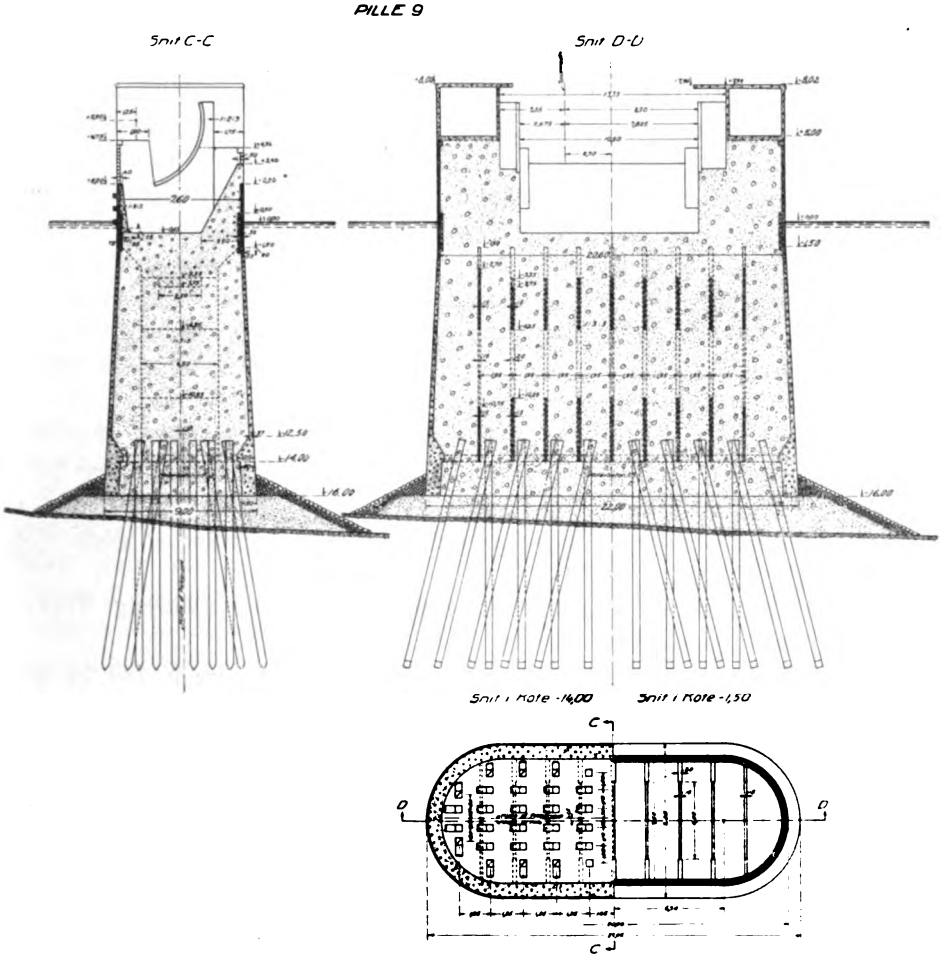


Fig. 26. Funderingsforslag 3.

Kasse et System af Jernbetonpæle, hvis øvre Ender efter Rammingen rager op i Kassens nedre Del. Den nederste Del af Kassen udstøbes under Vand med Beton, der føres ned gennem Tragte. Naar denne Bundbeton er hærdnet og afbundet, lænses Kassen, og den fyldes derefter i Dagen med Beton.

Ved Licitationen over Arbejdsparcel 3, hvilken fandt Sted i Marts 1927, indkom der Tilbud paa alle tre udbudte Udførelsesformer, dog

Digitized by Google

fortrinsvis paa Forslag 1 og 3. Priserne paa de tre Forslag afveg forholdsvis lidt fra hverandre, dog var Prisen for Forslag 1 i alle Tilfælde nogle Tusind Kroner højere end for Forslag 3. Der indkom desuden et Par alternative Tilbud, der ligeledes forudsatte Pælefundering. Tilbud paa massive ved Trykluft funderede Piller fremkom derimod ikke.

Statsbanerne besluttede herefter at antage et Tilbud fra Firmaet Monberg & Thorsen paa Udførelsen af Bropillerne efter Forslag 1. Fordelene ved dette Forslag i Sammenligning med Forslag 2 og 3 er, at man undgaar at støbe Beton under Vand, og i Modsætning til Forslag 3 kan man stille Pælene paa gunstigste Maade. Ved Forslag 3, hvor Pælene først rammes, efter at Sænkekassen er placeret, bliver man nemlig hindret i at opnaa den gunstigste Pæleanordning paa Grund af de uundgaaelige Længde- og Tværvægge i Sænkekassen. Ved Forslag 1 er det endvidere en gunstig Omstændighed, at Betonen i Arbejdskammeret stampes ned i Grunden. Pillen understøttes saaledes saavel paa Undergrunden som paa Pælene. I den statiske Beregning kommer naturligvis dog kun Pælene i Betragtning.

Pæletværsnittet var 42 × 42 cm. Længdearmeringen bestod af 8 ø 25. Tværarmeringen bestod af et dobbelt Sæt lukkede Øjebøjler, hvert Sæt omfattende 4 Længdejern.

Samtlige Pælespændinger er udregnede for tre Belastningstilfælde:

1) Lodret Belastning (hvilende og bevægelig) alene; tilladelig Trykspænding i Pælene 50 kg/cm².
2) Lodret Belastning (hvilende og bevægelig) + Vindtryk 150 kg/m² og Is- og Strømtryk svarende til 2,5 t/m af Broaabningerne; tilladelig Trykspænding i Pælene 60 kg/cm².
3) Lodret Belastning (hvilende) + Vindtryk 250 kg/m² og Is og Strømtryk svarende til 10 t/m af Broaabningerne; tilladelig Trykspænding Trykspænding i Pælene 90 kg/cm².

Det sidstnævnte Belastningstilfælde er at betragte som tænkt. Den Den største Vindhastighed, der er maalt her i Landet, svarer vel næppe til mere end 110 kg/m². Istrykket 10 t m maa i endnu højere Grad betragtes som liggende langt over, hvad der svarer til de farligste, kendte Is- og Strømforhold.

I intet af de nævnte Belastningstilfælde opstaar der nævneværdige Trækspændinger i nogen Pæl, medens Sikkerheden for den direkte Trykpaavirkning paa Pælematerialet endnu i Tilfælde 3 er omtrent 4. Pillen opnaar en meget betydelig Sikkerhed mod Væltning, idet den igennem Pælene er forankret i Bunden. Da Pælene ikke staar i strømmende Vand, men nede i Grunden, vil Strømmen ikke kunne fremkalde noget

Digitized by Google

mekanisk Slid paa dem. Grunden indeholder ikke Stoffer, der kan virke angribende paa Betonen.

Firmaet paabegyndte Arbejdet med Fremstillingen af den laveste Strømpille (vestlige Klappille). Banketten ligger ved denne Pille 10 m under D. V. og bestaar som nævnt af en Gruskærne indenfor en svær Stenbeklædning.

Pælene rammedes fra en Jernbeton-Pram (Fig. 27 og 28), der var fremstillet til Brug for dette Formaal. Paa Prammen var monteret et Rambuk-Stativ af Jern, der bærer en 23 m lang forskydelig Mægler. Ved Toppen af Mægleren findes en Tovskive med Tov til Brug ved Ophejsningen af Pælene, hvis Længde androg indtil 16 m. Paa Mægleren og styret af denne kan glide en amerikansk Pælehammer af System Mac-Kiernan-Terry Nr. 10 B_2. Denne Hammer er indvendig udformet som en Dampcylinder, indeni hvilken en som Stempel udformet Ramklods kan bevæge sig (Fig. 29). Hammeren er indrettet til ogsaa at arbejde under Vand. Vægten af den bevægelige Del andrager 1100 kg, Faldhøjden 50 cm. Til at drive Hammeren benyttedes overhedet Damp af 8 Atm. Tryk, der fra en paa Prammen monteret Kedel ledtes til og fra Hammeren ved bøjelige Metalslanger. Hammeren kunde slaa indtil 115 Slag pr. Minut (og præsterede da en Arbejdsmængde paa ca. 2100 kgm pr. Slag). Slaget virker ikke alene ved Ramklodsens Vægt og Faldhøjde, men tillige ved den Hastighed, som Damptrykket meddeler Ramklodsen.

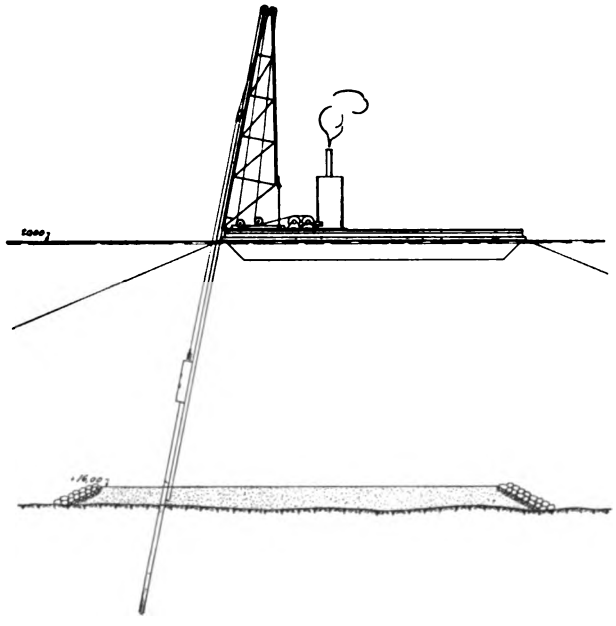


Fig. 27. Skitse af Undervandsramning.

Efter at Mægleren er hejset et passende Stykke op, og Pælehammeren anbragt i Toppen af Mægleren, kan Pælen, hvis Vægt androg indtil ca. 7 Ton, hejses op, idet den glider opad Mægleren og er styret i denne. Derefter sænkes saavel Mægler som Pæl, saaledes at først Pæl og derefter Mægler rører Bunden. Mægleren kan ved Hjælp af Skrue-

Digitized by Google

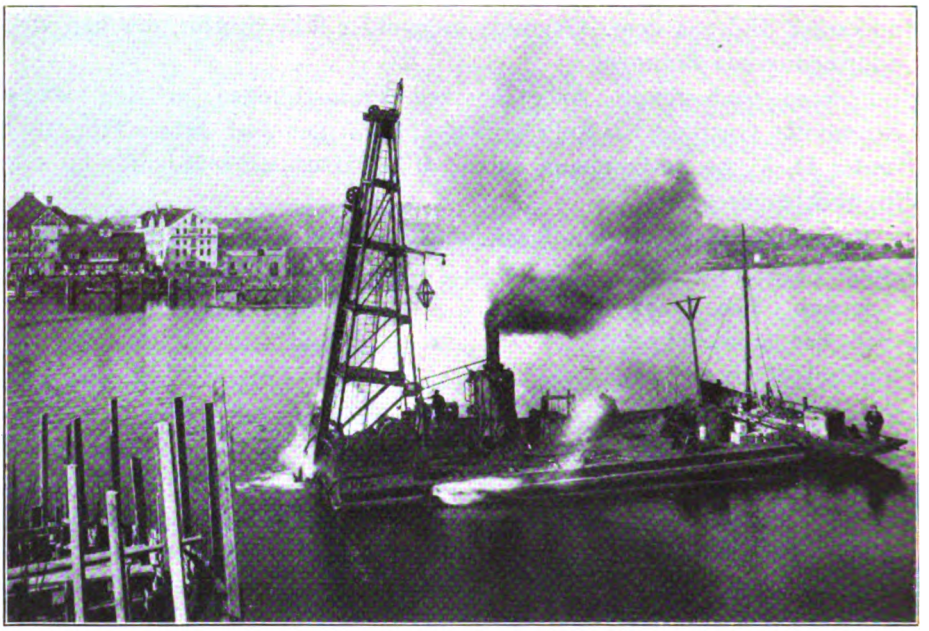


Fig. 28. Ramning under Vand.

spindler paa Rambukstativet indstilles saaledes, at Pælene faar den rette Hældning. Den største Hældning androg her 1 : 4,8. Naar Pælen nærmer sig til at røre Bunden, indmaales dens Stilling nøjagtigt, eventuelt rettes dens Stilling ved Hjælp af Prammens Fortøjninger. Pælens Stilling justeres endnu en Gang, efter at den træder paa Bunden. Derefter fires Pælehammeren (Vægt ca. 5 t) ned ad Mægleren, saaledes at den kommer til at hvile paa Pælehovedet. Pælehammeren fastspændes ikke paa Pælehovedet, men griber om dette med fire Horn, og som Mellemlæg mellem Pælehammer og Pælehoved benyttes et dobbelt Lag Brædder af Asketræ omviklede med Baandjern. Pælene rammedes ret hurtigt ned, men det viste sig, at Betonpælene ikke kunde rammes saa dybt

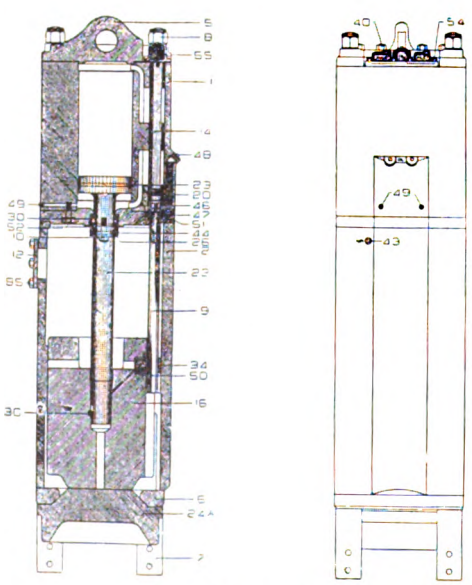


Fig. 29. Ramslag.

Digitized by Google

som paaregnet. Ved den vestlige Klappille (Pille 8) gik man derfor over til at supplere Ramningen med Skylning, og derved lykkedes det at bringe Betonpælene ned til den ønskede Dybde Man iagttog dog samtidigt, at det var muligt at ramme Træpæle ned til samme Dybde uden Anvendelse af Skylning. Ved de to andre Strømpiller (9 og 10) viste det sig umuligt at anvende Skylning paa Grund af større

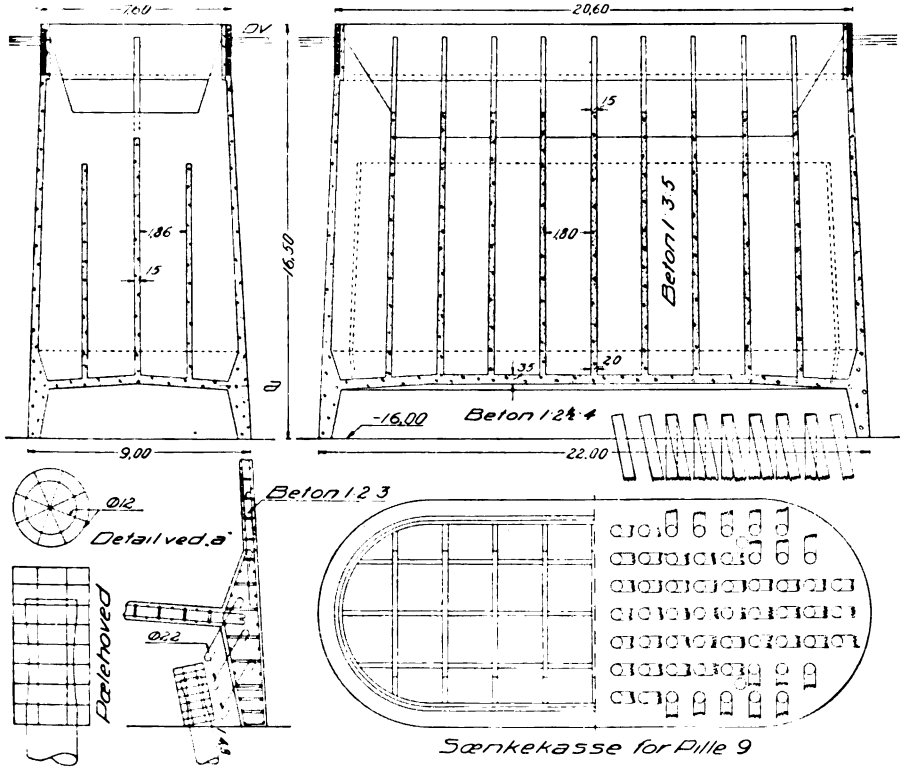


Fig. 30.

Lerindhold i Grunden. Her maatte man derfor enten nøjes med en ca. 2,5 m mindre Funderingsdybde end paaregnet eller ogsaa gaa over til Træpæle.

Man forsøgte nu at opnaa forøget Rammedybde ved et bruge spinklere Betonpæle i Haab om, at en Pæl med mindre Masse skulde trænge dybere ned, men dette lykkedes ikke. Betonpæle fremstillede med samme Konicitet som Træpæle lod sig heller ikke ramme dybere end de forudsatte Betonpæle. Træpælenes Fortrin kunde herefter ikke tilskrives deres koniske Form, men snarere deres større Elasticitet muligvis i Forbindelse med deres mindre Masse. Betonpælene repræsenterer et

Digitized by Google

mere plastisk (dødt) og mindre elastisk Gennemgangsled for Stødeenergien end Træpælene.

Da man ikke ønskede at give Afkald paa den større Funderingsdybde, blev der herefter udarbejdet et Forslag til Anvendelse af Træpæle i Stedet for Betonpæle, og dette Forslag blev efter nogen Overvejelse approberet. Der anvendtes indtil ca. 18 m lange Stammer af dansk Gran med en Middel-Diameter af 42 cm. Ramningen forløb herefter glat. Afskæringen af Pælene skete med Sav ved Hjælp af Dykker.

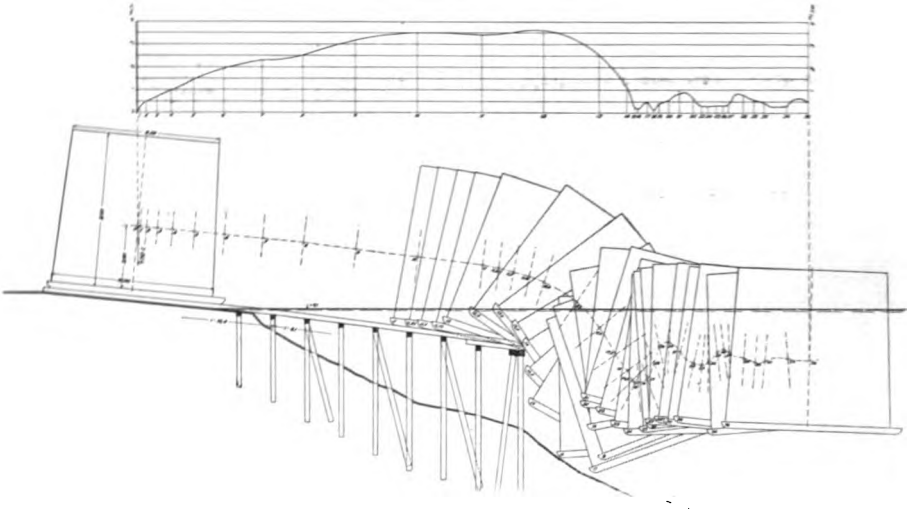


Fig. 31. Diagram af Stabelafløbning.

Ved Pille 9 blev der i Stedet for 56 Stk. 42 × 42 cm Betonpæle anvendt 118 Stk. Træpæle med Middeldiameter 42 cm. Ved Pille 10 var de tilsvarende Tal 40 Stk., henholdsvis 100 Stk.

Fig. 30 viser Hoveddimensionerne for Sænkekassen til Pille 9, nogle Detailler af samme og af Pælehovederne samt en Oversigt over Placeringen af Pælene.

Paa en for Formaalet indrettet Bedding i Nærheden af Brostedet (Fig. 2) støbtes Jernbeton-Sænkekasserne een efter een (Fig. 32). Vægten af en Sænkekasse androg ca. 800 t. Beddingsløbet var dobbelt, med en Hældning 1 : 10 paa det Sted, hvor Kassen blev bygget. Det førtes ud i Vandet til en Dybde af 1,70 m under Vandoverfladen gennem en svagt krummet Cirkelbue (Radius ca. 630 m). Vanddybden udfor Enden af Beddingen var 7,5 m. Forud for Stabelafløbningen blev Kassen forovenafdækket og lukket med et Plankedæk. Kassens Bevægelser under og efter Afløbet blev forud beregnet, og Beregningen viste sig at stemme godt med de senere foretagne Observationer, som bl. a. bestod i en kinematografisk Optagelse, der af Firmaets Overingeniør Axel Efsen blev

Digitized by Google

planlagt saaledes, at man ved Hjælp af Billederne kunde bestemme Kassens virkelige Stilling nøjagtigt paa ethvert Tidspunkt. Et Sekund-Pendul var nemlig opstillet saaledes, at det blev medtaget paa alle Optagelserne.

Fig. 31 viser en Kasses Bevægelse saavel nedad Beddingen som i de første Øjeblikke, efter at Kassen saa at sige er væltet ud i det dybere Vand udfor Beddingen. I Koordinatsystemet øverst i Figuren er som Abscisse afsat Tiden i Sekunder og som Ordinat Kassetyngdepunktets Hastighed i vandret Retning.

For den vestligste (laveste) Strømpille 8 kunde Sænkekassen straks

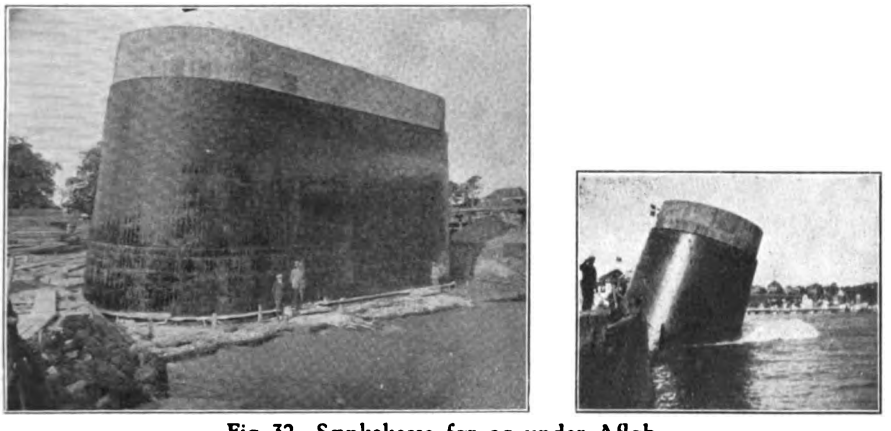


Fig. 32. Sænkekasse før og under Afløb.

bygges færdig paa Beddingen med den fornødne Højde af 10,5 m, medens de to andre Sænkekasser maatte forhøjes, efter at de var bragt ud i Vandet.

Sænkningen af Kasserne ned over deres respektive Pælefundamenter foregik uden Vanskelighed, hovedsagelig ved Indpumpning af Vand i Kassernes Celler. Hver Kasse hvilede efter Sænkningen paa fire nøjagtigt afskaarne lodrette Træpæle. Inden Sænkningen blev den kombinerede Person- og Materialsluse samt Sluserøret anbragt saaledes, at man straks efter at have konstateret Kassernes nøjagtige Stilling kunde paabegynde Tørlægningen af Arbejdskammeret ved Indpumpning af Trykluft (Fig. 33). Fra Arbejdskammerets Væg havde man ladet svære Rundjern rage ud, hvorved sikredes en inderlig Forbindelse mellem Væggen og Betonen i Arbejdskammeret. Arbejdskamrene har hvert et Rumfang paa indtil ca. 300 m^3. Et Kammer udstøbtes i Løbet af 5 à 6 Døgn, idet der arbejdedes 16 Timer i hvert Døgn.

Jernbetonpælene i Pille 8 blev kappede 1,5 m over Banketten. Kapningen skete, efter at alle Pæle var rammede, ved at der paa det an-

Digitized by Google

givne Sted lagdes en Dynamitsnor omkring Jernbetonpælen, hvorved Betontværsnittet blev slaaet over ved en saadan enkelt Sprængning. Pælejernene blev derefter blottede ned til 0,5 m over Sænkekassens Skær. De blottede Jern blev sat i Forbindelse med en langs- og tværs-

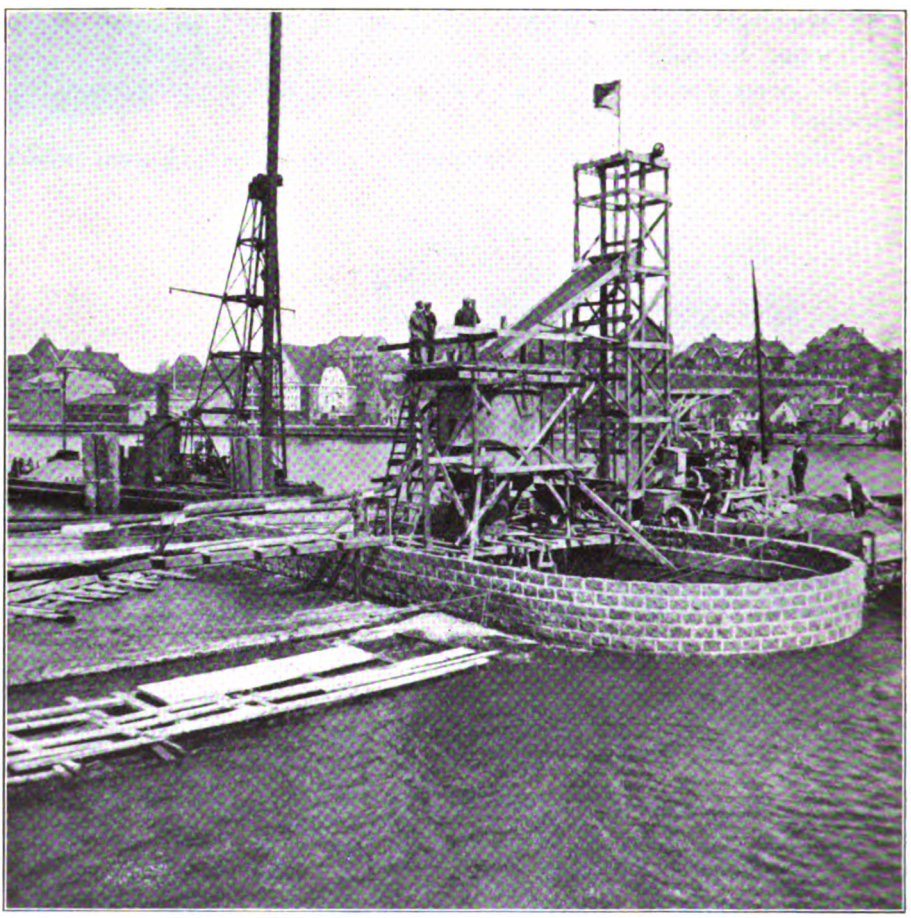


Fig. 33. Udstøbning af Arbejdskammer i Trykluft.

gaaende Rundjernsarmering i Arbejdskammeret, hvilken tjente til at give denne Betonmasse en forøget Sammenhæng.

Træpælene i Pille 9 og 10 blev kappede af Dykker med Sav ca. 1 m over Sænkekassens Underkant. Som Fig. 30 viser, blev der lagt en Forsnøring af Rundjern om hvert Pælehoved.

Efter at Arbejdskamrene var udstøbte, fyldtes Cellerne over Arbejdskamrene med Beton, idet disse Celler enkeltvis tømtes for Vandballast. Pillerne er fra 1,5 m under D. V. til 2,3 m over D. V. beklædte med

Digitized by Google

Granitparement bestaaende af lutter Løbere. Højde og Tykkelse af Stene andrager 20 cm, Længden af Stenene varierer mellem 40 og 60 cm. Stenene blev formurede i Halvstensforbandt, saaledes, at Afstanden mellem de lodrette Fugeflader for to over hinanden liggende Sten aldrig er mindre end 20 cm. I de vandrette Fuger findes for hver Sten en Binder af 5 m/m galvaniseret Rundjern, der gaar ind i Jernbetonvæggen bag Paramentet.

I Pillerne 8 og 9 er der indrettet Hulrum, der giver Plads for Klapbroens Kontravægte. Bunden i Klapkælderne ligger i Kote — 1.6 m og har Fald imod en Sump i Nord- og Sydenden af Kælderne. Disse var oprindelig ikke ganske tætte, men gav en Indsivning af ca. ½ m^3 Vand pr. Døgn. Efter at Bunden var blevet forsynet med et Pudslag indeholdende Sika blev Tætheden dog praktisk talt fuldkommen, saaledes at de i Sumpene anbragte Lænsepumper kun med betydelige Mellemrum vil komme i Anvendelse. Den nærmere Udformning af Pillernes Overdele er foretaget under Hensyn til Bro-Overbygningen og Klapbroens Udrustning og vil derfor blive nærmere omtalt nedenfor.

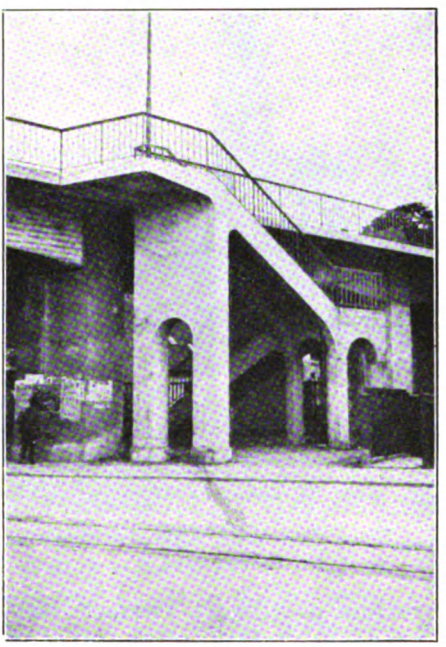


Fig. 34. Trappe ved Nørrehavnegade.

Til Parcel 3 hørte fremdeles Udførelsen af et Afviserværk (Ledeværk) langs Gennemsejlingsaabningens Vestside. Dette Afviserværk blev udført som en Række Duc d'Alber Nord og Syd for Broen (se Fig. 2). Duc d'Alberne staar paa Vanddybder fra 10 til 14 m, der findes 9 Stk. Nord for Broen og 10 Stk. Syd for Broen i en indbyrdes Afstand af 9,0 m. Pælene gaar ca. 7 m ned i Bunden. De yderste Duc d'Alber har ni Lodpæle rammede omkring tre Centerpæle, de øvrige seks Lodpæle rammede om een Centerpæl. Pælene i hver Duc d'Alber forbundne indbyrdes med Beslag og Bolte og spændt sammen med Jernkæder. Alle Pælene er foroven hver afdækkede med en Zinkhætte.

Firmaet Monberg & Thorsen gennemførte det store og ret egenartede Arbejde paa udmærket Maade uden noget Uheld.

Arbejdsparcel 4 omfattede Overbygningen til hele Hovedbroen og skal nedenfor gøres til Genstand for nærmere Omtale.

Digitized by Google

Arbejdsparcel 5 omfattede Nedrivningen af en hel Del, hovedsagelig ældre og mindre værdifulde Bygninger i Sønderborg, hvilke maatte fjernes for at give Plads for Tilslutningsbrofagene og de nye Gader og Ramper. Bro-Arbejdet har i det hele i større eller mindre Udstrækning krævet Ekspropriation fra henved 100 forskellige Lodsejere. Mange Lodder var dog ret smaa og næsten helt optaget af Bebyggelsen.

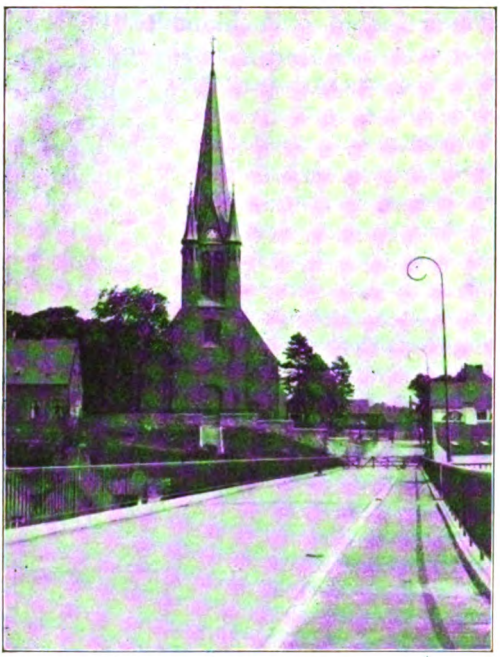


Fig. 35. Udsigt mod Kirken med den nye Støttemur.

Arbejdsparcel 6 bestod af Tilslutningsbrofagene paa Als-siden (Fig. 12 og 15) samt Støttemure omkring Kirkens Vest- og Sydside, Rampen og Støttemuren for Kirkebakken og Kirkegade (se Fig. 2). Endvidere skulde der udføres en Trappe fra Broen til Nørrehavnegade (Fig. 3) og en Trappe op til Kirkens Vestside.

Efter Licitationen, der fandt Sted i December 1928, blev Arbejdet overdraget Firmaet Rasmussen & Thomsen, Ribe.

Idet selve Brokonstruktionerne ved denne Parcel allerede er blevet beskrevet foran, skal her kun gengives et Par Billeder, der viser nogle Enkeltheder fra det færdige Anlæg. Trappen fra Broen ned til Nørrehavnegade (Fig. 34) er et paa Lodpæle af Træ funderet Bygværk af Jernbeton, der ikke er sammenstøbt med Broen. Fig. 35 viser Vejbroen paa det sidste Stykke hen-

Fig. 36. Jernbaneviadukt paa Als.

Digitized by Google

imod Kirken samt Muren omkring og Trappen op til denne. Fig. 36 viser Viadukten for Havnebanen, der i en Kurve med 100 m Radius er ført ind mellem Bebyggelsen paa begge Sider.

Firmaet Rasmussen & Thomsen fremstillede Betonoverfladerne for alle Konstruktionerne usædvanligt glatte og smukke, alene ved en omhyggelig Støbning med den sædvanlige, efterfølgende Svumning. For at beskytte Betonkonstruktionernes Yderflade og for at faa et ensartet Udseende af de til forskellige Tider opførte Brofag blev alle Betonviadukter malede to Gange (en Grunding og en Dækstrygning) med graagul Creconto-Oliefarve. Dette Arbejde blev efter forudgaaende Licitation overdraget til Firmaet O. Wirring, Odense.

Parcel 4 omfattede, som allerede nævnt, Klapbroen og de faste Brofag over Sundet. Ved Projekteringen blev der udarbejdet en hel Række Skitseprojekter til disse Brooverbygninger.

En enkeltfløjet Klapbro med Kontravægten over Brobanen vilde fremfor en dobbeltfløjet Klapbro frembyde Fordelen ved kun at have eet Drivmaskineri og ved i lukket Tilstand naturligt at danne en simpelt understøttet Drager med ganske klar Virkemaade. En saadan Klapbro vilde dog i æstetisk Henseende lade meget tilbage at ønske og maatte, da der skulde holdes en fri Højde paa 5 m under Broen, have sine Hoveddragere gaaende op over Brobanen. Dette vilde nødvendiggøre en Hoveddragerafstand paa 11 m og i det hele medføre en ret tung Konstruktion. Der maatte derfor for at undgaa de nævnte Ulemper tilstræbes en dobbeltfløjet Klapbro med Kontravægtene skjulte i Pillerne, som ganske vist derved maatte faa betydeligt forøgede Dimensioner. Til Gengæld vilde Hoveddragerne kunde holdes helt under Brobanen med en Afstand paa højst 9 m, og Udseendet vilde forbedres overordentligt meget, i Særdeleshed naar Hoveddragerne udformes som Pladejernsdragere (dobbelte) med konstant Højde. Det næste Brofag 9—10, hvis teoretiske Spændvidde er ca. 75 m, vilde da passende ogsaa kunne gives Hoveddragere udført som Pladejernsdragere af samme Højde som Klapbroens og af Hensyn til den store Spændvidde armerede med Stangbuer over Brobanen. Endelig vilde det falde naturligt at lade det sidste Brofag 10—11 bæres af Pladejerns-Hoveddragere, to under Vejen og to under Sporet. Man opnaar ved denne Anordning, at hele Hovedbroen markeres ved et gennemgaaende Pladejernsdrager-Bælte (Fig. 3), og at Klapfaget og Fag. 10—11 paa en tiltalende Maade danner Pendant til hinanden paa hver Side af det store Brofag midt i Sundet. De massive Konstruktioner (Pladejernsdragere) maatte ogsaa foretrækkes af økonomiske Grunde.

Klapbroen er fremstillet i Fig. 37 paa Plan I. Ved Projekteringen var det et Hovedpunkt at faa fastslaaet, hvorledes de to Klapper paa bedste Maade

Digitized by Google

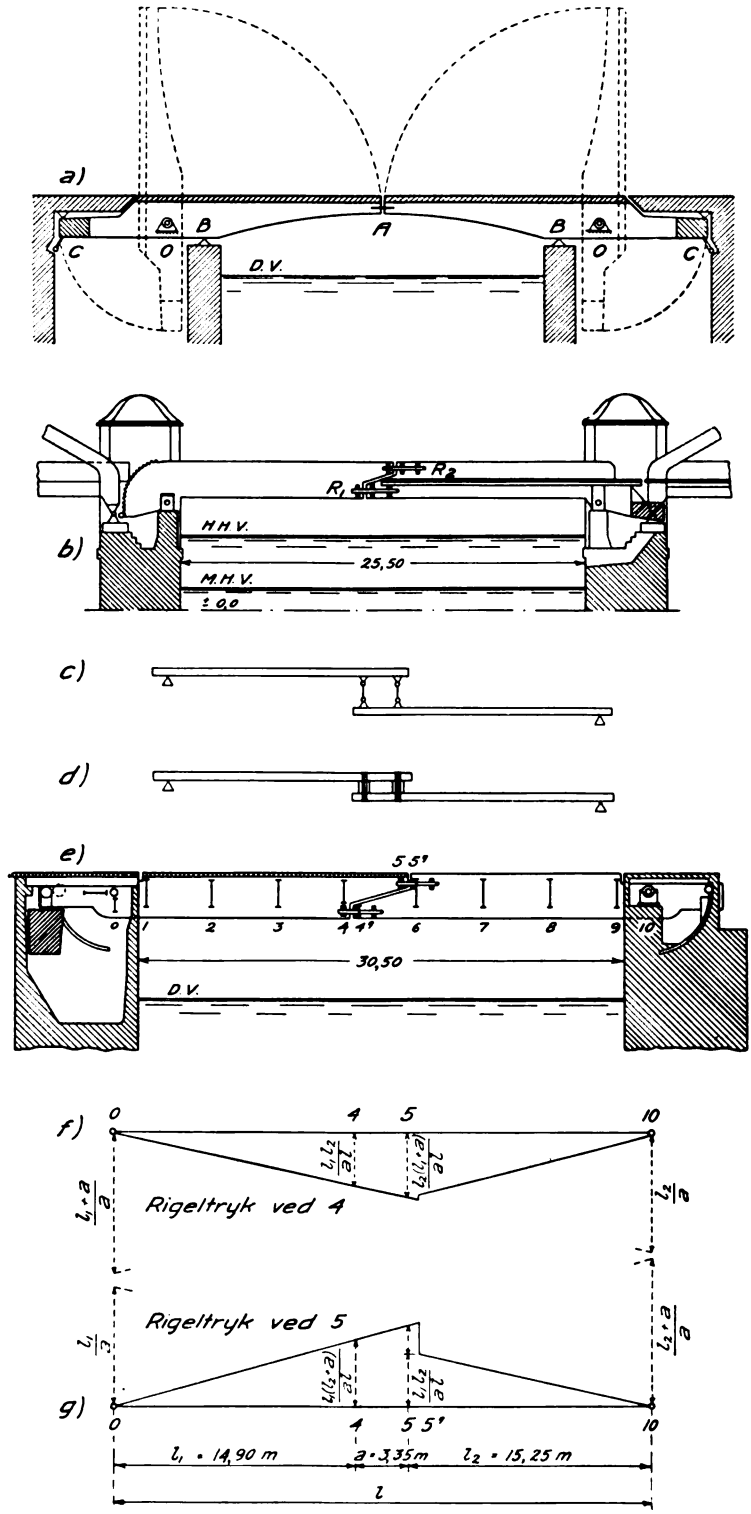


Fig. 38.

Digitized by Google

kunde forbindes med hinanden. Den almindeligste Anordning for en dobbeltfløjet Klapbro er vist i Fig. 38 a. Hver Klap er i lukket Tilstand at betragte som havende Understøtninger ved B og C og de to Klapper er desuden i A forbundne ved en Skudrigel. Denne Udformning har forskellige Ulemper og fortrinsvis følgende:

1) at der overføres et meget betydeligt Moment (Indspændingsmoment) til Pillen,
2) at Konstruktionen er statisk ubestemt, og derfor kan faa visse Extraspændinger,
3) at der findes et udpræget Knæk i Nedbøjningslinien ved A og
4) at Maskineriet kompliceres derved, at det efter Lukningen af Broen er nødvendigt at aflaste Omdrejningsakslerne.

Den sidstnævnte Ulempe kan undgaas, naar man (hvad der kun sjældent er sket) lader Understøtningerne B falde bort og erstatter dem med O, altsaa lader Lejerne for Omdrejningsakselen understøtte Broen ogsaa i lukket Stilling.

Man kan opnaa at fjerne den under 2) nævnte Ulempe og faa en stiv Konstruktion ved at udforme Klapbroen saaledes, at den i lukket Stand virker som en Tre-Charniersbue. Dette har f. Eks. fundet Anvendelse ved Knippelsbro i København, men det medfører dog et ganske overordentlig kompliceret Maskineri, idet Omdrejningsakslerne ikke kan være Vederlag for Buen. Ved den her foreliggende Broopgave forbyder denne Løsning næsten sig selv alene paa Grund af Buens store Horizontaltryk, der ikke med Rimelighed vilde kunne optages af de høje Piller.

En Løsning, der ikke er behæftet med de ovennævnte Ulemper, vilde derimod kunde opnaas ved Anvendelse af en Forrigling efter System Voss, der er fremstillet i Fig. 38 b. De to Klapper er her understøttede i Omdrejningsakslernes Lejer O og desuden forbundne ved de to vandrette Skudrigler R_1 og R_2. Naar disse er forsat for hinanden, som vist i Figuren, kan der foruden Transversalkræfter ogsaa overføres Momenter fra den ene Klap til den anden. Konstruktionen, der saaledes virker som en simpelt understøttet Bjælke, er første Gang udført ved den nye Vejbro (Fig. 38 b) over Ejderen ved Frederiksstad, der blev projekteret af Voss og Schwyzer. Fig. 38 c og d viser til Belysning af den statiske Virkemaade et Par Konstruktioner, ligeledes bestaaende af 2 Halvdele, der paa ganske lignende Maade bliver forbundne saaledes, at Helheden bliver en statisk bestemt, simpelt understøttet Drager.

Under Anvendelse af den forklarede Voss-Forrigling blev den i Plan I og Fig. 38 d viste Klapbro til Alssundbroen projekteret. Medens man saaledes havde stor Fordel af at benytte den ved Frederikstadbroen an-

Digitized by Google

vendte Forrigling, bestræbte man sig for at finde Forbedringer af en Del Anordninger, der ved Frederikstadbroen ikke forekommer helt tilfredsstillende.

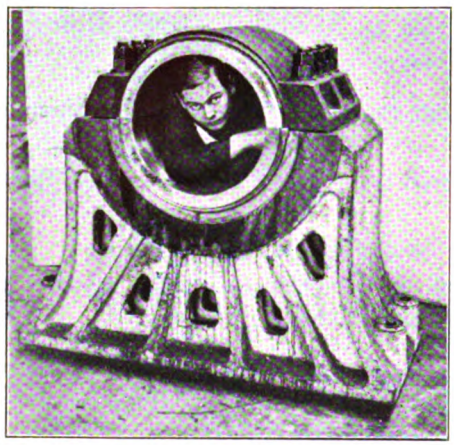


Fig. 39. Hovedleje.

Ved Frederikstadbroen er det saaledes Klaphalerne (se Fig. 38 b), der understøtter Brodækket over Klappillerne, hvilket bevirker

a) at ved aaben Bro maa Færdselen ved kraftige Spærrebomme hindres i at kunne styrte ned i de aabne Klapkældere, til hvilke ogsaa Vand, Sne og Snavs har let Adgang,

b) at Paavirkningen paa Riglerne kan skifte Tegn, eftersom Belastningen alene staar mellem Understøtningerne eller alene paa Klaphalerne,

c) desuden er Drivmaskineriet eensidigt virkende d. v. s., der findes kun Tandkrans paa den ene Hoveddrager, i hvilken Tandkrans Spillets Tanddrev griber ind. Det til den anden Hoveddrager fornødne Drejningsmoment maa da overføres gennem en Tværkonstruktion, der paavirkes til Vridning.

Alssundbroens Klapfag har en fri Gennemsejlingsvidde paa 30 m. De to Hoveddragere er Pladejernsdragere med dobbelt Krop (se Fig. 37 a og b). Krophøjden er 2,2 m. Hoveddragerne, der understøttes i Broens Omdrejningslejer (Fig. 39), har indbyrdes Afstand 8,95 m fra Midte til Midte og fortsætter sig i Klaphalerne (Fig. 40). Hoveddragerne forbindes med Tværbjælkerne (Fig. 37 d), hvis indbyrdes Afstand er 4,33 m og med en Vindrager langs Broens Underside (Fig. 37 c). I lukket Stilling virker Klapbroen som en simpelt understøttet Bjælke, hvis Understøtninger er Lejerne for Omdrejningstappene. Disse Lejer har jfr. Figur 37 c og e deres Plads paa en Opbygning paa Pillerne umiddelbart

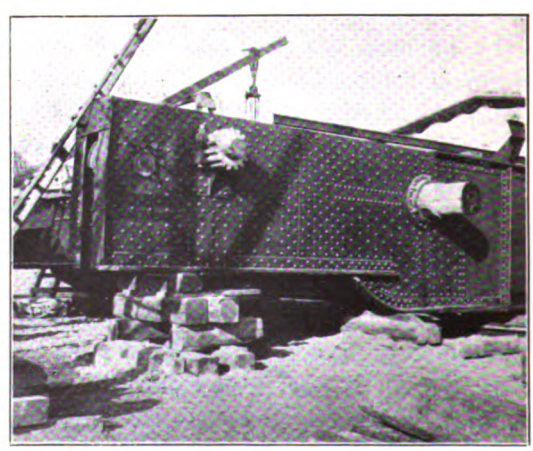


Fig. 40. Klaphale.

Digitized by Google

uden for Hoveddragerne. Omdrejningsakslerne, der gaar igennem og er fast forkilet i Hoveddragernes Kropplader, hviler med sine udragende Ender i de nævnte Lejer og støtter med de modsatte Ender paa to Tværbjælker, I og II, se Figur 37 og 42. Ved lukket Bro er I vandret og II lodret. Disse Tværbjælker er fastnittede til Hoveddragernes udvendige Kropplader, men gaar gennem Udsparinger i de indvendige. Principielt var der intet i Vejen for, at man kunde føre selve Omdrejningsakslen igennem og helt undvære de nævnte Tværbjælker. Akslen vilde oven i Købet have Styrke nok, men derimod langt fra tilstrækkelig Stivhed. Tværbjælkerne danner saaledes en Erstatning for Akslen paa den i Fig. 41 skematisk viste Maade. Kun Tværbjælke I er virksom, naar Broen er lukket, og tjener sammen med Omdrejningsakslerne til at føre baade den hvilende og bevægelige Belastnings Tryk til Lejerne. For at muliggøre, at Akseltappene kan indstille sig med den til Belastningen svarende Tangentvinkel, er Lejeoverdelene indrettede saaledes, at de understøttes paa en Kugleskaal i Underdelen (Fig. 42). I helt aaben Stilling er kun Tværbjælke II virksom. De to Tværbjælker I og II har samme Inertimoment, hvorved opnaas, at Omdrejningsakslens Nedbøjninger er de samme i enhver Stilling under Klappernes Bevægelse.

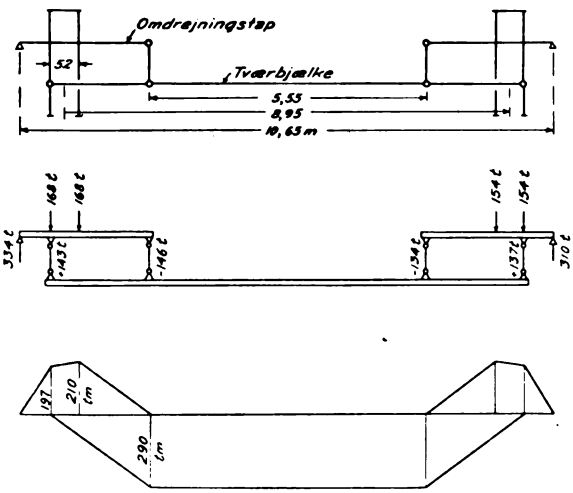


Fig. 41. Understøtning af Klapfag, skematisk.

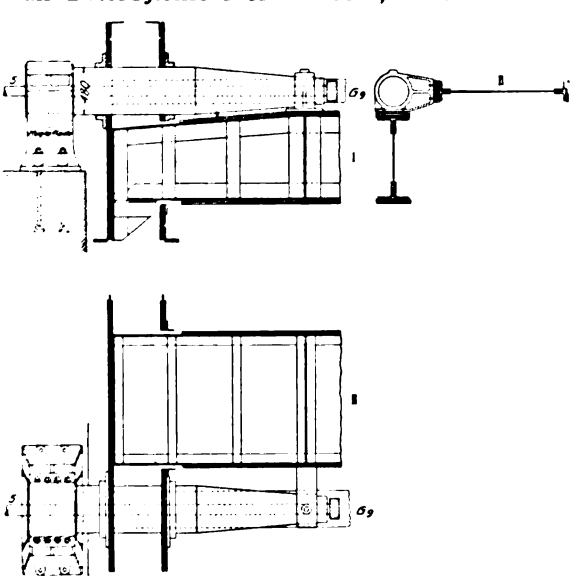


Fig. 42. Klapfagets Omdrejningstappe.

Digitized by Google

Riglerne og Rigelmaskineriet hører til den østre Klap, og hver Rigel understøttes paa denne i to Lejer, der med svære Tappe og med Bolte er fastgjort mellem Hoveddragernes Kropplader. Hver Rigel kan ved Hjælp af Rigelmaskineriet skydes ind i et tilsvarende Leje paa den vestre Klap. Indretningen fremgaar af Fig. 44, hvoraf vil fremgaa, at Rigeltværsnittet er 420 × 240 m/m, og at Lejerne, der er af Staalstøbegods, er forsynede med Pander af haard Bronce. Det vil ses, at Riglerne foruden Paavirkningen til Forskydning ogsaa maa faa en vis Bøjningspaavirkning. Riglerne udførtes af Staalsmedegods.

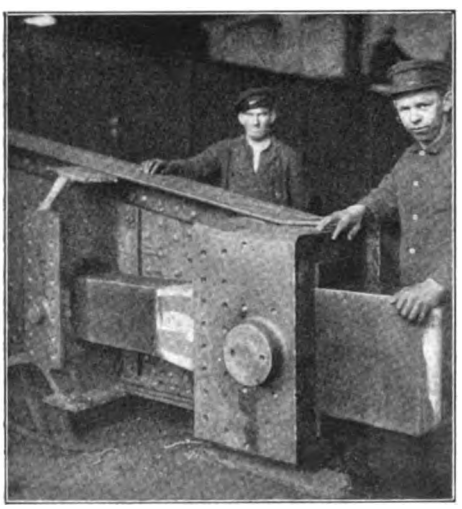


Fig. 43. Rigel under Indbygning.

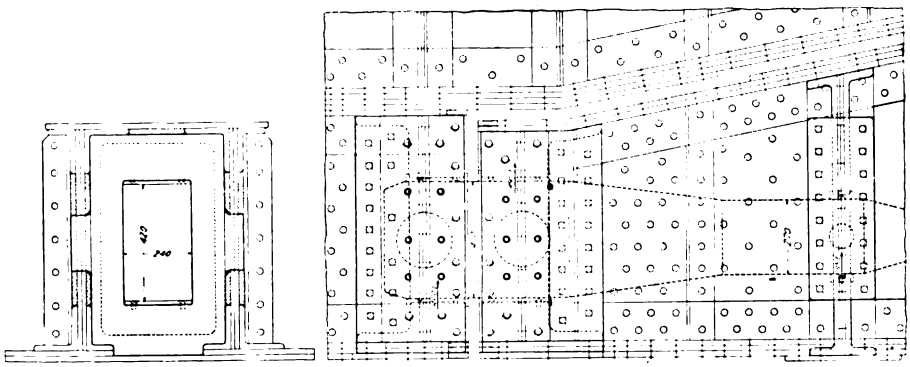
Trykket paa Riglerne bestemtes ved Hjælp af Influenslinier, der i dette Tilfælde faar det i Fig. 38 f og g viste Udseende. De største Tryk paa Rigellejerne er indskrevne i Fig. 44. Til Kontrol af den beregnede Sikkerhed for Rigler og Rigellejer blev udført to Modelforsøg med Rigler og Lejer i $^1/_7$ Størrelse (lineært). Forsøgsdelene blev leverede af Entreprenørerne, og Forsøgene, der fortsattes lige til Brud, udførtes af den polytekniske Læreanstalts Laboratorium for Bygningsstatik. Efter Forsøgene kan der, som paaregnet, fastslaas en Sikkerhedsgrad paa 3 mod Flydning (kendelig Deformation) af Riglerne, mens Sikkerheden overfor reelt Brud er betydelig højere.

En Rigel under Indbygning i Jernkonstruktionen ses i Fig. 43, medens Partierne af en Hoveddrager ved Sammenriglingsstederne er vist i Fig. 44.

Naar Broen skal aabnes maa Riglerne trækkes tilbage og herved bevæge sig 36 cm, stadig styret i Lejerne paa østre Klap. Bevægelsen sker ved Hjælp af et elektrisk drevet Maskineri, se Fig. 45 og 37. Rigelmotoren, der er af lukket Udførelse har 9 H.K. ved 1000 Omdrejninger og 440 Volt Jævnstrøm. Motoren driver direkte en 2-løbet Snække, der er i Indgribning med et Snækkehjul med 61 Tænder. Snækkehjulets Aksel er ved en Kobling i Forbindelse med en skrueskaaret Aksel, af hvilken Halvdelen nærmest Snækkehjulet har fladgænget Venstregevind, den anden Halvdel Højregevind. Paa hver af de to Skruehalvdele kan bevæge sig en Møttrik, der ved Charnierer og Trækstænger virker paa en Dobbeltarm, der er fast forkilet paa en

Digitized by Google

Tværaksel. Sidstnævnte Aksel er i Enderne (inde i Mellemrummene mellem Hoveddragernes Kroppe) forsynede med Arme, der atter ved Charnierer og Trækstænger er i Forbindelse med Riglerne. Naar de nævnte Møttrikker bevæger sig mod hinanden, trækkes Riglerne ud og omvendt. Det vil ses, at Skruen er hindret i at faa Bøjningspaavirkning



derved, at Møtrikkerne med lange Udboringer er styrede paa faste stive Aksler, een over og een under den skrueskaarne Aksel. Rigelmotoren med Udveksling, Snække og Skrue, har sin Plads paa østre Klap under Brobanen (se ogsaa Fig. 37 c) og bæres af nogle langsgaaende Bjælker mellem Tværbjælkerne 7 og 8. Riglerne betjenes fra Manøvrehuset paa Pille 9's Nordende; den nærmere Anordning heraf vil blive beskrevet nedenfor. Det skal bemærkes, at det ovenfor forklarede Rigelmaskineri svarer til det virkelig udførte, men adskiller sig fra det af Statsbanerne projekterede, der benyttede to Skruer, ved kun at bruge den ene, der ses paa Fig. 45, og som i lignende Udførelse benyttes ved Skruestyremaskiner til Skibe. Ændringen er foreslaaet af Overingeniør Trente-Møller hos Thomas B. Thrige, der havde det maskinelle og elektriske Udstyr i Underentreprise.

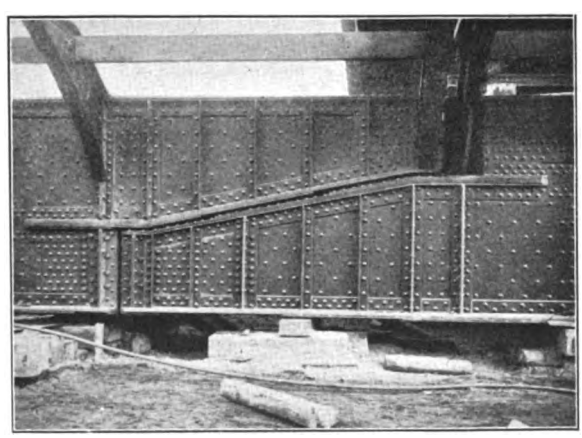


Fig. 44. Parti af Hoveddrager med Rigel.

Riglerne kan betjenes ved Haandkraft, hvis dette i Nødsfald skulde blive nødvendigt. Paa Fig. 45 ses, at der paa Snækkehjulets Aksel sid-

Digitized by Google

der et konisk Tandhjul, der er i Indgribning med et andet konisk Tandhjul paa en lodret Aksel. Denne Aksel kan oppe fra Brodækket drejes rundt med en Topnøgle, hvorved Riglerne da kan trækkes ind eller skydes ud, eftersom Akslen drejes den ene eller den anden Vej. Det Arbejde, der skal præsteres ved Manøvreringen af Riglerne medgaaar alene til Overvindelse af Friktioner mellem Tandhjulene og i Akslernes og Riglernes Lejer.

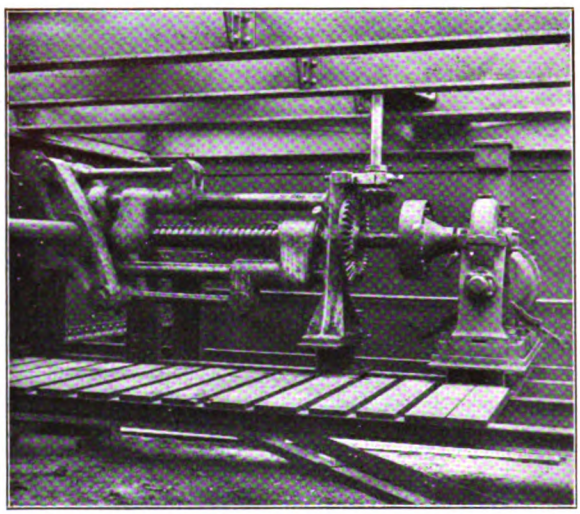


Fig. 45. Rigelmaskineri.

Til at aabne og lukke Broen findes et Drivmaskineri for hver Klap. Motorerne er elektriske Jævnstrømsmotorer af normal aaben Udførelse hver med 22 H.K. ved 600 Omdrejninger og 440 Volt. Motorerne har deres Plads i Maskinrummene i de nordlige Rundinger paa Pillerne 8 og 9 (Fig. 37). I Nødstilfælde kan Broen aabnes og lukkes ved Haandkraft ved Hjælp af et Haandsving, der kan anbringes paa

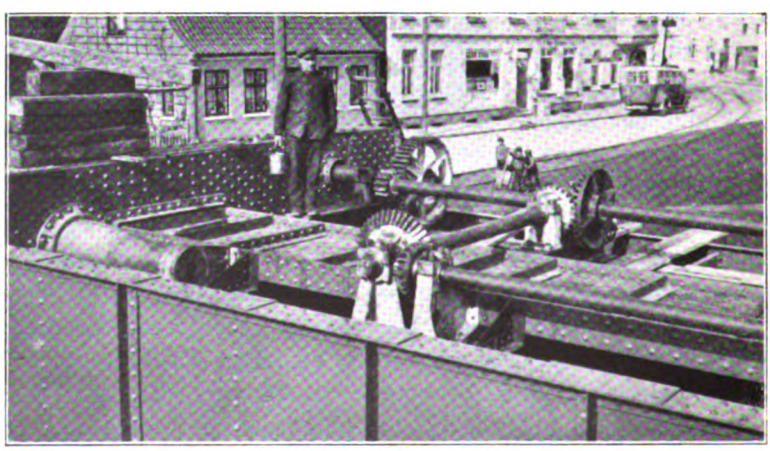


Fig. 46. Drivmaskineri.

Motorakslerne. Den elektriske Drivkraft kan tages fra to af hinanden uafhængige Strømkilder, nemlig Sønderborg Elektricitetsværk og Aabenraa Højspændingsværk. Der findes tillige to Sæt Motorer, saaledes at det

Digitized by Google

ene er Reserve for det andet. Hver Strømkilde kan sættes i Forbindelse med det ene eller det andet Sæt Motorer. Der findes altsaa i hvert Maskinrum, staaende paa en fælles Fundamentsplade, to Motorer, der hver har et Tanddrev i Indgribning med et større Tandhjul paa Aksel 5 (Fig. 37). Motorerne har Magnetbremser, hvis Skiver sidder paa selve Motorakslerne. Naar den ene Motor faar Strøm, løsnes begge Bremser og falder til, naar Strømmen afbrydes. Desuden findes paa Mellemakslen »5« en elektrisk Nød-Bremse, som er antydet i Fig. 37 a. Naar den ene Strømkilde svigter, gaar man ved Hjælp af en Omskifter i Manøvrehuset over til den anden, og det samme er Tilfældet med Motorerne. Selvom een Kraftkilde og eet Sæt Motorer skulde svigte samtidigt, kan Broen dog endnu stadig manøvreres elektrisk.

Akslen 5 har 100 m/m Diameter og er, som det ses af Fig. 37 og 42, ført ind gennem en Udboring i Omdrejningstappene og har et Tandhjul G 9, der griber ind i Tandhjul G 8 paa Aksel 4, paa hvis anden Ende er befæstet et konisk Tandhjul, der driver den langsgaaende Aksel 3, der ligger omtrent midt under Brobanen. Fra denne Aksel drives atter ved et Sæt koniske Tandhjul den tværsgaaende Aksel 2, der ved cylindriske Tandhjul driver Akslerne 1, der bærer de to Tanddrev G 1, som er i Indgribning med de til Pillerne fastgjorte Tandkranse. Disse sidste har naturligvis Centrum i Omdrejningstappernes Midtlinie og har Radius 3,80 m maalt til Delecirklen. Tandkransen har Tandbredde 22 cm, Tandhøjde 4,4 cm, Deling 8,8 cm. Det største Tandtryk udregnet efter Beregningsforskriften andrager 23 t. Tandkransene er af Staalstøbegods udført i Sektioner med Buelængde 2,10 m. Tænderne i Tandkrans og Tanddrev er ikke fræsede, men kun afrettede for Haanden. Alle andre Tandhjul er ligeledes staalstøbte, men har fræsede Tænder. Tandkransen er ved Ribber paa Undersiden forsænkede i Betonen og desuden ved Bolte vinkelrette paa Kransens Plan forankrede i Pillen.

Udvekslingen mellem Motorerne og Tanddrevet andrager 1 : 147.

Klapperne kontrabalanceres, som tidligere nævnt, af Kontravægte, der er leddet ophængt til Klaphalerne. Fig. 40 viser Udformningen af en Klaphale og desuden ses Omdrejningstappen, Tanddrevet og længst til venstre en 200 m/m Bolt, om hvilken Kontravægtslejet er anbragt. Kontravægtene er fremstillede som Pladejernskasser, i hvilke er stablet Skinner og nedstoppet Jernaffald. Hulrummene mellem Jerndelene er udløbet med Cementmørtel. Vægtfylden af en Kontravægt er paa denne Maade bragt op til ca. 5,65.

Pladejernskasserne fastgøres ved Vinkeljern og Bolte til Fladjernsbøjler 220 × 30 m/m, der med en Halvcirkelbøjning med 760 m/m indvendig Diameter gaar omkring Kontravægtslejets afdrejede Overdel.

Digitized by Google

Vægtenes Størrelse er indskrevet i Fig. 37. Ved Udførelsen skulde det saa nøjagtigt som muligt tilstræbes at bestemme Ophængningspunktet for Kontravægten saaledes, at det ligger paa Linien gennem Omdrejningsaksen og Klappens Tyngdepunkt. Naar Kontravægten derefter justeres saaledes, at dens Vægt er rigtig, vil Afbalanceringen være til Stede i enhver af Klappens Stillinger.

Over de omtalte Maskinrum findes to Huse, hvoraf det ene, paa Pille 9, er Manøvrehus, hvorfra Broen aabnes og lukkes. Det tilsvarende Hus paa Pille 8 tjener bl. a. til Opbevaring af Reservedele. Gulvkoten er ca. 20 cm højere end Koten paa Brobanen. I Manøvrehuset findes bl. a. følgende:

a) Tilførselsledninger med Maalere.
b) Kontrollere, Maaleinstrumenter og Indikatorapparater for Drivmaskineriet og Rigelmaskineri.
c) Anlæg vedrørende Broens og Husets Belysning samt til Betjening af Signaler til Skibsfart og af Bommene til Afspærring af Færdselen paa Broen.

Husene har en Sokkel af Granit og Ydermure af Molerbeton op til Underkant af Vinduerne, herfra er Resten af Bygningen udført af Træ, udvendig med Beklædning af Kobber, indvendig med Bræddebeklædning. Husene afsluttes opad til med Lanterner og Vindfløje. Lanternerne markerer Gennemsejlingen ved røde og grønne Lys.

Der findes mellem de to Klappiller de fornødne undersøiske Kabler til Overføring af Lys og Kraft fra begge Sider, saavel fra den normale som til Reservestrømkilden.

Fra Manøvrehuset skal Bropasseren kunne foretage alle fornødne Operationer til Aabning for Sejladsen og Spærring for Broens Færdsel og omvendt. Hertil haves følgende Apparater: Foran Brovagtens Plads i Huset (Fig. 47) findes en Kontroller for hver Sæt Drivmotorer og en Kontroller til Rigelmaskineriet, alle med Viseranordning angivende Bevægelsens Retning. I en Pult bagved Kontrollerne findes 6 Indicatorlamper, hvis Tænding angiver, at

1) Riglerne er helt inde,
2) Riglerne er helt ude,
3) vestlige Broklap er helt oppe,
4) østlige Broklap er helt oppe,
5) at østlige Broklap er helt nede (i Laasestilling) og
6) at vestlige Broklap er kommet ned til Berøring med den østlige, og at Broen dermed er klar til Forrigling.

Desuden findes 5 Indicatorlamper og 5 Kontakter, der tjener til at

Digitized by Google

tænde Gennemsejlingslanternerne paa Broen og de røde Lys paa Signalmasten.

For den østlige Klap findes desuden en Viser, der ved rent mekanisk Overføring registrerer denne Klaps Bevægelse for Bropasseren og specielt ved et Mærke angiver Laasestillingen.

Paa Pulten er endvidere anbragt forskellige Instrumenter, som har Betydning under Manøvreringen, saaledes f. Eks. Ampèremeter for Bevægemotorerne, for Rigelmotoren, for Nødbremsen paa Aksel 5 og Knivafbryder for samme, samt Afbrydere for Signalerne til Skibsfarten. Desuden findes tre Trykknapper til Betjening af Bomme, der afspærrer Færdselen paa Broen. Et Tryk paa den første Knap bevirker, at en Klokke ringer, og Bommene bevæger sig nedefter, ved Knap 2 kan Bevægelsen standses, og ved Knap 3 foregaar Bevægelsen opad. For at forhindre urigtig Betjening af Broen er der etableret en vis Afhængighed mellem de elektriske Maskinerier og indrettet visse Sikkerhedsforanstaltninger.

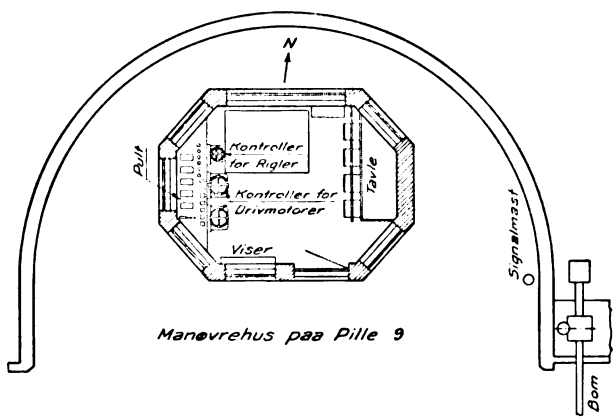


Fig. 47. Manøvrehus.

Naar Broen skal aabnes, sættes først Signal til Skibet. Om Dagen hejses Kugler paa en Jernmast udenfor Manøvrehuset, to Kugler betyder, at Passage er tilladt fra Nord, tre Kugler fra Syd, medens een Kugle angiver, at Passage ikke kan finde Sted. Om Natten erstattes Kuglerne af tilsvarende røde Lys paa samme Mast, hvilke Lys, som nævnt, tændes inde fra Huset. Dernæst sænkes ved Hjælp af de nævnte Trykknapper (eller ved tilsvarende andre, der er anbragt uden paa Huset) de elektrisk drevne Bomme, der afspærrer Brofærdselen. Naar Vejtrafiken er afspærret, kan Rigelmaskineriet manøvreres ved sin Kontroller, og naar Indicatorlampen 2 tændes, ved man, at Riglerne er ude, og først da er der Strømtilførsel til Drivmaskineriet, der betjenes ved det paagældende Kontrollerhaandhjul. Til at begynde med kommer der kun Strøm til den vestlige (øverste) Klaps Maskineri, og først efter at denne Klap har drejet sig 35° fra den vandrette Stilling, gaar der ogsaa Strøm til østre Klaps Motor. Indicatorlamperne 3 og 4 tændes, naar henholdsvis vestre og østre Klap er helt oppe, d. v. s. har drejet

Digitized by Google

sig 83°. For begge Klapmaskinerier er der anbragt automatiske Endestop, der afbryder Strømmen og sætter Bremserne i Funktion, umiddelbart før Klapperne har naaet øverste Stilling. Til at optage eventuel tiloversblivende Bevægelsesenergi er der anbragt Fjederbuffere paa Klaphalerne med Anslag paa Klappillerne.

Ved Lukningen af Broen drejer den østre Klap sig først alene, til den danner 40° med den vandrette, hvorefter ogsaa den vestre gaar i Gang. Indicatorlamperne 5 og 6 angiver, naar Klapperne er helt nede, og førend de begge er tændte, kan der ikke faas Strøm til at skyde Riglerne ind med. At Riglerne er helt inde tilkendegives ved, at Indicatorlampe 1 tændes. Rigelmotoren er forsynet med Endestop-Afbrydere, der automatisk afbryder Strømmen ved de to Yderstillinger. Desuden er Rigelmotoren forsynet med Maximalafbryder med Tidsrelais.

Maskineriet for hver Klap er beregnet saaledes, at det skal kunne:

1) aabne Broen paa højst 60 Sekunder imod en Vindbelastning paa 12,5 kg/m², der stadig regnes vinkelret paa Brobanen. Der regnes med 15 pCt. Friktion i Hovedlejerne og Virkningsgraden for hvert Sæt Tandhjul regnes til 0,93,
2) aabne Broen paa højst 100 Sekunder imod et Vindtryk paa 35 kg/m² virkende paa Brodækkets lodrette Projektion, idet Friktion og Virkningsgrad regnes som under 1), desuden skal
3) Maskineri og Nødbremse kunne holde Klapperne i en hvilken som helst Stilling imod et Vindtryk paa 75 kg/m² virkende paa Brodækkets Projektion.

I dette Tilfælde skal der kun regnes med 5 pCt. Friktion i Hovedlejerne. De tilladelige Paavirkninger (ideelle Spændinger) er følgende:

Aksler langsomme	1125 kg/cm²	85 pCt.	heraf ved Anvendelse af 1 Kile
» middel	980 kg/cm²		
» hurtige	850 kg/cm²	75 pCt.	ved 2 Kiler

for staalstøbte Tandhjul, idet v betegner Periferihastigheden,

støbte Tænder og	$v < 30$ m/Min.	1125 kg/cm²
» » »	$v > 30$ m/Min.	$1265 \cdot \frac{183}{183 + v}$
fræsede Tænder	$v < 30$ m/Min.	1225 kg/cm²
» »	$v > 30$ m/Min.	$1400 \cdot \frac{183}{183 + v}$

For saadanne maskinelle Dele, der faar deres største Paavirkning for fuld Belastning paa lukket Bro, beregnes Kræfterne efter de statiske Vægte, hvortil føjes et Stødtillæg. Ved Konstruktion af Hovedlejer og

Digitized by Google

Omdrejningstappe samt ved Kontravægtslejerne er der saaledes regnet med 20 pCt. Stødtillæg.

Derefter er den tilladelige Bøjningspaavirkning paa Omdrejningstappene (Staalsmedegods), der har cirkulært Tværsnit sat til 2000 kg/cm². Det tilladelige Tryk paa Lejepanderne (haard Bronce) i de to ovennævnte Lejer er fastsat til 140 kg/cm². Den normale Aabningstid for Broen er som nævnt 60 Sekunder. De første 10 Sekunder og de sidste 10 Sekunder maa tænkes anvendt til en jævn Accelerering, henholdsvis Retardering, af Klapperne, medens Bevægelsen i de mellemliggende 40 Sekunder antages at foregaa med konstant Hastighed. Da Aabningsvinklen er 83°, vil største Vinkelhastighed W_{max} (se Fig. 48) blive:

$$\frac{40+60}{2} W_{max} = \frac{83}{360} \cdot 2\pi \text{ hvoraf } W_{max} = \frac{\pi}{108}$$

og naar denne Hastighed naas ved jævn Acceleration gennem 10 Sekunder faas Vinkelacceleretionen $\frac{dw}{dt} = \frac{\pi}{1080}$.

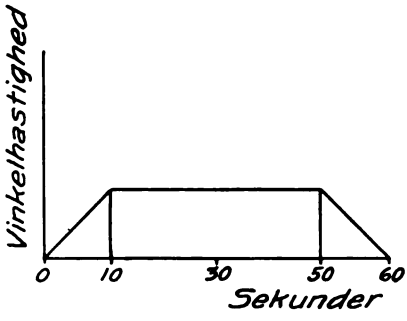
I Fig. 48 er skematisk vist de forskellige Modstande, der skal overvindes udover, hvad Accelereringen kræver, nemlig Friktionen F i Hovedlejerne virkende paa Armen f og Vindtrykket V virkende paa Armen v. Til Overvindelse af alle de nævnte Modstande haves Tandtrykket T virkende paa Armen t. Ved Anvendelse af den kendte Bevægelsesligning $I \cdot \frac{dw}{dt} = T \cdot t - V \cdot v - F \cdot f$ kan den søgte Størrelse, Tandtrykket T, findes. Idet Tanddrevets Radius er 0,21 m og Udvekslingen mellem Motor og Tanddrev er 147, medens Virkningsgraden af samme Udveksling er 0,65, vil Motorens fornødne Drejningsmoment blive $\frac{T \cdot 0{,}21}{147 \cdot 0{,}65}$ kgm. Idet Motoren forudsættes at gøre 600 Omdrejninger pr. Minut faas det nødvendige Antal Hestekræfter $\frac{T \cdot 0{,}21 \cdot 600 \cdot 2\pi}{147 \cdot 0{,}65 \cdot 60 \cdot 75}$.

Det faste Brodække over Klapkælderne (Fig. 37) understøttes af Længdedragere, hvoraf de to (Dip Nr. 50) bærer Sporet, og de øvrige (I. N. P. 38) bærer en Jernbetonplade, der tjener som Bæredæk og paa hvilket Kørebanebefæstelsen anbringes. Sidstnævnte bestaar over Pille 8 ligesom paa Tilslutningsbrofagene af Brolægning med 10 cm Chaussésten. Paa Pille 9 og paa de faste Brofag 9—10 og 10—11 er Kørebanebefæstelsen udført med 7 cm Asfaltbeton. Over Pillerne 8, 9 og 10 faar Fortovet, der som nævnt har en mindste Bredde paa 2 m, en betydelig

Digitized by Google

Udvidelse, idet de sydlige Pillerundingers Areal kommer til. Fortovene er overalt belagt med 2 à 3 cm Støbeasfalt.

I Fig. 37 d ses et normalt Tværsnit i Klapbroen med Angivelse af Dimensionerne for Tværbjælkerne. Længdedragerne, saavel for Sporet (I Dip 30) som for Vejbanen, (I NP 30) er understøttede ovenpaa Tværbjælkerne, idet deres Tryk paa disse saa vidt muligt er centreret, og er kontinuerlige saaledes, at de kun er afbrudte ved Fugerne ved Enderne og midt paa Klapbroen. Brodækket for Sporet bestaar af imprægnerede Fuldtømmer-Sveller af Fyr befæstede med Svellevinkler, der spændes fast paa Længdedragerne. Oven paa Svelledækket lægges et Plankedæk af 2" imprægnerede Fyrretræsplanker, der er samlede i Flager af passende Størrelse. Flagerne er atter ved 4 eller 6 Bolte fastspændte til Svellerne og kan let enkeltvis optages og paalægges. Sporet lægges med 37 kg Skinner. Der anvendes indvendige Kontraskinner af samme Type paa fælles Underlagsplader.



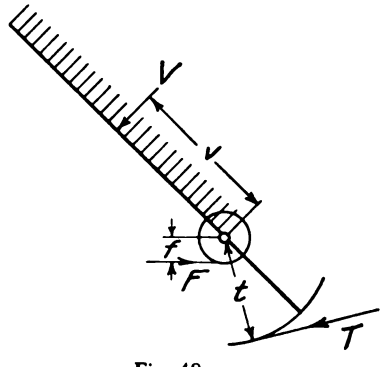


Fig. 48.

Paa Længdedragerne under Vejbanen lægges Egetræspaaforinger af forskellig Højde, befæstede med Bolte. Til Paaforingerne fastspigres et tæt Bæredæk af tværsgaaende Egetræsplanker af 12,5 cm Tykkelse. Plankerne har almindeligt rektangulært Tværsnit, og to Naboplanker tvinges til at følges ad under Nedbøjning ved et passende Antal vandrette galvaniserede 16 m/m Jerndupper, der i Plankernes halve Højde gaar 10 cm ind i hver af dem. Plankedækket har fra Midten Fald mod hver Rendesten, der her er udført af et til Plankedækket fastgjort Vulstjern, hvis opstaaende Flig er skruet til en »Kantsten« af Egetræ, der ved Bolte er befæstet til Plankerne.

Sliddækket udføres som en Belægning af 3 cm tykke og 25 cm brede af Hampetov flettede Remme, som bestryges med varm Asfalt, idet der samtidigt gruses og tromles. Hampedækket befæstes til Underlaget med galvaniserede Søm. Motiveringen for Anvendelsen af dette Sliddæk ligger i, at det paa een Gang er meget let og meget slidfast. Fortovet paa Klapbroen har et Bæredæk af 6 cm imprægnerede tværsgaaende

Digitized by Google

Fyrreplanker, der understøttes paa Længdedragerne (Fig. 37 c), der atter bæres af Pladejernskonsoller udkragede fra søndre Hoveddrager, een udfor hver Tværbjælke. Over Bæredækket udlagdes 3 cm Støbeasfalt.

Rækværkerne er befæstede til de yderste Længdedragere langs hver Side og udførte med svære Sceptre og Haandliste af Jern Nr. 10.

Fugerne i Brodækket saavel midt paa Broen som ved Enderne, hvor Klappernes Brodæk støder op til de faste Brodæk over Klappillerne, er udformet med særlig Omhu. Fig. 49 viser eksempelvis, hvorledes Midterfugen i Vejbanen er konstrueret.

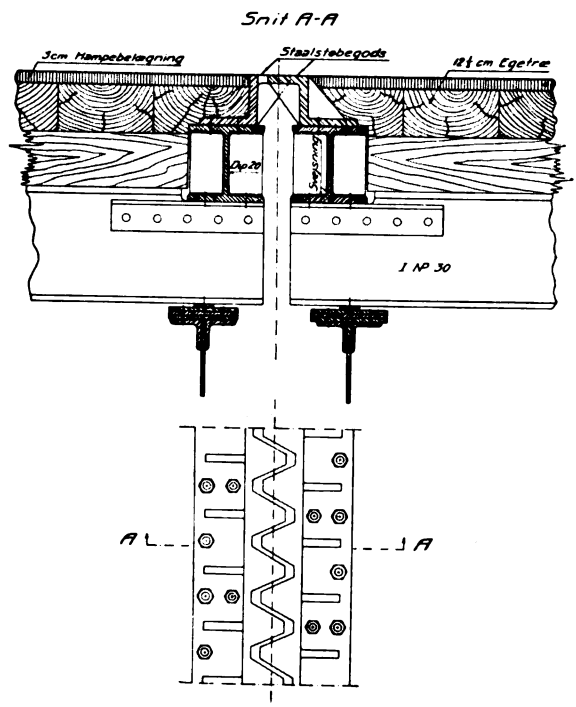


Fig. 49. Kørebanefuge midt i Klapfag.

For Sporets Vedkommende er Afbrydelserne ved Fugerne udformede ganske paa lignende Maade som ved Broen over Roskilde Fjord, se den tekniske Forenings Tidsskrift 1929 (Side 131). Til Skinnerne paa den bevægelige Del (i Midten til Skinnerne paa vestre Klap) er fastgjort Skinnebroer af Staalstøbegods, der ved lukket Bro omslutter Skinnen paa den anden Side Fugen. Hjulbanen forlader Køreskinnen lidt før Fugen og følger Skinnebroen, der paa det midterste Stykke har en svagt opadkrummet Bane beliggende lidt over Skinnetoppen. Et lille Stykke paa den anden Side Fugen forlader Hjulet igen Skinnebroen og løber atter over paa Køreskinnen i det Punkt, hvor den opadkrummede Bane kommer i Højde med Skinnetop. Ved den aabnede Klapbro er der et Par Forhold af særlig Interesse at tage i Betragtning. Broens Tværbjælker vil have Kroppene i næsten vandret Stilling. Hele Vægten af Brodækket vil da virke bøjende paa Tværbjælkernes øvre Flanger. Da disse ikke har den fornødne Stivhed og Styrke til at modstaa denne Bøjning, er der mellem Tværbjælke 1 og 2's øvre Flanger (og analogt mellem 8 og 9) indbygget det i Fig. 37 h viste Gitter, der fører hele Brodækkets Vægt fra Længdedragerne til Hoveddragerne. Da ogsaa de nedre Flanger i sig

Digitized by Google

selv har for ringe Stivhed overfor Bøjning paa Grund af Egenvægten, anbringes som vist i Fig. 37 g nogle afstivende Gitterstænger langs Tværbjælkernes Underside.

Staalmaterialet i alle Hovedkonstruktioner saavel i Klapfaget som i de to faste Brofag er Staal 48, der er karakteriseret ved følgende Tal:

Fosforindhold højst 0,05 pCt.,	Brudgrænse	max. 5800 kg/cm²
Svovlindhold — 0,05 pCt.,	Brudgrænse	min. 4800 kg/cm²
Manganindhold — 0,80 pCt.,	Flydegrænse	min. 3000 kg/cm²
Kulindhold — 0,35 pCt.,	Brudforlængelse	min. 18 pCt.

Nitterne har mindre Kulindhold og er af lidt blødere Staal, der har Brudgrænse mellem 4800 og 5500 kg/cm² og har Brudforlængelse mindst 20 pCt. paa 200 m/m Maalemængde. Som Belastning paa Jernbanesporet blev benyttet det saakaldte 17 t Belastningstog, Hütte III, 24. Udgave Side 68. Paa Vejbroen regnes der med een 20 t Blokvogn og ellers 500 kg/m² ensformig fordelt Belastning saavel paa Kørebane som paa Fortov. Den dynamiske Virkning af den bevægelige Belastning føres i Regning som et Tillæg paa d pCt. til den statiske Virkning, hvor

$$d\,\text{pCt.} = \tfrac{2}{3} \cdot \frac{100}{1 + \left(\frac{n+1}{220}\right) L} \cdot \frac{Sp}{Sp + Sg},$$

Sg og Sp betegner den hvilende Belastnings henholdsvis den bevægelige Belastnings Virkning paa den betragtede Konstruktionsdel. I Formlen skal Sp og Sg indføres med deres numeriske Værdier. L betegner den belastede Influensstrækning Længde i Meter, og n betegner det Antal Spor og Kørebanestriber (à 2,8 m Bredde), der skal belastes for at give størst Virkning paa vedkommende Konstruktionsdel.

Selv om man ikke paa nogen Maade kan gøre Regning paa, at en saadan »Stødformel« er absolut rigtig, er der dog adskilligt, der kraftigt taler for, at den anførte Formel maa give nogenlunde relativt rigtige Resultater, idet den tilfredsstiller de første og vigtigste Krav. Det procentiske Stødtillæg d maa saaledes være aftagende for voksende Belastningslængde L, og maa ligeledes være aftagende for et voksende Antal Spor n; endelig maa d blive des større jo mindre Sg bliver eller jo større $\frac{Sp}{Sp + Sg}$ er.

Vindtryk, Bremsning og Centrifugalkræfter er beregnede efter de omtrent overalt enslydende Forskrifter. Ved Bestemmelsen af Centrifugalkræfter regnedes Toghastigheden til kun 15 km/Time, idet dette maa anses for en passende Hastighed gennem de skarpe Kurver.

Digitized by Google

Den tilladelige Paavirkning r til Træk og Bøjning er for Hoveddragere og Brobanebjælker fastsat saaledes:

1 a. Hvilende + bevægelig Belastning + dynamisk Virkning, idet den bevægelige Last opstilles alene paa Vejbroen eller alene paa Jernbanesporet $r = 1550 kg/cm^2$.

1 b. Hvilende + bevægelig Belastning + dynamisk Virkning, idet den bevægelige Belastning opstilles saavel paa Vejbroen som paa Jernbanesporet $r = 1700 kg/cm^2$.

2. Samme som 1 a eller 1 b + alle Ekstraspændinger $r = 1850 kg/cm^2$.

Den tilladelige Trykpaavirkning sættes til $r_0 = 0{,}8\ r$.

Bro-Overbygningen 9—10 har en Spændvidde paa 74,8 m maalt mellem Lejemidterne og vil indtil videre være det største Brospand i Danmark. Brofaget (Fig. 50) er delt i 11 Felter à 6,8 m. De to Hoveddragere har 11 m Afstand fra Midte til Midte. Inden for disse har saavel Sporet som Kørebanen Plads, medens Fortovet bæres af udkragede Konsoller langs den sydlige Hoveddrager.

Som det fremgaar af Fig. 50 er Hoveddragerne Pladejernsdragere, der hver har to Kroppe 2200 × 13 m/m med en fri Afstand paa 440 m/m. Pladejernsdragernes Flanger er udformede saaledes, at Tværsnittets vandrette Tyngdepunktsakse falder i Kroppens Midtlinie. Til Pladejernsdragerne slutter sig en Stangbue, hvis Knudepunkter ligger paa en Parabel. Buen har et sædvanligt, nedadtil aabent Kassetværsnit, hvis Dimensioner er indskrevet i Figuren. Tyngdepunktslinien for den vandrette Midterstang 5—6 ligger 11,17 m over Midten af Pladejernsdragernes Krop. Buen og Pladejernsdragerne er forbundne ved Hængestænger i alle Knudepunkterne. Buens og Pladejernsdragerens Tværsnit er udformede saaledes, at de paa simplest mulige Maade kan forbindes ved Enderne af Brofaget, hvor hele Buens Trykkraft ca. 940 t skal overføres til Dragerne.

Man har andre Steder udført Drageren med enkelt Krop og Buen som her med dobbelt Krop. Da denne Anordning viste sig kun at give en ubetydelig mindre Jernvægt, men en langt besværligere Konstruktion, valgtes her at udføre begge Dele med dobbelt Krop. Fig. 51 viser Samlingen af Bue og Drager. Sidstnævntes Overflange er paa det sidste Stykke bøjet om i Buens Retning og overtager Spændingen fra Buens Lamel og øvre Vinkeljern. Spændingen i Buens Staaplader føres over i store Plader, der gaar ned paa Dragerens Kropplader og Spændingen i Buens nedre Vinkeljern føres som det ses over i Dragerens Krop.

Buens Tyngdepunktlinie er ført til et Punkt i Vertikalen gennem Lejemidten beliggende 0,82 m over Dragerens vandrette Tyngdepunktslinie. Derved opnaas foruden forskellige Fordele ved Detaillerne, tillige et bedre Udseende end ved en lavere Beliggenhed af Buen og endelig

Digitized by Google

bevirker de negative Momenter, der paa Grund af Excentriciteten fremkommer ved Enderne, at det absolut største Bøjningsmoment i Pladejernsdrageren bliver lidt mindre, end hvis Forbindelsen mellem Bue og Drager var central.

Af Vinddragere findes to; en nedre bestaaende af et V-Gitter, hvor alle Diagonaler er udførte af I Dip 30. Pladejernsdragerens Fod er Flange i Vinddrageren. Tværbjælkernes Fod er Hjælpevertikaler. Diagona-

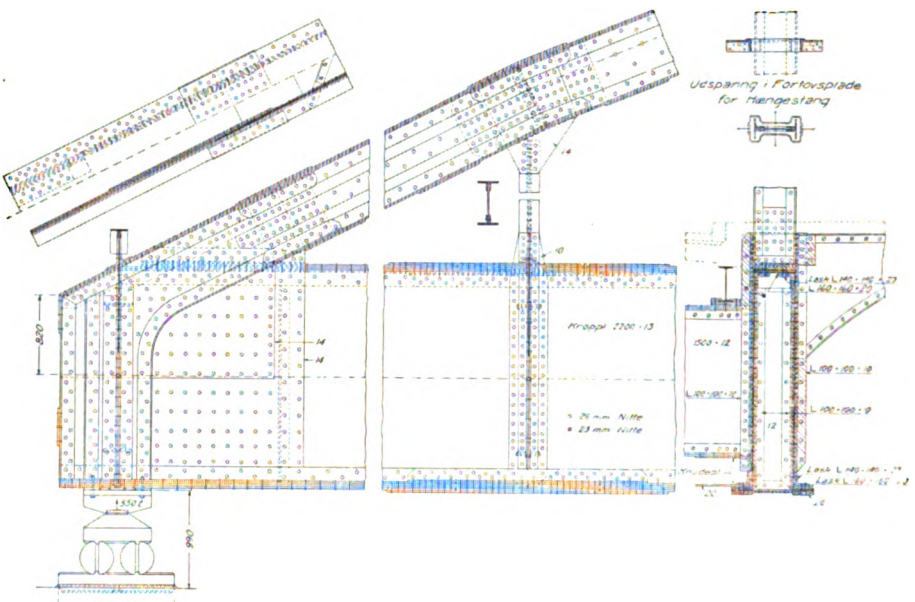


Fig. 51. Detailler af Buefag.

lerne sluttes til med vandrette Knudeplader, een paa Undersiden af Pladejernsdrageren og een paa Undersiden af Tværbjælkerne. Det enkle V-Gitter fandtes ved Sammenligning at være fordelagtigt, naar som her valsede Bjælker, der kun kræver lidt Bearbejdning, anvendes. De trykkede Vinddragerstængers Stivhed i lodret Retning er uden videre tilfredsstillende; i vandret Retning afstøttes de paa Midten mod hinanden og mod Tværbjælkerne. Gitteret har endvidere den Fordel, at det medfører det færrest mulige Antal Knudepunkter.

Mellem Buerne findes en øvre Vinddrager paa Strækningen 2—9 (se Fig. 50). Gitteret er her et dobbelt V-Gitter, hvor alle Diagonaler er udførte af I Dip 20. Heroppe, hvor Gitteret stadig er for Øje, maatte der vælges en Anordning med Symmetri omkring Broens Midtlinier, og det valgte Gitter, der kun har Vertikaler for Enderne fandtes at være tilfredsstillende saavel i konstruktiv som i æstetisk Henseende.

Digitized by Google

Øvre Vinddrager afleverer sine vandrette Reaktioner til de to Tværafstivnings-Rammer i 2 og i 9 (Fig. 50), der overfører de nævnte Tryk til den nedre Vinddrager. Tværbjælkerne 2 og 9 indgaar som det ses i Rammerne, og samtlige Tværbjælker danner i det hele Tværafstivninger mellem de to Pladejernsdragere, der udfor Tværbjælkerne har en massiv indvendig Afstivning af Plade og Vinkeljern mellem de to Kropplader. Af saadanne dog noget spinklere Kropafstivninger findes der desuden 3 i hvert Felt, altsaa i 1,9 m indbyrdes Afstand.

Figuren viser, at samtlige Længdedragere under Sporet og Kørebanen er fortløbende henover Tværbjælkerne. Stødene er lagt i Femtedelspunkterne i hvert andet Felt og er dækkede med Lasker og Nitning med Undtagelse af et af Stødene nærmest Midten, hvor der er indrettet en Dilatationsfuge, der deler Broen i to Bremse-Afsnit, hver med en Bremsedrager, beliggende ved 3 og ved 8. Kontinuerlige Længdedragere giver stor Stivhed med forholdsvis smaa Dimensioner. Der er lagt megen Vægt paa at overføre alle Kræfter saa centralt som muligt, saaledes er Svellernes Tryk paa de ret brede Skinnedragere centrerede mest muligt, ved at Trykket overføres gennem Fladjern, der er nittet til Svellevinklerne. Længdedragernes Tryk er ligeledes ved et Fladjern centreret paa Tværbjælken, til hvilke de i Almindelighed kun er fastholdt i lodret Retning og i Sideretningen; i Broens Længderetning derimod kun eet Sted (ved 3 og 8) i hvert Bremseafsnit. Mellem Skinnedragerne er indrettet en sekundær Vinddrager. Svelledækket og Plankedækket over og omkring Jernbanesporet er som beskrevet under Klapbroen udført saaledes, at Køreskinner og Kontraskinner her har deres Overside i Højde med Plankedækket.

Bæredækket under Kørebanen er en 18 cm tyk Jernbetonplade, der bæres af 6 Længdedragere. Fortovet bæres af Pladejernskonsoller een udfor hver Tværbjælke. Til Konsollerne fastnittes to Længdedragere U NP 28. Bæredækket ovenpaa disse bestaar af en 10 cm tyk Jernbetonplade, der er støbt sammen med Kørebanepladen. Kørebanen begrænses til Siderne af Granit-Kantsten. Afvandingen af Rendestenene er iværksat ved et passende Antal lave Støbejernsbrønde (med Smedejernsdæksler) indstøbte i Jernbetonpladen. Fra Brøndenes Bund føres lodrette Afløbsrør ned til Broens Underkant.

Hoveddragerne er baade for Buens og Pladejernsdragernes Vedkommende udførte i Stykker svarende til Fagvidden, saaledes at der udføres et Universalstød i disse Dele ved hver Hængestang. Fig. 51 viser, at de Knudeplader, hvortil Hængestængerne sluttes, er udformede saaledes, at de tillige kan tjene som Lasker for Stødene i Kroppladerne i Bue og Drager. I Dragernes Krop er to Rækker Nitter paa hver Side af Stødet tilstrækkeligt. De væsentligste Detailler vil fremgaa af Figuren.

Digitized by Google

Hoveddragerne har faste Lejer paa Pille 9 og bevægelige Lejer paa Pille 10.

De faste Lejer bestaar af en Underdel, der har 70 m/m tyk Fodplade 1200 × 1200 m/m. Paa Fodpladen findes en lodret cylindrisk Stamme. der ved 8 Ribber er afstivet til Fodpladen. Stammen ender opadtil med en konveks, nøjagtigt afdrejet Kuglekalot med Radius 600 m/m. Den øverste Del af Stammen passer med lidt Spillerum op i en cylindrisk Udboring i Overdelen. Udboringen afsluttes opadtil med en konkav Kuglekalot med Radius 700 m/m. Geometrisk set overføres Trykket saaledes fra Overdel til Underdel gennem Berøringspunktet mellem de to Kugleflader. Den elastiske Deformering af Legemerne vil som bekendt fremkalde en Berøringsflade, hvis Areal kan beregnes med nogenlunde god Nøjagtighed. Det tilladelige Tryk paa denne Berøringsflade er sat til 11 000 kg/cm². Lejet bestaar som beskrevet kun af 2 Stykker, der begge er fremstillede af Staalstøbegods. Overdelen er befæstet til Hoveddrageren ved 4 Stk. 26 m/m Bolte og er desuden fortandet til en Mellemplade ved en cylindrisk Tap, der passer stramt op i et tilsvarende cirkulært Hul i nævnte Mellemplade.

Det bevægelige Leje bestaar af en Overdel og en Mellemdel udformet paa lignende Maade som de to beskrevne Stykker af det faste Leje og berørende hinanden som ved dette. Mellemdelen, der har en plant afhøvlet Underside hviler paa to cylindrisk afdrejede Smedegods-Ruller med 340 m/m Diameter og 1200 m/m Længde. Rullerne kan rulle paa en Underlagsplade med plant afhøvlet Overside. Underlagspladens Tykkelse er 110 m/m, Længde og Bredden er 1200 m/m. Rullerne er styrede i Sideretningen ved, at en Længde-Ribbe paa Underlagspladen griber op i en inddrejet Rille paa Rullerne. Disse tvinges til under en Bevægelse at foretage en reel Rulning uden Glidning, ved at der i Rullernes Ender baade foroven og forneden er udfræset Tandsnit, i hvilke der indgriber Tænder, der er støbte paa Mellemdel og Underlagsplade. (Fig. 51).

Det største Lejetryk andrager 550 t. Trods det store Tryk har man dog kun anvendt 2 Ruller for at opnaa den sikre, statisk bestemte Trykfordeling paa disse. En inderlig Berøring mellem Leje og Lejesten er opnaaet, ved at understoppe Lejerne med stiv Cementmørtel.

Brooverbygningen i Fag 10—11 (Fig. 52 paa Plan I) er som allerede nævnt udført som to af hinanden helt uafhængige Brokonstruktioner. Vejbroen har to Pladejerns-Hoveddragere med enkelt Krop af samme Højde (2200 m/m) som i de allerede beskrevne Fag; de øvrige Hoveddimensioner fremgaar af Figuren. Hoveddragerafstanden er 5,6 m. Tværafstivningerne bestaar af Tværbjælkerne, hvis normale Afstand er 4,70 m og hvis Dimension er I Dipex 42½. Under Tværbjælkerne er tilføjet et K-Gitter, jfr. Fig. 52 paa Plan I og Fig. 53. De vandrette Stænger i disse

Digitized by Google

Tværafstivninger ligger ved Dragerfoden og indgaar som Vertikaler i den her anbragte Vinddrager, der som det ses ligeledes har K-Gitter. Tværbjælker understøtter tre kontinuerlige Længdedragere af I NP 32. Stødene i disse Længdedragere er placerede i Femtedelspunkterne i hvertandet Felt. Alle Stødene er dækkede med Lasker og Nitning. Længdedragerne er fastholdt i alle Retninger ved Midtertværbjælken, ved de andre Tværbjælker kun i Sideretningen og i lodret Retning.

Der er opnaaet en Fordel ved at anbringe Hoveddragerne saaledes, at disse ogsaa tjener som sekundære Længdedragere. Bæredækket for Kørebanen er en 18 cm tyk Jernbetonplade, understøttet paa de 5 Længdedragere. Pladen er udkraget udover den sydlige Hoveddrager, denne Udkragning danner Bæredækket for Fortovet.

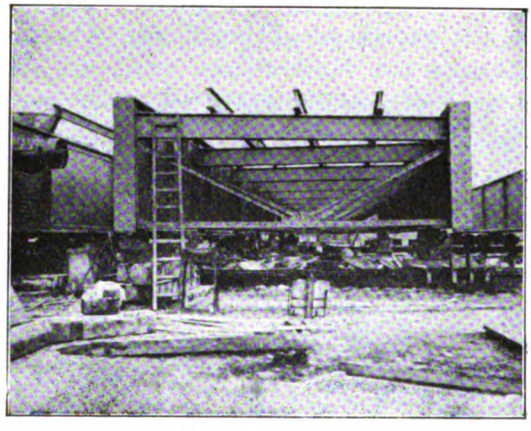


Fig. 53. Brofag 10—11 under Montering.

Brofaget har faste Lejer paa Pille 10 og bevægelige Lejer paa Pille 11. Lejekonstruktionerne er principielt udformede som ved det store Brofag. Af Hensyn til Monteringen er hver Hoveddrager ved to Universalstød delt i tre omtrent lige lange Stykker.

Brooverbygningen for Jernbanen maatte som Fig. 52 viser udformes med to ikke parallelt liggende Hoveddragere, der forbindes med Tværbjælker og Tværafstivninger, hvis Dimensioner er indførte i Figuren. Hoveddragerafstanden er ved den vestlige Ende 2,50 m, ved den østlige Ende ca. 8,50 m. Hoveddragerne er naturligvis ogsaa her Pladejernsdragere, af hvilke den sydlige (Drager C) har 10 cm større Krophøjde end den nordlige, idet den tillige benyttes som sekundær Længdedrager til Understøtning af Svelledækket. Vinddrageren ligger langs Dragerfoden og har paa det smalleste Stykke et enkelt V-Gitter og paa Resten af Strækningen et K-Gitter.

Ovenpaa Tværbjælkerne, hvis normale Afstand er 4,45 m, hviler de paa Figuren viste kontinuerlige Skinnedragerstrenge, der er udførte af I NP 45. Den viste noget uregelmæssige Anbringelse af nævnte Skinnedragere skyldes dels, at der skal tages Hensyn til Havnebanesporet, der bøjer af i nordlig Retning efter en Cirkelbue med 100 m Radius, dels, at der skal være Mulighed for uden Ombygning af Brofaget at føre Mommarkbanen ind paa Broen i Retning parallelt med Vejbroen.

Digitized by Google

Paa Grund af Uregelmæssigheden er der ikke anbragt nogen sekundær Vinddrager, men Skinnedragerne er over hver Tværbjælke og midt i hvert Fag afstivede i Sideretningen ved sekundære Tværbjælker, der fastnittes til Kropafstivningerne paa den sydlige Hoveddrager.

Brotømmer og Plankedæk er udført i Lighed med det allerede beskrevne. Langs Nordsiden er Rækværket befæstet til det udkragede Brotømmer. Udkragningens Størrelse er varieret saaledes, at Rækværket forløber parallelt med Havnebanesporet.

Statsbanerne overdrog efter forudgaaende Licitation i Marts 1928 Arbejdet vedrørende Fremstillingen af den beskrevne Brooverbygning til Allerups nye Maskinfabrik i Odense. Aktieselskabet skulde udføre Entreprisen efter Statsbanernes Tegninger og Betingelser. Vedrørende Monteringen var der dog blot forudsat, at de enkelte Brofag skulde samles paa en Arbejdsplads, beliggende ved Sundet Syd for Pontonbroen (Fig. 2) og herfra enkeltvis i færdignittet Stand flaades paa Plads. Det nærmere Projekt til Monteringen paahvilede det Aktieselskabet at udforme.

Ved Udførelsen af Konstruktionstegningerne havde Statsbanerne bestræbt sig for at lette Fabrikationen og Monteringen det mest mulige. De to Klaphoveddragere, af hvilke den nordre skulde være adskilligt sværere end den søndre, gaves samme Kropplader og Flangevinkeljern saaledes, at Kropafstivninger og Nitteinddelingen for de vandrette Nitter kunde blive aldeles ens. Lamellerne maatte derimod gøres forskellige (jfr. Fig. 37), men de lodrette Nitterækker gennem Flangevinkeljernene er dog ganske ens, hvorved Opmærkning og Boring er lettet betydeligt.

I Buefaget er omvendt den søndre Hoveddrager paa Grund af den store Brobanevægt sværere end den nordre (Fig. 50). I Afstivningsdrageren er Lamellernes Antal dog det samme, kun deres Tykkelse gør de to Dragere forskellige, og Nittedelingen er derfor ganske ens, saa Stykkerne kunde opmærkes efter hinanden. Buerne adskiller sig paa samme Maade kun fra hinanden ved forskellig Bredde af en lodret Lamel paa Staapladerne og saa fremdeles.

Selvom Konstruktionen paa denne Maade ved sin Anordning kunde frembyde visse Lettelser, var Fremstillingen af Jernkonstruktionerne, der er de sværeste, der hidtil er udført her i Landet, dog forbundet med en Del Vanskeligheder. Disse hidrører bl. a. fra de store samlede Tykkelser, indtil 135 m m, der i alt Fald gør Nitterarbejdet (26 m m Nitter) besværligt og stiller store Krav baade til Materiellet og til Arbejderne. Der anvendtes udelukkende svære pneumatiske Nittehamre med Trykluft af 8 Atm. og pneumatiske Modhold. En anden Vanskelighed var Varmebehandlingen af det anvendte haarde Kulstofstaal. Varmebehand-

Digitized by Google

ling var derfor ogsaa indskrænket til det mindst mulige, som f. Eks. til Bøjningen af de i Fig. 44 viste Vinkeljern ved Forriglingspartierne i Klapbroen og ved Bøjningen af de øvre Vinkeljern i Enderne af Afstivningsdrageren, Fig. 51. Bøjningen af de halvcirkelformede Fladjernsbøjler (Dimension 220 × 30 m/m) til Ophængning af Kontravægtene frembød visse Vanskeligheder, og da det ikke lykkedes at give Bøjlerne den rette Form i een Varme, blev det besluttet at lade Krupp, Rheinhausen, levere disse vigtige Dele færdige i Krupp-Staal 52.

Opmærkningen skete som altid her i Landet ved Indridsning af Nittelinier paa selve Staalet og derefter afmærkedes Nittecentre ved Kørneprikker. I et saaledes behandlet Stykke boredes Huller 5—6 m/m mindre end de færdige Huller, og Stykket kunde derefter anvendes som Skabelon for alle øvrige Stykker af samme Slags. Inden Hullerne blev boret op til fuld Størrelse blev de forskellige Dele, Vinkeljern, Staaplader eller Lameller samlede i endelig, indbyrdes rigtig Stilling og sikrede i denne ved et passende Antal Bolte. Fig. 54 viser Kroppladerne og Flangevinkeljernene til Buefaget under Sammenbygning inden Opboring. Kroppladerne er ved Stødene blevet afrettet saaledes, at Drageren bliver fremstillet med den forlangte Overhøjde, der kontrolleredes ved den paa Billedet synlige, udspændte Streng. Herefter blev de to Halvdele af Kassedrageren lagt sammen, idet Kropafstivningerne indlagdes og Lamellerne anbragtes efter tilsvarende Fremgangsmaade. Opboringen for alle Værkstedsnitter fandt som det vil forstaas Sted, efter at alle Stykker er sammenbyggede i indbyrdes rigtig Stilling, og sammenliggende Flader var derfor forinden rensede med Skrabere og Staalbørster og grundede. Ogsaa en stor Del af Hullerne for Monteringsnitterne blev i Værkstedet borede op til færdig Størrelse saaledes, at disse Huller efter Sammenstillingen paa Montagepladsen kun skulde renses før Nitningen. I Vinddrager-Knudeplader og Stænger og lignende Steder blev Hullerne derimod først opborede paa Montagepladsen.

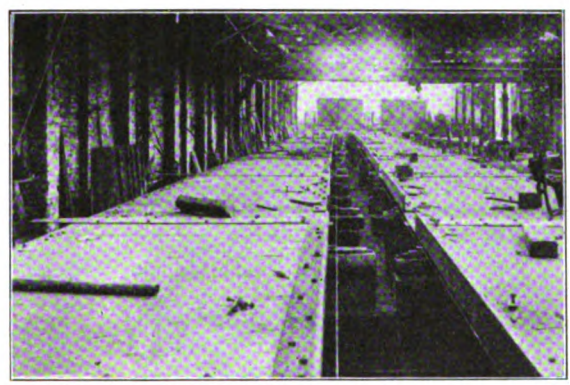


Fig. 54. Fabrikation af Pladejernsdragere paa Værksted.

Efter Sammenbygning og Sammennitning blev alle Yderflader, der ikke senere skulde dækkes med Beton, rensede med Sandblæst.

Den samlede Overflade, der skulde renses paa denne Maade, androg

Digitized by Google

omtrent 12 000 m². Af disse blev langt største Delen behandlet paa Montagepladsen, idet man kun tillod, at de indvendige Flader i Kassedragerne blev rensede og grundede i Værkstedet, medens Resten, for ikke at tage Skade under Transport og Sammenbygning, først skulde behandles efter Montagenitningens Fuldførelse. Fig. 55 viser et Billede fra Sandblæstrensningen, der naturligvis frembød betydelige Vanskeligheder særlig i den fugtige Del af Aaret og i Almindelighed blev indstillet under Dagsregn. Der sandblæstes hele Dagen med successiv Afdækning af det rensede eller under provisoriske Tagkonstruktioner, medens Grundingen af det rensede skete i den sidste Time før Arbejdstidens Ophør. Naar det fandtes paakrævet, fik det i Dagens Løb rensede en hurtig Ekstrabehandling med Sandblæst lige inden Grundingen.

Fig. 55. Rensning ved Sandblæst.

Et Sandblæstaggregat præsterede gennemsnitligt Rensning af ca. 4 m² Overflade pr. Time. I længere Perioder blev der arbejdet med flere Aggregater.

Grundingen blev for Brofagene 10—11 udført med Watoelin, der ogsaa benyttedes til de to Dækstrygninger af samme. Ved Buefaget og Klapfaget er benyttet Staalhud-Grundfarve og Dækfarve.

Tværbjælkerne i Buefaget er delt i tre Grupper, der er malede med Ferrodor, Watoelin og Staalhud saaledes, at man her under ens Forhold og med samtidig Udførelse faar et godt Grundlag for en Sammenligning. Efter Kontrakten med Entreprenøren andrager Betalingen for Rensningen ca. 2,65 Kr/m², for Grunding og Maling ca. 1,00 Kr/m². Al Maling blev paaført med Trykluftpistol.

Den samlede Udgift til Rensning og Maling udgør ca. 42 Kr. pr. t. Jernkonstruktion.

Monteringen blev udført saaledes, at Brofagene naar de stod færdige paa Montagepladsen var beliggende parallelt med Sundet, og de blev da bragt ud over Vandet ved først at blive løftet op paa Undervogne, der da paa Kranspor kunde køre ud paa Stilladsbroer, rammede i Sundet. Fig. 56 viser saaledes Klapfaget, efter at dette er kørt ud paa

Digitized by Google

Stilladsbroerne. Fra Stilladset til Pillerne blev Brofagene bugserede baarne af Pontoner som vist paa Figuren. Aktieselskabet Svitzers Bjergningsentreprise havde Udflaadningen af alle Brofagene i Under-

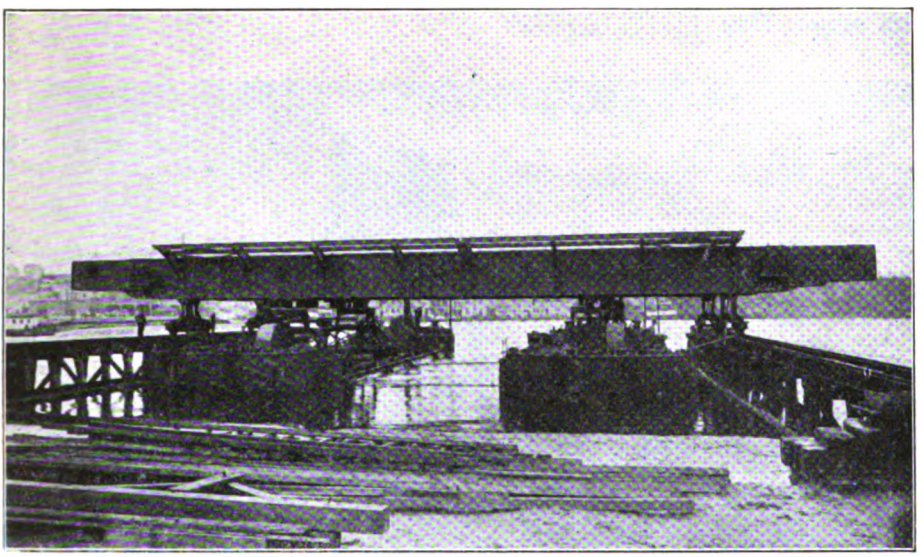


Fig. 56. Udsvømning af Klapfag.

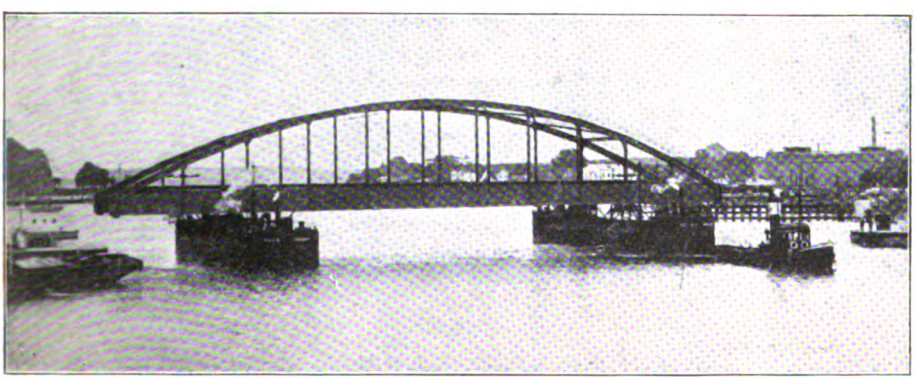


Fig. 57. Udsvømning af Buefag.

entreprise og udførte denne ved Hjælp af en Bugserdamper og to store Løftepontoner, hvis Manøvrering blev ledet af Ingeniør Steenberg.

Pontonerne var i fornødent Omfang forbundne med hinanden ved interimistiske Tværafstivninger, i hvilke den paagældende Bro-Overbygning indgik. Rækkefølgen i Montagen var følgende: De to Overbygninger 10—11 og Klapfaget blev flaadede paa Plads i Dagene 11.—15. April 1930. Gennemsejlingen skete herefter i Broaabningen 9—10. Hele

Digitized by Google

Byggepladsen var nu frigjort til det store Brofag, der efter Færdigbygningen blev flaadet paa Plads d. 12. August 1930 (Fig. 57).

I den mellemliggende Tid var Klapbroens elektriske og maskinelle Udstyr blevet fuldført saaledes, at Klapbroen kunde træde i Funktion fra samme Dag.

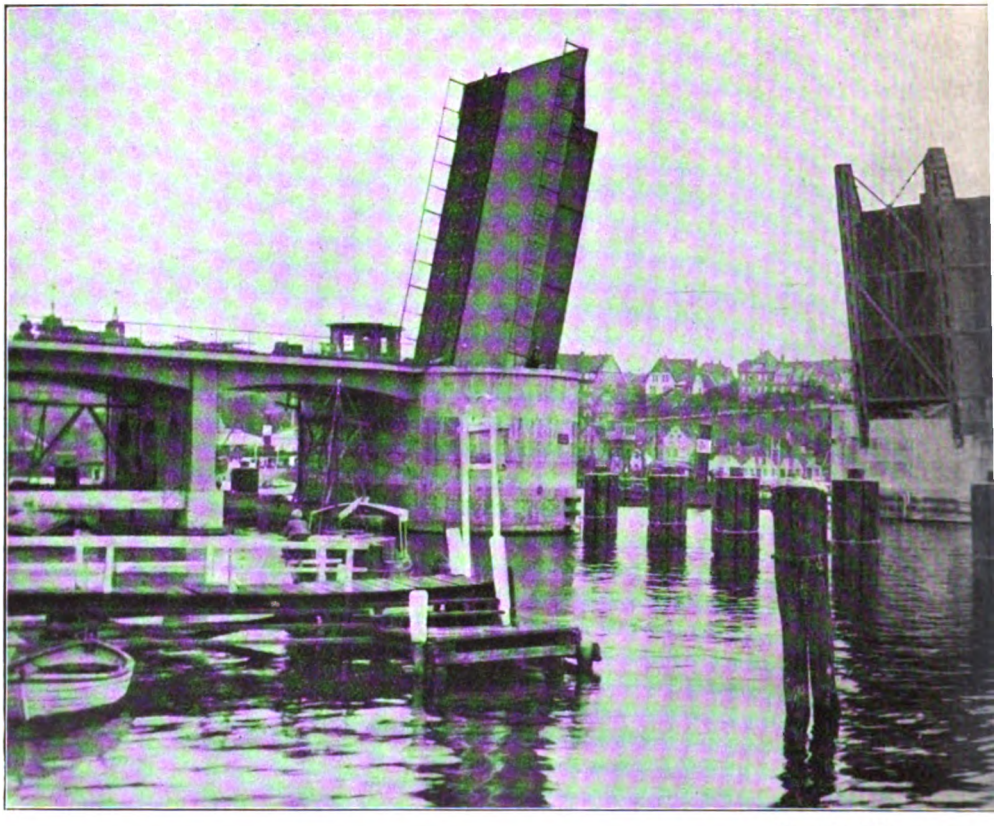


Fig. 58. Klapperne

Allerups nye Maskinfabrik gennemførte det store og komplicerede Arbejde paa god Maade uden nogen Art af Uheld.

Prisen for en Strømpille (uden Pælefundament) andrager pr. m^3 af Pillens hele massive Volumen ca. 75 Kr.

Prisen pr. lb. m færdigt Pæleværk af Træ under Pillerne 9 og 10 andrager ca. 32,50 Kr.

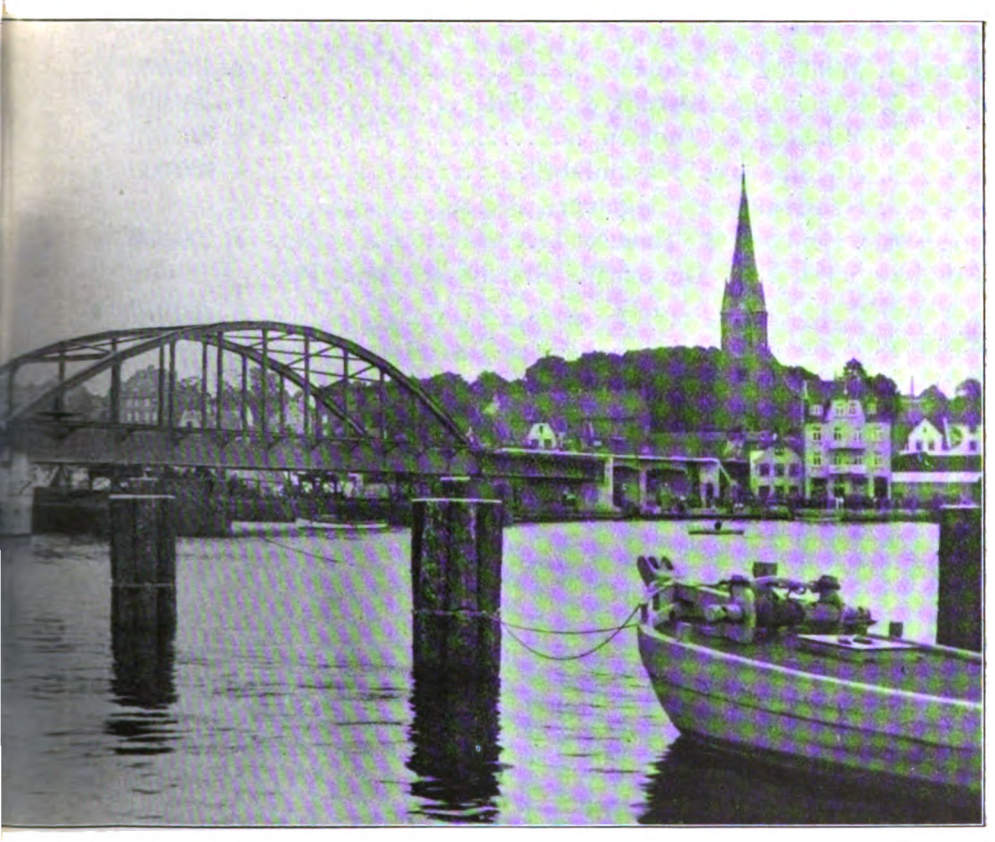
Fremstillingen af Grusbanketter under Strømpillerne betaltes med 7 Kr. pr. m^3, Stenkastningen udenpaa og over Banketterne med 16 Kr. pr. m^3.

Vægten af Staalkonstruktionerne i de forskellige Overbygninger for-

Digitized by Google

deler sig som vist i nedenstaaende Oversigt, der ogsaa angiver de forskellige Enhedspriser:

Den anførte Pris for færdig Konstruktion i valset Staal indbefatter ikke Rensning og Maling.



den færdige Bro.

			Enhedspris
Brofagene 10—11	valset Staal	165 t.	575 Kr.
	Staalstøbegods	6 t.	640 »
Brofag 9—10	valset Staal	550 t.	575 »
	Staalstøbegods	14 t.	640 »
Klapbroen	valset Staal	285 t.	605 »
Affaldsstaal i	Kontravægte	450 t.	
	Maskineri (Aksler, Lejer, Tandhjul, Bremser og Motorer) ca.	50 t.	

Digitized by Google

Statsbanernes oprindelige Overslag lød paa 2,7 + 0,3 (Ekspropriationer) = 3 Mill. Kr.

Udgifterne ved Udførelsen af hele Broarbejdet heri indbefattet de af Statsbanerne leverede Materialer, der bl. a. omfattede Cement, Skinnemateriel og Isoleringsstoffer, fordeler sig over de forskellige Parceller paa følgende Maade:

Parcel 1, Monberg & Thorsen	ca.	150.000 Kr.
» 2, Kampmann, Kierulff & Saxild	»	250.000 »
» 3, Monberg & Thorsen	»	800.000 »
» 4, Allerups nye Maskinfabrik	»	900.000 »
» 5, Nedrivning af Bygninger		
» 6, Rasmussen & Thomsen	»	200.000 »
Arbejder udførte af De danske Statsbaner, samt Projektering og Tilsyn	»	200.000 »
Ekspropriationer	»	350.000 »
		2.850.000 Kr.

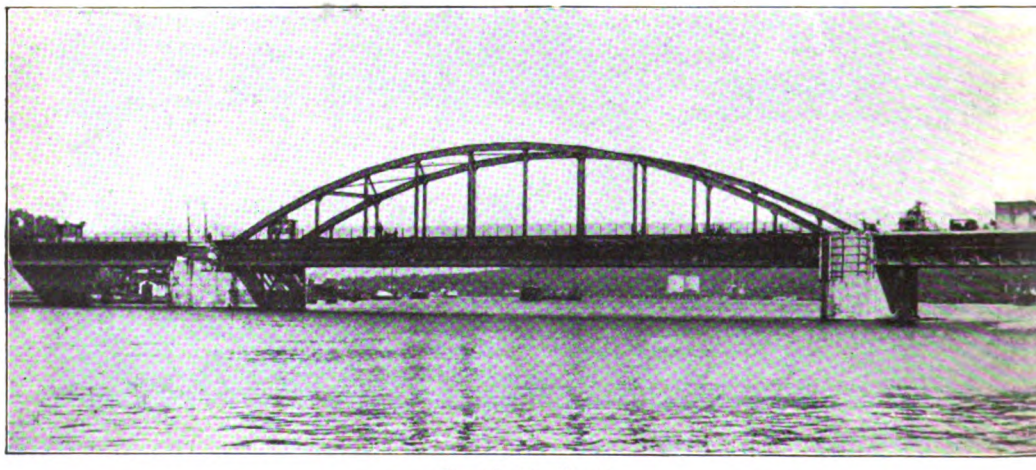


Fig. 59. Buefaget.

Broen blev indviet og overgivet til Trafikken den 7. Oktober 1930 og fik Navnet Kong Christian den Tiendes Bro.

Digitized by Google

ENGLISH SUMMARY

THE HIGHWAY AND RAILROAD BRIDGE ACROSS ALSSUND.

The Danish State Railways have recently finished the erection of a combined highway and railroad bridge across Alssund at Sønderborg. The planning and construction of this bridge will be briefly described in the following.

In the autumn 1923 the Minister of Public Works proposed a bill authorizing the construction of a Combined Highway and Railroad Bridge across Alssund. The bill was based on a recommendation from the Sønderjylland Railway Commission and on preliminary plans prepared by the Danish State Railways and approved by Sønderborg town and county. Accordingly the bridge was to be a low-level bridge situated slightly north of the old pontoon bridge, and was to accommodate a 5,6 m (18 ft. 4 in.) wide vehicle road and a 2 m (6 ft. 4½ in.) wide sidewalk as well as a railroad track. The bridge construction was to comprise, besides the necessary new road connections, the construction of a standard-track harbour railroad, by means of which the quays on the Sønderborg side could be connected to the State-Railway station on the Sundeved side by way of the track on the bridge.

Further the bill assumed the road surfaces on the bridge to be at least 7,5 m (24 ft. 8 in.) above mean water level, so that the quay streets and quay tracks on either side of the sound could pass below the bridge, and so that smaller vessels could sail below the bridge without requiring the movable span to be opened, which span was to offer a clear passage 30 m (98 ft. 4 in.) wide.

As previously to the proposal of the bill there had only been opportunity to make very few preliminary explorations concerning the conditions of foundation, current, ice movements etc. in Alssund, and as consequently only the mere outline of a project was at hand, the Law provided that the State Railway should be given an opportunity, before commencement of the work, to make any desired preliminary explorations and to complete the detailed design of the bridge.

Fig. 2 shows a general plan of the bridge with approaches as actually built.

The profile of the sound, along the centre line of the bridge itself, is given in Fig. 3, which shows the conditions after the bridge is completed. On the Sundeved shore some filling has been done, but only on depths of water less than 1,2 m (4 ft.), and on the Als side the shore pier, as shown by Fig. 3, is situated some distance out from the shore line and corresponds to the presumed future position of quays north and south of the bridge. The depths of water along the line of the bridge are rapidly increasing towards the centre of the sound, where the depth is about 19 m (63 ft.). The width of the sound, measured from shore pier to shore pier, is 170 m (559 ft.), and the area of the free water profile, in the line of the bridge, is 2000 m^2 (21,650 sq.ft.).

Digitized by Google

The maximum velocity of current occurring in Alssund hardly exceeds 2 m (6 ft. 4½ in.) per second.

Test piles driven in the sound (one at pier 8 and one at pier 10) have shown that in the case of pile foundation the piles would have to be driven down to El.—24 to—25 m (El.—79 to—82 ft.).

The work was naturally commenced by constructing the harbour railroad on the Als shore.

Where the railroad runs parallel to Jomfrustien (see Fig. 2) its subgrade had, for a considerable length, to cut into the natural quite steep hillside between Jomfrustien (El. 14 to 16 m above mean-water) and Havbogade, which is only about 2 m above mean-water. The soil in this hillside consists of exceedingly irregular glacial strata, alternately gravel, clay, fine sand and sand-mixed clay. The layers of gravel and sand are highly aquiferous.

At this point the construction of the harbour railroad caused the necessity of building one of the two structures shown in Figs. 5 and 6.

According to the first alternative (Fig. 5) a vertical ditch had to be excavated in the hillside. In this ditch a tunnel could be built with sides and bottom constructed as reinforced-concrete plates and with an open roof consisting of suitably spaced reinforced-concrete struts between the side walls.

According to the second alternative (Fig. 6) a similar ditch had to be excavated into the hillside, and a reinforced-concrete retaining wall with the cross-section shown in the figure had then to be built, and finally the entire remaining portion of the hillside to the left of the railroad had to be removed.

The first one of these alternatives was preferred for the following reasons:

1) The tunnel construction, owing to its shape as well as to its utilization of the earth body to the left of the track, offers a far greater security against overturning and sliding than the retaining wall.

2) The tunnel construction gives a more uniformly distributed pressure on the ground and a more uniform support for the track than does the retaining wall.

3) The depth of excavation would be somewhat greater for the retaining wall than for the tunnel.

The temporary bracing of the ditch is shown in Fig. 7, and the detailed construction of the tunnel appears from Fig. 9, which at the same time shows the arrangements made for draining the strata cut through.

Finally Figs. 10 and 11 show some views of the finished construction.

The approach spans, as far as the harbour railroad is concerned, are shown in Fig. 12, and consist of a reinforced-concrete structure continuous over three spans at a time. The girders of each section are integral with the intermediate piers, and the free ends rest on bed-plates on the other piers.

If the bridge were straight, the statical arrangement would be as indicated in Fig. 13 a, but actually the bridge is curved, and the main girders having a constant width of 60 cm (23⅝ in.) follow the curvature of the bridge.

The reasons for using a reinforced-concrete structure for the viaduct carrying the harbour track are the following:

A steel structure with two main girders supporting a deck of timber would cost considerably more and would require a somewhat greater depth of construction and greater expenses of maintenance. A superstructure with rolled steel beams encased in concrete would in some respects offer the same advantages as the reinforced-concrete structure, as the ballast here too could be carried through, and the expenses of maintenance would be the same, but the initial cost is higher, and a greater depth of construction is required.

Digitized by Google

The finally selected trough-shaped superstructure of reinforced concrete gives a certain optimum in respect to depth of construction as illustrated by Fig. 14, which for the sake of comparison shows, to the right, the arrangement of cross-section usually employed under conditions similar to those existing here. The reinforced-concrete structure offers the further advantages that it may easily be given a pleasing appearance, even when curved and skew as here, and that the stiffness of the intermediate piers can be utilized. The dimensions of the main girders are reduced considerably on account of the stiff connection with the intermediate piers, whereby the statical system will be as indicated in Fig. 13 a.

For a structure continuous over three spans the arrangement shown in Fig. 13 is particularly favourable, as the extra stresses due to shrinkage and variations of temperature will be small, and the forces due to braking can easily be resisted by the intermediate piers, the dimensions of which are here amply large to give the requisite strength, and have to some extent been determined by esthetical considerations.

The viaduct for the highway has the same statical arrangement as explained above for the viaduct supporting the harbour track. The cross-section is illustrated in Fig. 15.

The piers for the viaduct rest on wooden piles. Pile foundations are similarly used for the special piers 7 and 11 (see Figs. 2 and 3), which are fitted with anchorages constructed as horizontal reinforced-concrete beams, cf. Figs. 20 and 22.

For the main piers 8, 9 and 10 the State Railways had made three proposals.

Proposal 1 (Fig. 24) was a follows:

On the site of the piers the spot-wise and sparsely occurring soft layers are first removed, and then a bed of gravel is deposited, which is subsequently enclosed and covered by a heavy mass of boulders. For the three piers 8, 9 and 10 the top face of the bed was to be leveled off to El. — 10,00 — 16,00 and — 14,50 m (— 33, — 52,5 and — 47,5 ft.), respectively, below mean-water. Then the 42 cm by 42 cm (16½ in. by 16½ in.) reinforced-concrete piles are driven, for instance by means of ramming devices adapted to work below water, or by means of a follower, and the length of the piles is adjusted in such a manner that the piles, when driven, project not more than 2 m (6 ft. 4½ in.) above the surface of the bed. After the ramming is finished and the piles, if necessary, are cut off so as not to project too far, a cellular caisson of reinforced concrete is towed to the site of the pier and lowered there so as to rest on four accurately cut vertical wooden piles. The reinforced-concrete piles project then into a working chamber provided at the bottom of the caisson. When after suitable loading of the caisson the water is driven out from the working chamber by means of compressed air, and the chamber is filled with concrete, an intimate connection between the pier and the pile foundation is attained. The further work on the pier consists in filling the cells of the caisson with concrete.

According to Proposal 2 (Fig. 25) the gravel bed and pile foundation are made exactly as in the former case, and then the entire pile foundation is enclosed by a steel sheet-piling projecting above water and later on cut off as shown in Fig. 25. After the sheet-piling has been braced sufficiently, the bottom of the space inside of the same is filled with concrete poured through tremies to such a level that sufficient tightness is attained, and so that the piles still project above the layer of concrete. When this concrete is hardened the pit is pumped dry, and the remainder of the pier is now built in open air inside of the sheet-piling.

According to Proposal 3 (Fig. 26) the gravel beds are made as before, and on top

Digitized by Google

of these leveled beds caissons of reinforced concrete are sunk. During the towing and sinking these caissons are fitted with a timber bottom to be removed when the caissons are sunk into position. The caisson has along its bottom edge a wide base with which it rests on the bed. Then the reinforced-concrete piles are rammed from above through the water-filled caisson, so that after ramming the top ends of the piles project up into the bottom part of the caisson. The lower portion of the caisson is filled with concrete poured under water through tremies. When this bottom concrete is hardened the caisson is emptied and then filled with concrete in open air.

After the licitation the State Railways decided to approve a tender received from the firm of Monberg & Thorsen, Copenhagen, for construction of the bridge piers according to Proposal 1. The advantages of this proposal in comparison with Proposals 2 and 3 are that casting of concrete below water is dispensed with, and in contradistinction to Proposal 3 it is here possible to place the piles in the most favourable manner. By Proposal 3, where the piles are not driven until after the caisson has been sunk, it is in fact impossible to use the most favourable arrangement of piles owing to the unavoidable longitudinal and transverse partitions in the caisson. A further advantage of Proposal 1 is that the concrete in the working chamber is tamped into the ground. The pier is thus supported by the soil itself as well as by the piles, although of course only the carrying capacity of the piles is made use of in the statical computations.

Reinforced-concrete piles 42 by 42 cm (16½ in. by 16½ in.) were used for pier 8. The foundation of piers 9 and 10 on the other hand was effected by means of wooden piles 38 cm (15 in.) in diameter, because such piles could be rammed about 2,5 m (8 ft.) deeper than the concrete piles.

The contractors commenced work by constructing the lowest main pier (the western bascule pier). The bed of this pier is 10 m (33 ft.) below mean-water and consists, as mentioned above, of a gravel core enclosed in a heavy mass of boulders.

The piles were rammed from a reinforced-concrete scow (Figs. 27 and 28), which was built for this purpose. The scow supported a pile-driver frame made of steel and fitted with extension leads 23 m (75 ft. 6 in.) long. At the top of the leads a rope pulley with rope was provided for use in hoisting the piles, which were up to 16 m (53 ft.) long. Along the leads and guided thereon an American Mac-Kiernan-Terry pile hammer No. 10 B_2 is sliding. This hammer is formed, internally, as a steam cylinder, in which a piston-like ram is reciprocating (Fig. 29). The hammer is adapted to work below water if required. The weight of the moving parts is 1100 kg (2450 lbs.), the stroke is 50 cm (19⅝ in.). The hammer was driven by superheated steam of 8 atm. pressure, which from a boiler on the scow was directed to and from the hammer by way of flexible metal hoses. The hammer could make up to 115 strokes per minute (and yielded then for each stroke an energy amounting to about 2100 kgm equaling 15,000 foot-pounds). The blow acts not only by the weight and drop of the ram, but also by the velocity imparted to the ram by the steam pressure.

Fig. 30 shows details of the pile foundation and caisson for pier 9.

Figs. 31 and 32 show the caissons, which were built on slips constructed for the purpose. Fig. 31 shows especially the consecutive positions of a caisson during the launching.

As far as the superstructures of the main bridge itself were concerned, a principal point was to decide whether the movable span should be fitted with one or two leaves.

Digitized by Google

A single-flap bascule bridge with the counterweight above the bridge deck would offer the advantage, in comparison with a double-flap bascule bridge, that there would be only one set of driving machinery, and that the flap in closed position would form a girder with two simple supports and a perfectly clear distribution of stresses. Such a bascule bridge, however, would be rather unsatisfactory from an esthetical point of view and, as the clear height below the bridge was to be 5 m (16 ft. 4 in.), the main girders would have to project above the deck. This would necessitate the distance c. to c. of main girders to be 11 m (36 ft.), and would cause the entire structure to be quite heavy. In order to avoid the said drawbacks it would be advisable to use a double-leaf bascule bridge with the counterweights hidden in the piers, the dimensions of which would thereby certainly be considerably enlarged. But on the other hand the main girders could then be placed entirely below the bridge deck, the distance between them could be reduced to 9 m (29 ft. 6 in.) at most, and the appearance would be highly improved, especially when the main girders were constructed as plate girders (box girders) with constant depth. The adjoining span 9-10, the theoretical length of which is about 75 m (246 ft.), could then suitably be constructed as plate girders of the same depth as in the movable span, but reinforced by polygonal arches above the deck, on account of the greater length of span. Finally it would be natural to let the last span 10-11 be supported by four plate girders, two below the road and two below the track. By this arrangement the advantage is attained that the entire main bridge presents a continuous uniform line of plate girders (Fig. 3), and that the bascule span and span 10-11 form a pleasingly symmetrical configuration on either side of the great span at the middle of the sound. The massive constructions (plate girders) were also preferable for economical reasons.

The ordinary arrangement of a two-leave bascule bridge is shown in Fig. 38 a. Each leaf in closed position is supported at B and C, respectively, and the two leaves are further interconnected at A by means of sliding lock-bolts. This arrangement is subject to various drawbacks, especially the following:

1) that a very considerable moment (moment of fixation) is transferred to the pier,

2) that the construction is statically undetermined and, consequently, exposed to certain extra stresses,

3) that the elastic line shows a sharp bend at A, and

4) that the machinery is complicated owing to the necessity of relieving the pressure on the main bearings after the bridge is closed.

A solution not suffering from the above mentioned drawbacks, on the other hand, would be attained by adopting the locking system originally used by Messrs. Voss & Schwyzer for the new highway bridge over the Eider at Frederikstad, see Fig. 38 b. The two leaves are here supported on main bearings O, and are further interconnected by the two horizontal locking bolts R_1 and R_2. When these bolts are mutually offset, as shown on the diagram, not only shearing forces but moments as well can be transmitted from one leaf to the other one.

The locking bolts and the machinery for moving the same are disposed on the eastern leaf, and each bolt is seated thereon in two bearings, which by means of heavy pins and bolts are held in position between the web plates of the main girders. By means of the locking machinery driven by an electric motor the locking bolts can be pushed into a corresponding bearing on the western leaf. The arrangement appears from Fig. 44, which shows that the cross-section of each bolt is 420 × 240 mm ($16\frac{1}{2} \times 9\frac{7}{16}$ in.). The bearings are steel castings lined

Digitized by Google

with hard bronze. It will be seen that the bolts will have to resist, besides the shear, a certain bending moment. The bolts themselves were made from steel forgings.

Fig. 43 shows one of the bolts being fitted into position in the girder, while Fig. 44 shows the part of a main girder adjoining the locking bolts.

The bolts can be operated by hand in case of need.

For opening and closing the bridge a set of operating machinery is provided for each leaf. The motors are electric direct-current motors of standard open construction, each for 22 HP at 600 revolutions and 440 volts. The motors are situated in the machinery rooms in the northern semicircular ends of piers 8 and 9 (Plan 1). The electric driving power may be taken from two mutually independent sources of power. Two sets of motors are provided, one forming a reserve for the other one.

As shown by Plan 1 the driving machinery ends in pinions engaging two circular racks fixed to the piers.

The leaves are counterbalanced by counterweights linked to the leaf tails (Plan 1, Fig. 37 a).

The driving as well as the locking machineries are operated electrically from the operating house on pier 9.

The bridge superstructure 9-10 has a free span of 74.8 m (245 ft.), measured between centres of bearings (Fig. 50), and is divided into 11 panels 6,8 m (22 ft. 3¾ in.) long. The two main girders are spaced 11 m (36 ft.) c. to c., and the track as well as the road are disposed inside of the girders, while the sidewalk is supported by brackets along the southern main girder.

As shown by Plan 1 the main girders are box girders, each with two webs 2200 × 13 mm (86½ in. by ½ in.), the free distance between the webs being 440 mm (1 ft. 5¼ in.). The flanges of the plate girders are arranged in such a manner that the horizontal gravity axis of the cross-section coincides with the centre line of the web. The plate girders are reinforced by polygonal arches the corners of which are situated on a parabola. The arches and the plate girders are interconnected by vertical rods at all panel points. The cross-sections of the arch and the plate girder are arranged in such a manner that the connections become as simple as possible at the ends of the span, where the entire compression (about 940 tons) in the arch is transmitted to the girder.

The centre line of the arch intersects the vertical line through the centre of bearing at a point situated 0,82 m (2 ft. 8 in.) above the horizontal gravity axis of the girder. Thereby various advantages in the details are attained and, furthermore, a better appearance than if the arch were placed lower, and finally the negative moments due to the eccentricity at the ends will cause the maximum bending moment in the plate girder to be slightly smaller than it would be, if the connection between the arch and the girder had been central.

Two sets of wind bracing are provided, and the lower one forms a triangular truss with diagonals made from I-beams 30 cm deep and 30 cm wide (Dip 30). The triangular bracing was found by comparison to be advantageous when rolled beams, which require only little shop work, were used. A further advantage of the lateral system adopted is the very small number of connections.

Between the arches an upper wind bracing is provided from panel point 2 to panel point 9 (see Plan 1). The bracing forms here a double triangular truss, and all the diagonals are I-beams (Dip 20).

The upper wind girder delivers its horizontal reactions to the two sway

Digitized by Google

bracings at panel points 2 and 9, from where the said reactions are transferred to the lower wind bracing.

Plan 1 shows further that all stringers below the track and the road are continuous across the floor beams. The splices are situated one fifth of the panel length from the ends of every second panel, and are covered by splice plates and riveting, with exception of one of the joints nearest the centre, where an expansion joint is provided, which divides the bridge into two sections, each with one brake-resisting girder situated at points 3 and 8, respectively. The continuous stringers give great stiffness and relatively small dimensions. Between the stringers a secondary wind bracing is provided.

The plate girders as well as the arches are made in sections corresponding to one panel length, so that a full splice has to be made at each panel point.

The superstructure of span 10-11 (Plan 1) is, as mentioned above, constructed as two entirely independent bridge structures. The highway bridge has two main plate girders with webs 2200 mm (86¾ in.) deep as for the above described spans. The other main dimensions appear from the drawing (Plan 1).

An advantage is gained by utilizing the main girders as stringers. The deck supporting the road surface in an 18 cm (7¼ in.) reinforced-concrete plate resting on the five stringers. The plate extends beyond the southern main girder and supports here the sidewalk.

For the railway the superstructure of span 10-11 had to be made with two diverging main girders (see Plan 1) connected by floor beams and transverse bracings, the dimensions of which are given on the plan.

After a public licitation the State Railways decided in March 1928 to award the contract for the superstructure of the bridge to Aktieselskabet Alerupsnye Maskinfabrik at Odense, and the company was to follow the drawings and specifications of the State Railways. As to the erection, however, the only stipulation was that each span should be assembled on a working place situated along the Alssund, south of the pontoon bridge (Fig. 2), and the individual spans, when riveted together, should then be floated into position. The further details of the erection were to be worked out by the contractors.

The superstructure was manufactured from a steel material with ultimate tensile strength not less than 4800 kg/cm² (68,000 lbs per sq.in.). Cleaning of the outer surfaces of the structure was not effected until after the assembling and riveting at the working place, and was then performed by sand blast.

Digitized by Google

Digitized by Google

PLAN I.

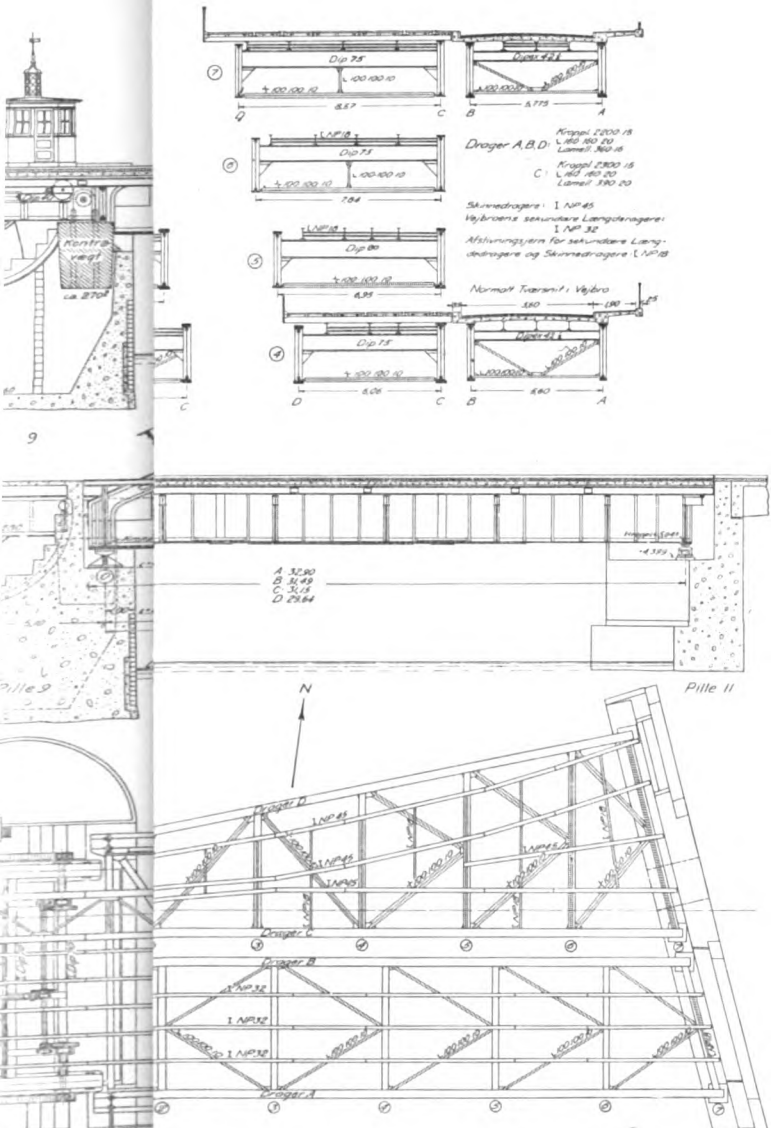


Fig. 52.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

INGENIØRVIDENSKABELIGE SKRIFTER
B Nr. 5

STUDIER
I
ELEKTRICITETSVÆRKS
STATISTIK

af

HENRY STJERNQVIST
cand. polit.
Sekretær i Det statistiske Departement

DANSK INGENIØRFORENING
I KOMMISSION HOS G. E. C. GAD · VIMMELSKAFTET 32
KØBENHAVN 1931

Digitized by Google

J. JØRGENSEN & Co. • IVAR JANTZEN

Digitized by Google

FORORD

Monopolernes Prispolitik er i de senere Aar af Økonomerne gjort til Genstand for indgaaende Undersøgelser. Her skal af danske Forfattere blot nævnes Professor *Birck* og Professor *Zeuthen*, der begge med Anvendelse af omtrent samme Metoder undersøger Monopolernes Prispolitik i Almindelighed. For en særlig Gruppe Monopoler, nemlig Elektricitetsværkerne, har Forfatteren af nærværende Afhandling i Nationaløkonomisk Tidsskrift, 1930 Hæfte 1, forsøgt en Fremstilling af de Retningslinjer, som disse Virksomheder kan følge i deres Prispolitik. Der er opstillet 5 Principper, nemlig 1) Omkostningsprincippet, hvorefter hver Forbruger skal betale en Pris, som svarer til Omkostningerne ved at producere den Elektricitet, han aftager; 2) Konkurrenceprincippet, hvorefter hver Forbruger skal betale en Pris, der er lidt, men kun lidt lavere end Prisen for saadanne Kraftkilder, som kan erstatte Værkernes Elektricitet; 3) Monopolprincippet, hvorefter Priserne skal fastsættes saaledes, at Værkerne opnaar den størst mulige Fortjeneste; 4) Konsumentrenteprincippet, hvorefter Priserne skal fastsættes saaledes, at Forbrugerne opnaar den størst mulige Fordel ved at anvende Værkernes Elektricitet i Stedet for andre Kraftkilder, samtidig med at Omkostningerne dækkes; 5) Begunstigelsesprincippet, hvorefter Priserne skal fastsættes saaledes, at enkelte Forbrugere eller Forbrugergrupper opnaar den størst mulige Fortjeneste ved at anvende Elektriciteten; og endelig er der peget paa, at Priserne oftest fastsættes mer eller mindre tilfældigt uden at man klart eller konsekvent følger en bestemt Retningslinje.

For at de teoretiske Diskussioner skal kunne føre til praktiske Resultater er det imidlertid nødvendigt, at der foretages konkrete, statistiske Beregninger over de Forhold, der maa tages i Betragtning ved Prisdannelsen, og her er det navnlig to Forhold, som er af væsentlig Betydning, nemlig Omkostningerne ved Elektricitetsproduktionen og Efterspørgselens Afhængighed af Priserne.

Med Hensyn til Omkostningerne foreligger der i den aarligt udkommende Elektricitetsværksstatistik Beregninger, hvortil Interesserede henvises. Hvor interessante disse Oplysninger end er, tillader de dog ikke en tilstrækkeligt dybtgaaende Undersøgelse af de herhen hørende Pro-

Digitized by Google

blemer, og det er derfor at haabe, at der med Tiden af Værkerne vil blive sat ind paa dette Spørgsmaal.

Med Hensyn til Efterspørgselens Natur vilde det ligeledes være meget ønskeligt, om de større Værker foretog rationelle Undersøgelser af Forbindelsen mellem Prisernes Højde og Forbrugets Størrelse. Indtil saadanne Undersøgelser foreligger, maa man imidlertid hjælpe sig med det foreliggende statistiske Materiale, og det første Afsnit i de følgende Studier skulde da være et Forsøg paa for de smaa Værkers Vedkommende at kaste Lys over dette lidet kendte Omraade. Fra Forfatterens Side kan det imidlertid ikke fremhæves stærkt nok, at Forsøget ikke maa opfattes som det sidste Ord i denne Sag, men kun som et enkelt Bidrag til Belysning af Problemerne. En eventuel Skepsis med Hensyn til Almengyldigheden af de fundne Resultater kan derfor blot besvares med, at er Resultaterne misvisende, paahviler det Kritikerne ved Undersøgelser for deres egne Værker at finde de rigtige Funktioner mellem Pris og Efterspørgsel. Og endelig forekommer det Forfatteren, at selv om de smaa Værker afviger fra de store Værker i denne Henseende, har det dog en selvstændig Interesse ogsaa at undersøge Forholdene for disse Værker.

Naar man, saa langt menneskelige Evner rækker, er kommet til Forstaaelse af Omkostningernes og Efterspørgselens Natur, bliver Opgaven at finde den rette Tarif, idet man vælger at følge eet eller flere af de foran nævnte Principper. Der vil da komme den Vanskelighed, at man maaske skal ændre allerede bestaaende Tariffer, idet det — efter Forfatterens Opfattelse — er saaledes, at adskillige af de gældende Tarifbestemmelser vanskeligt vil kunne forsvares ud fra rationelle Principper, og for at belyse dette, er i det andet Afsnit foretaget en statistisk Bearbejdelse af de pr. 1. Oktober 1929 gældende Tariffer, hvoraf det formentlig uden nærmere Kommentarer fremgaar, hvor forskellige Værkernes Tarifbestemmelser faktisk er.

Endelig er i 3. Afsnit som et Tillæg samlet en Del her i Landet tilgængelig Statistik over Produktion og Forbrug m. v. af Elektricitet i de forskellige Lande, og paa Grundlag heraf er beregnet et Indeks visende Stigningen i Elektricitetsproduktionen i hele Verden siden Aarhundredets Begyndelse.

København i November 1930.

Forfatteren.

Digitized by Google

1. AFSNIT

DANSKE LANDCENTRALERS OMKOSTNINGER OG SALG

Siden 1921/22 har Det statistiske Departement udgivet en aarlig Publikation over de danske Elektricitetsværker indeholdende forholdsvis udførlige Oplysninger for hvert Værk samt en statistisk Bearbejdelse af det foreliggende Materiale, men paa enkelte Punkter muliggør de offentliggjorte Oplysninger dog videregaaende Undersøgelser, og dette gælder navnlig de smaa Stationsby- og Landcentraler, der er tilpas talrige til, at et enkelt Værks særegne Forhold ikke faar afgørende Betydning ved en Helhedsbedømmelse. Af de paagældende Centraler fandtes i 1927/28 ialt 322 med en samlet Produktion paa 15 Mill. kWh, hvorved til Sammenligning kan anføres, at der fandtes 138 By- og Oplandscentraler med en samlet Produktion paa 273 Mill. kWh. Det er saaledes gennemgaaende meget smaa Værker, og man bør følgelig kun med Forsigtighed drage videregaaende Slutninger for Elektricitetsforsyningen i Almindelighed af de i det følgende meddelte Resultater af den statistiske Bearbejdelse.

Formaalet med Undersøgelserne i dette Afsnit er først og fremmest at faa de talmæssige Udtryk for Forbindelsen mellem Pris og Forbrug, men desuden er foretaget en almindelig statistisk Bearbejdelse af Materialet, hvorved ogsaa andre Spørgsmaal af Interesse er belyst.

Til Indledning er foretaget en Fordeling af Værkerne efter Prisernes Højde, og dette viser et meget broget Billede. Det almindelige er, at der findes 2 Enhedstakster, een (højere) for Lysforbrugere og een (lavere) for Kraftforbrugere, men det indbyrdes Forhold mellem de to Takster er forskelligt fra Værk til Værk, og hertil kommer, at en Række Værker yderligere anvender faste Afgifter eller giver Rabat ved større Forbrug.

I Tabel I er Værkerne fordelt saavel efter Lysprisens som efter Kraftprisens Størrelse den 30. Juni 1927, idet det bemærkes, at der for 10

Digitized by Google

Værker ikke har foreligget tilstrækkelige Oplysninger, saaledes at Tabellen kun omfatter 312 Værker.

Tabel I. *Fordeling af Landcentralerne efter Størrelsen af Lyspris og Kraftpris pr. kWh den 30. Juni 1927.*

Kraftpris pr. kWh	Antal Centraler med Lyspris (Øre pr. kWh)																Ialt
	35	40	42	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	100	120	140	Iøvrigt	
20 Øre	2	17	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	21
25 —	—	4	—	5	15	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	25
30 —	—	3	2	4	22	3	32	—	—	—	—	2	—	—	—	—	2	70
35 —	—	—	—	—	4	—	7	2	6	—	2	—	—	—	—	—	2	23
38 —	—	—	—	—	—	—	2	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	3
40 —	—	—	—	—	2	—	7	1	15	1	28	—	1	—	—	—	—	55
45 —	—	—	—	—	—	—	1	1	1	1	2	—	7	—	—	—	—	13
50 —	—	—	—	—	—	—	2	—	5	2	8	—	2	18	—	—	1	38
55 —	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	—	—	—	—	2
60 —	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	1	—	5	7	7	—	3	24
70 —	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3	2	—	1	6
80 —	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	3	2	6
Iøvrigt	—	1	—	1	1	3	—	—	—	—	—	1	1	1	—	—	17	26
Ialt	2	25	2	10	44	7	51	4	28	5	41	3	18	30	9	3	30	312

Tabellens Tal fortæller bedre end Ord, hvor uensartede Forholdene er. Yderligere kan dette illustreres ved en Optælling af, hvor mange forskellige Kombinationer af Lyspris og Kraftpris, der anvendes. En saadan Optælling giver som Resultat, at der findes ikke mindre end 88 forskellige Kombinationer, men heraf anvendes dog visse Standardkombinationer af et meget stort Antal Værker, jfr. følgende Oversigt:

Antal Værker	Lyspris Øre pr. kWh	Kraftpris Øre pr. kWh
28	80	40
22	50	30
18	100	50
17	40	20
15	50	25
15	70	40
32	60	30

De her nævnte 7 Kombinationer findes, som det ses, ved 147 Værker, altsaa ved henimod Halvdelen af samtlige Værker, medens de

Digitized by Google

øvrige 165 Værker anvender 81 Kombinationer og heraf er 52 saadanne Kombinationer, som ikke anvendes ved noget andet Værk.

Forholdet mellem Lysprisen og Kraftprisen er ved de fleste Værker omtrent som 2 til 1, men ved en Del af Værkerne er Kraftprisen forholdsvis større, saaledes som det fremgaar af nedenstaaende Oversigt, hvor Værkerne er fordelt efter Størrelsen af den Procent, som Kraftprisen udgør af Lysprisen.

Ved	4	Værker	udgør	Kraftprisen	100	pCt. af	Lysprisen
—	8	—	—	—	80—100	— —	—
—	20	—	—	—	70—80	— —	—
—	47	—	—	—	60—70	— —	—
—	31	—	—	—	60	— —	—
—	55	—	—	—	50—60	— —	—
—	134	—	—	—	50	— —	—
—	13	—	—	—	under 50	— —	—

Vedrørende Betydningen af de faste Afgifter ved Landcentralerne skal henvises til Undersøgelserne i det følgende, hvoraf det fremgaar, at de faste Afgifter spiller den største Rolle ved de aller billigste og ved de aller dyreste Værker.

Udover Meddelelsen af disse Oplysninger om Prisernes Højde skal der iøvrigt ikke i dette Afsnit foretages nogen Undersøgelse af Tarifers Indhold, idet disse er indgaaende behandlet i det følgende Afsnit om By- og Oplandscentralernes Tariffer.

Man kan nu stille det Spørgsmaal, hvad Grundene kan være til den store Forskel i Værkernes Priser. I nogen Grad kan dette belyses ved Hjælp af det foreliggende Materiale, saaledes som det vil fremgaa af de følgende Beregninger.

Tabel II. Landcentralernes samlede Udgifter.

Værker med Lyspris pr. kWh	Antal Værker	Lønninger 1000 Kr.	Brændsel 1000 Kr.	Vedligeholdelse 1000 Kr.	Renter og normale Afdrag 1000 Kr.
under 50 Øre	39	169.4	142.4	125.7	453.2
50—59 —	38	146.5	109.3	130.7	335.0
60—69 —	44	180.1	142.3	195.9	500.6
70—79 —	21	54.1	38.0	30.2	142.7
80—89 —	35	93.7	73.0	61.4	239.0
90—99 —	15	49.4	29.5	35.2	120.6
100 Øre og derover	43	75.8	53.4	69.4	349.4
Samtl. Værker ...	235	769.0	587.9	648.5	2140.5

Digitized by Google

Værkerne er fordelt i Grupper efter Prisernes Størrelse, og som almindeligt Udtryk herfor er her valgt Lysprisen pr. kWh.

I Tabel II er meddelt Antallet af Værker i de forskellige Prisgrupper og endvidere er anført de samlede Beløb for de 4 største Udgiftsposter. Det maa bemærkes, at der ikke har foreligget fyldestgørende Oplysninger for samtlige Værker, saaledes at Tabellen kun omhandler 235 Værker. Som det ses, er der dog saa mange Værker i hver Gruppe, at særlige Forhold ved et enkelt Værk kun vil gøre sig forholdsvis svagt gældende i Tallene for den paagældende Gruppe.

Et mere anskueligt Billede af de forskellige Udgiftsposters relative Betydning giver følgende Tabel III, hvor der for de samme Prisgrupper som ovenfor er anført Værkernes Salg af Elektricitet og Udgifternes gennemsnitlige Størrelse pr. solgt kWh.

Tabel III. *Landcentralernes Udgift pr. solgt kWh.*

Værker med Lyspris pr. kWh	Værkernes saml. Salg 1000 kWh	Salg pr. Værk 1000 kWh	Udgift pr. solgt kWh				
			Lønninger	Brændsel	Vedligeholdelse	Renter og Afdrag	Ialt
			Øre	Øre	Øre	Øre	Øre
under 50 Øre	2545.7	65.3	6.7	5.6	4.9	17.8	35.0
50—59 —	1890.0	49.7	7.8	5.8	6.9	17.7	38.2
60—69 —	2277.7	51.8	7.9	6.2	8.6	22.0	44.7
70—79 —	503.9	24.0	10.7	7.5	6.0	28.3	52.5
80—89 —	887.9	25.4	10.6	8 2	6.9	26.9	52.6
90—99 —	321.8	21.5	15.4	9.2	10.9	37.5	73.0
100 Øre og derover	510.1	11.9	14.9	10.5	13.6	68.5	107.5
Samtl. Værker	8937.1	38.0	8.6	6.6	7.3	24.0	46.5

De Værker, som har de højeste Priser, har ogsaa de højeste Udgifter pr. kWh, og heri er der intet mærkværdigt. Ejendommeligt er det derimod, at samtlige Udgiftsposter stiger omtrent i samme Forhold, saaledes at f. Eks. Renter og Afdrag i *alle* Prisgrupperne — naar man undtager de allerdyreste Værker — udgør ca. Halvdelen af samtlige Udgifter.

At Renter og normale Afdrag pr. kWh er højest ved de dyrere Værker er ikke til at undres over, idet disse Udgifter jo sædvanligvis betragtes som Generalomkostninger, hvis absolute Størrelse, indenfor visse Grænser, ikke ændres ved et større eller mindre Salg. Da de dyreste Værker samtidig har den mindste Produktion, kan dette følgelig medføre, at Udgiften til Renter og normale Afdrag pr. kWh bliver

Digitized by Google

størst ved de dyreste — og mindste — Værker, og saaledes er Linjen da ogsaa i Tabellens Tal.

Derimod vilde man vel paa Forhaand vente, at de øvrige Udgiftsposter mere skulde have Karakteren af Enhedsomkostninger, hvorved deres Størrelse skulde blive direkte proportional med Salget og Udgif-

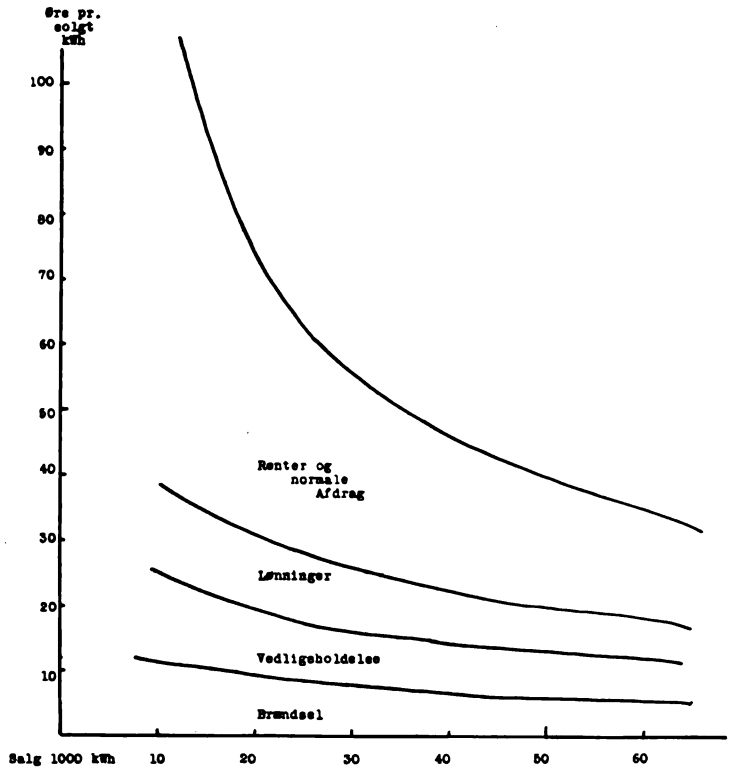


Fig. I. Landcentralernes Omkostninger.

ten pr. solgt kWh dermed omtrent den samme for alle Grupper. Naar dette ikke er Tilfældet, maa Forklaringen formentlig være den, at disse Udgiftsposter ikke er absolute Enhedsomkostninger, men faktisk til en vis Grad Generalomkostninger. Lønningsudgifterne vil saaledes ikke stige selv ved en meget kraftig Stigning i Produktionen, idet de fleste Værker kun har een eller to Mand til at passe Værket, og mindre kan man ikke nøjes med, uanset hvor lille Produktionen er, medens de samme Arbejdere er tilstrækkelige selv ved en stærk Produktionsforøgelse. Brændselsudgifterne er det maaske noget vanskeligere at opfatte som Generalomkostninger, og Stigningen i Udgiften pr. kWh er da ogsaa forholdsvis mindst for denne Post. Grundene til, at der dog er en Forskel i Ud-

Digitized by Google

giften pr. kWh ved de forskellige Grupper, maa da nærmest ligge i rent tekniske Forhold, som muliggør bedre Udnyttelse af Brændslet ved de større Værker. — I Fig. I er iøvrigt givet en grafisk Fremstilling af Omkostningerne pr. kWh. Den øverste Kurve angiver de samlede Omkostninger, og Mellemrummene mellem de neden under tegnede Kurver angiver Størrelsen af de forskellige Omkostningskonti. Aarsagerne til Værkernes forskellige Priser maa efter det her anførte ikke alene søges i een eller nogle enkelte af Udgiftsposterne, idet samtlige Udgiftsposter er medvirkende i omtrent samme Grad til, at det ene Værk er dyrt og det andet Værk billigt. Forklaringen paa denne Ejendommelighed kan som nævnt søges deri, at samtlige Udgiftsposter nærmest har Karakter af Generalomkostninger, og man maa følgelig vente, at de billigste Værker bliver bedst udnyttet og de dyreste Værker daarligst udnyttet.

Dette Forhold er undersøgt i Tabel IV, hvor Værkerne er fordelt efter Kraftprisens Størrelse, og hvor der er givet Oplysning om Værkernes Størrelse udtrykt ved Maskinernes HK samt om det gennemsnitlige Salg af Elektricitet saavel pr. Værk som pr. HK.

Tabel IV. *Landcentralernes Maskineffekt og Salg.*

Værker med Kraftpris pr. kWh	Værkernes gennemsnitlige Maskineffekt HK	Samlet Salg gennemsnitlig pr. Værk kWh	Gennemsnitligt Salg pr. HK kWh
under 30 Øre	136	75 400	550
30—39 —	122	55 500	450
40—49 —	82	26 600	320
50—59 —	57	17 100	300
60 og derover	50	10 600	210
Samtlige Værker ..	97	41 400	430

Ved de billige Værker er Maskinkraften udnyttet 2—3 Gange saa stærkt som ved de dyre Værker, og dette frister til at udtrykke Forholdet saaledes, at de dyre Værker er dyre netop, fordi de udnytter deres Maskinkraft for lidt.

Af Tallene fremgaar endvidere, at de dyreste Værker samtidig har de mindste Maskinanlæg, og man kunde da tænke sig, at dette ogsaa maatte være medvirkende til at forhøje Omkostningsniveauet derved, at Anlægsomkostningerne (og som Følge heraf Udgifter til Renter og Afdrag) var forholdsvis større ved de smaa Værker end ved de store Værker. Som det fremgaar af følgende Tabel synes der dog ikke at være nogen Tendens i denne Retning, idet Anlægsudgifterne pr. Værkernes Maskin HK udgør omtrent samme Beløb ved alle Grupperne.

Digitized by Google

Tabel V. *Landcentralernes Anlægsudgifter pr. Maskin HK.*

Værker med Kraftpris pr. kWh	
under 30 Øre	1 422 Kr.
30—39 —	1 453 —
40—49 —	1 143 —
50—59 —	1 625 —
60 Øre og derover	1 422 —
Samtlige Værker	1 299 Kr.

I denne Henseende er de smaa Værker altsaa tilsyneladende ikke stillet ugunstigt overfor de større Værker, men det maa dog herved bemærkes, at Anlægsudgifterne til de egentlige Maskinanlæg formentlig er forholdsvis mindst ved de større Værker, medens omvendt Ledningsanlæggene udgør en større Andel. Derimod synes der at være en Tendens til, at Udgifterne til Renter og normale Afdrag udgør en større Andel af Anlægskapitalen ved de smaa Værker, jfr. følgende Tal.

Tabel VI. *Landcentralernes Udgifter til Renter og normale Afdrag i Procent af Anlægskapitalen.*

Værker med Kraftpris pr. kWh	pCt.
under 30 Øre	6.7
30—39 —	7.8
40—49 —	8.4
50—59 —	9.0
60 Øre og derover	8.5
Samtlige Værker	7.8

Det er vanskeligt at afgøre, om disse Forskelligheder er Udtryk for reelle Forskelligheder, saaledes at forstaa, at nogle Værker har kunnet opnaa gunstigere Betingelser for Betaling af Renter og Afdrag end andre, eller om Forskellene kun er fiktive, idet Afdragstiden for de billige Værker kan være fastsat for lang i Forhold til Værkernes Levetid. Hvis dette er Tilfældet, er de paagældende Værkers Priser altsaa faktisk for lave til at dække Omkostningerne, og før eller senere maa de se sig nødsaget til at forhøje Afdragene og dermed Priserne. Og omvendt kan man ikke se bort fra den Mulighed, at Værker med forholdsvis smaa Udgifter til Renter og Afdrag netop har afdraget Laanene meget hurtigt, hvilket for de nuværende Forbrugere giver det glædelige Resultat, at Priserne har kunnet nedsættes.

Foruden de hidtil behandlede, omkostningsbestemmende, Faktorer maa endvidere undersøges Anlægstidspunktets Betydning. I en Periode, hvor der, som sket i de 20 sidste Aar, har været stærke Prissvingninger, maa

Digitized by Google

man nemlig vente, at det har en væsentlig Indflydelse for Værkernes Omkostninger, om de er bygget under et højt eller et lavt Prisniveau.

I Statistikken er meddelt Aarstallet for Værkernes Anlæg, og i det følgende er da foretaget en Fordeling — for de Værker, som har givet fyldestgørende Oplysninger — i 3 Grupper efter Anlægstidspunktet. Der er herved ikke taget Hensyn til, at der ved de fleste Værker vil være foretaget Nybygninger, Udvidelser m. v. efter det egentlige Anlægstidspunkt, og at der i Mellemtiden kan være foregaaet væsentlige Forskydninger i Prisniveauet.

Af de behandlede Værker er

128 oprettet før 1915
39 — 1915—1918
26 — 1919 og de følgende Aar.

Langt de fleste af Værkerne er saaledes oprettet før Krigen, medens de 2 Grupper for de følgende Aar kun udgør ialt en Trediedel af samtlige Værker. Dette medfører en vis Usikkerhed ved Undersøgelsen, idet Tilfældigheder vil kunne paavirke disse 2 Grupper mere end de ældre Værker.

I følgende Oversigter er foretaget en Fordeling efter Kraftprisens Størrelse.

Tabel VII. *Landcentralernes Oprettelsesaar.*

Værker med Kraftpris pr. kWh	Før 1915	1915—18	1919—	Ialt
under 30 Øre	28	9	1	38
30—39 —	53	5	1	59
40—49 —	26	5	10	41
50—59 —	13	7	8	28
60 Øre og derover	8	13	6	27
Samtlige Værker	128	39	26	193

Det er ganske øjensynligt, at der bestaar en stærk Forbindelse mellem Værkernes Priser og deres Oprettelsesaar, eller sagt mere direkte: de dyrere Værker er som Regel oprettet paa et senere Tidspunkt, da det almindelige Prisniveau var steget. Det er imidlertid tvivlsomt, om Forskellen mellem de 3 Gruppers Priser alene skyldes den Omstændighed, at de ældre Værker er bygget ved et lavere Prisniveau og de yngre Værker ved et højere Prisniveau. Det er saaledes meget muligt, at de senest byggede Værker er anlagt saadanne Steder, hvor det naturlige Opland er mindre eller har en uheldigere Form end ved de ældre Værker, og dette kunde da tænkes at medføre et højere Omkostningsniveau for de yngre Værker.

Digitized by Google

I følgende Oversigt er for de 3 Grupper foretaget forskellige Beregninger.

Tabel VIII. *Landcentralernes Maskineffekt, Anlægskapital og Udgifter til Renter og Afdrag.*

	Værkernes Oprettelsesaar			
	Før 1915	1915—18	1919—	Gen.snitlig
Maskinernes Effekt pr. Værk HK.	114	75	44	97
Anlægskapital pr. Værk .... Kr.	136 800	127 600	65 900	125 500
Anlægskapital pr. HK. ..... Kr.	1 204	1 695	1 490	1 299
Renter og normale Afdrag i Procent af Anlægskapital .... pCt.	7.5	8.7	8.3	7.8

De siden Krigen oprettede Værker er langt mindre end de ældre Værker, idet man kan betragte Maskinernes Effekt som Udtryk for Værkernes Størrelse. Dette bevirker, at de ældste Værker har større Anlægssum end de yngre, idet Forskellen i Prisniveau ikke opvejer Forskellen i Anlæggenes Størrelse. Det synes paafaldende, at de Værker, som er bygget siden Krigens Ophør, ikke har været endnu dyrere end Tallene angiver, idet det almindelige Prisniveau i disse Aar er steget mere end i Forholdet 1 490 til 1 204, men dette kan sikkert i nogen Grad forklares ved det før anførte, at der utvivlsomt ved mange af de ældre Værker har været Nybygninger, Udvidelser o. l. under et højere Prisniveau end det gældende i Anlægsaaret.

Med Hensyn til Udgifter til Renter og Afdrag skal bemærkes, at der synes at være en lille Forskel mellem de ældre og de yngre Værker, idet de paagældende Udgifter maalt i Forhold til Anlægskapitalen er noget lavere for de ældre Værker.

I det følgende er til Belysning af Anlægstidspunktets Indflydelse yderligere foretaget nogle Beregninger.

Tabel IX. *Maskinernes Effekt i HK.*

Værker med Kraftpris pr. kWh.	Værkernes Oprettelsesaar			
	Før 1915	1915—18	1919—	Ialt
under 30 Øre	142	127	31	136
30—39 —	126	96	40	122
40—49 —	88	100	57	82
50—59 —	74	46	41	57
60 Øre og derover	86	38	30	50
Samtlige Værker	114	75	44	97

Den før paapegede Ejendommelighed, at de yngste Værker er mindst, udtrykt ved den installerede Maskinkrafts Effekt, gælder, som det vil ses af Tabellen, ikke blot for Grupperne som Helhed, men ogsaa for de

Digitized by Google

enkelte Prisgrupper. Tilsyneladende afviger de yngste Værker fra den Regel, at de billigste Værker samtidig er de største, men dette beror aabenbart paa Tilfældigheder, idet de 2 billigste Grupper hver kun omfatter 1 Værk. For de 3 øvrige Grupper er Tendensen derimod den almindelige.

Derimod kan man ikke paavise nogen Tendens til, at de yngre Værker udnytter deres Maskinkraft mindre end de ældre, jvnf. Tabel X.

Tabel X. *Gennemsnitligt Salg pr. Maskin HK.*

Værker med Kraftpris pr. kWh	Værkernes Oprettelsesaar: Før 1915 kWh	1915—1918 kWh	1919— kWh	Ialt kWh
under 30 Øre	560	550	180	550
30—39 —	450	440	730	450
40—49 —	350	330	220	320
50—59 —	320	250	270	300
60 Øre og derover	190	210	280	210
Samtlige Værker	450	410	260	430

Der er ingen typisk Forskel i Udnyttelsesgraden, naar man sammenligner de 3 Tal i hver Prisgruppe med hverandre For de yngste Værker gør det særlige Forhold sig gældende, at de 2 billigste Grupper hver kun bestaar af een Central, saaledes at Tilfældigheder præger disse Tal. Den for de ældre Værker almindelige Regel, at høj Pris medfører lille Udnyttelse af Værket, passer ikke for Værker oprettet siden 1919, idet de dyreste Værker sælger 280 kWh pr. HK mod kun 220 kWh for Værker med Pris 40—49 Øre.

Endvidere er i følgende Tabeller undersøgt for hver Tidsgruppe, om der ogsaa for disse gælder det tidligere for samtlige Værker fundne, at Anlægskapitalen pr. Maskin HK er omtrent den samme ved alle Prisgrupper.

Tabel XI. *Værkernes Anlægskapital og Udgifter til Renter og normale Afdrag.*

Værker oprettet før 1915 Kraftpris pr. kWh	Anlægskapital pr. Værk Kr.	Anlægskapital pr. Maskin HK Kr.	Renter og Afdrag i % af Anlægskap.
under 30 Øre	186 800	1314	6.3
30—39 —	146 100	1156	7.8
40—49 —	101 500	1147	8.0
50—59 —	102 300	1382	8.0
60 Øre og derover	84 500	983	8.8
Samtlige Værker	136 800	1204	7.5

Digitized by Google

Værker oprettet 1915—18 Kraftpris pr. kWh	Anlægskapital pr. Værk Kr.	Anlægskapital pr. Maskin HK Kr.	Renter og Afdrag i % af Anlægskap.
under 30 Øre	230 700	1816	7.7
30—39 —	145 700	1520	8.0
40—49 —	118 600	1191	10.2
50—59 —	96 400	2083	11.7
60 Øre og derover	69 600	1839	8.4
Samtlige Værker	127 600	1695	8.7
Værker oprettet efter 1918 Kraftpris pr. kWh			
under 30 Øre	24 500	790	5.7
30—39 —	100 000	2500	8.6
40—49 —	61 600	1084	8.3
50—59 —	77 200	1878	8.3
60 Øre og derover	59 100	1959	8.4
Samtlige Værker	65 900	1490	8.3

Heller ikke disse Tal synes dog at tyde paa, at de mindste — og dyreste — Værker har været forholdsvis kostbare at anlægge, idet der ikke kan spores nogen Tendens til, at Anlægskapitalen pr. Maskin HK er størst ved de dyreste Værker. Derimod synes der — bortset fra de siden 1919 oprettede Værker — at være en Forbindelse mellem Prisens Højde og Udgifterne til Renter og Afdrag, idet disse Udgifter maalt i Procent af Anlægskapitalen er jævnt stigende samtidig med, at Priserne stiger. Dette bekræfter saaledes det tidligere for samtlige Værker fundne.

For de Værker, som er oprettet siden 1919, er det derimod ejendommeligt, at Udgifterne til Renter og Afdrag — bortset fra Gruppen under 30 Øre pr. kWh, der iøvrigt kun bestaar af 1 Værk — er meget nær den samme for alle Grupperne.

I følgende Tabeller er dernæst beregnet Værkernes gennemsnitlige Indtægter i de forskellige Grupper.

Tabel XII. *Værkernes gennemsnitlige Indtægt pr. kWh.*

Værker oprettet før 1915 Kraftpris pr. kWh	Lys Øre	Kraft Øre	Faste Afgifter Øre
under 30 Øre	36	22	13
30—39 —	58	34	5
40—49 —	75	40	6
50—59 —	80	50	12
60 Øre og derover	110	71	5
Samtlige Værker	55	32	8

Digitized by Google

Tabel XII (fortsat). *Værkernes gennemsnitlige Indtægt pr. kWh.*

Værker oprettet 1915—18 Kraftpris pr. kWh	Lys Øre	Kraft Øre	Faste Afgifter Øre
under 30 Øre	41	23	16
30—39 —	55	31	14
40—49 —	79	42	9
50—59 —	100	50	37
60 Øre og derover	112	76	20
Samtlige Værker	64	31	16
Værker oprettet efter 1918 **Kraftpris pr. kWh**			
under 30 Øre	46	23	27
30—39 —	48	32	23
40—49 —	85	40	15
50—59 —	96	50	27
60 Øre og derover	114	66	20
Samtlige Værker	90	44	20

Gennemsnitstallene for samtlige Værker viser, at der blandt de ældre Værker er forholdsvis flest med lave Priser og omvendt blandt de yngre Værker forholdsvis mange med høje Priser. Skal man have en rigtig Forestilling om, hvorvidt Forholdet mellem Lyspris, Kraftpris og faste Afgifter er forskelligt ved ældre og yngre Værker, maa man derfor sammenligne Indtægterne i hver Prisgruppe. En saadan Sammenligning giver det Resultat, at de faste Afgifter er forholdsvis størst ved de yngste Værker, og endvidere synes der at være en svag Tendens til, at Kraftprisen ved de yngre Værker er noget lavere i Forhold til Lysprisen.

Endelig er i følgende Tabel beregnet de forskellige Udgiftsposters Størrelse pr. solgt kWh med Fordeling af Værkerne efter Oprettelsesaar.

Tabel XIII. *Landcentralernes Udgifter pr. solgt kWh.*

Værker oprettet før 1915 Kraftpris pr. kWh	Lønninger Øre	Brændsel Øre	Vedligeholdelse Øre	Renter og Afdrag Øre	Ialt Øre
under 30 Øre	7	5	6	15	33
30—39 —	7	6	7	20	40
40—49 —	11	9	6	27	53
50—59 —	13	9	10	34	66
60 Øre og derover	17	9	11	45	92
Samtlige Værker ..	8	6	7	20	41

Digitized by Google

Værker oprettet 1915 - 18 Kraftpris pr. kWh	Lønninger Øre	Brændsel Øre	Vedligeholdelse Øre	Renter og Afdrag Øre	Ialt Øre
under 30 Øre	6	5	5	25	41
30—39 —	8	6	12	27	53
40—49 —	10	8	10	36	64
50—59 —	13	10	8	98	129
60 Øre og derover	20	13	12	74	119
Samtlige Værker ..	9	7	7	36	59
Værker oprettet efter 1918 Kraftpris pr. kWh					
under 30 Øre	18	4	9	25	56
30—39 —	9	2	3	29	47
40—49 —	9	7	6	40	62
50—59 —	13	9	6	58	86
60 Øre og derover	17	16	6	60	99
Samtlige Værker ..	12	10	6	47	75

Tallene siger ikke meget udover det, som fremgaar af den tidligere meddelte Beregning over Udgifterne ved de forskellige Prisgrupper. Tilfældigheder præger i større Grad Tallene ved de enkelte Undergrupper, men Hovedlinjen er dog alligevel klart nok den, at samtlige Udgiftsposter er medvirkende til det forskellige Omkostningsniveau ved Værkerne. Mest regelmæssigt bevæger Tallene for Renter og Afdrag sig, men ogsaa Lønningerne og Brændselsudgifterne stiger forholdsvis jævnt fra Gruppe til Gruppe.

En Sammenligning mellem de ældre og de yngre Værker giver det Resultat, at Udgifterne til Renter og Afdrag er højest for de yngre Værker, hvilket jo følger baade af den større Anlægskapital og den større Rente- og Afdragsprocent for disse Værker. For Brændselets og navnlig Lønningernes Vedkommende er derimod ingen Forskel mellem ældre og yngre Værker, naar man sammenligner Værker i samme Prisgruppe. Endelig er der en Tendens til, at Vedligeholdelsesudgifterne er noget lavere for de yngre Værker end for de ældre Værker.

I det foregaaende er paavist, hvorledes de danske Landcentraler arbejder under meget forskellige økonomiske Vilkaar, hvilket nødvendiggør, at Priserne ligger meget forskelligt. Af det foreliggende Materiale er det endvidere søgt paavist, hvorledes disse Forskelligheder er Resultatet af flere Faktorer: større Udnyttelse af Værkernes Kapacitet ved de billige Værker; Værkerne er oprettet til forskellige Tidspunkter, hvorved Anlægsudgifter som Følge af Prisniveauets Svingninger er varierende; Rentefoden og Afdragsbetingelserne kan ligeledes variere i Tidens Løb; Vedligeholdelsesudgifter kan være forskellige ved ældre og yngre Vær-

Digitized by Google

ker. Et for de her behandlede smaa Værker vigtigt Spørgsmaal, nemlig Virkningerne af en forskellig Størrelse af det naturlige Opland, har derimod ikke kunnet undersøges; en Del tyder imidlertid paa, at dette Forhold er af afgørende Betydning. For alle disse Værker gælder det nemlig, at de ikke er i Stand til at opnaa Tilslutning fra mere end et — mer eller mindre snævert — begrænset geografisk Omraade. Dette gælder først og fremmest Værkerne paa de smaa Øer; endvidere de Værker, som selv danner »Øer« i en Oplandscentrals Omraade; for en Del af disse er det formentlig kun et Tidsspørgsmaal, naar de bliver opslugt af den store Central, men andre af de paagældende Værker er utvivlsomt billigere end Oplandscentralerne (jfr. en Undersøgelse i Statistiske Meddelelser over Priserne for Oplandscentraler og Landcentraler i Oplandscentralernes Omraade), og disse Landcentralers Levedygtighed er derfor formentlig større, saalænge de begrænser sig til at levere Elektricitet til deres eget lille Omraade (en Stationsby ell. l.). Og endelig vil en Landcentral — selv om de her nævnte indskrænkende Momenter ikke gælder — kun kunne levere Strøm til et Opland med en lille Radius, idet man ellers maatte forlade Landcentralernes Jævnstrømssystem og gaa over til Vekselstrøm eller m. a. O. at blive Oplandscentraler.

Den forskellige Størrelse af det naturlige Opland vil paavirke Værkernes Omkostningsniveau paa afgørende Vis, og dette vil da igen paavirke Salgets Størrelse, dels ved at forholdsvis flere Forbrugere tilslutter sig Værket, dels ved at de faktisk tilsluttede Forbrugeres Køb af Elektricitet ogsaa varierer med Prisens Højde. Ved en rent teoretisk, statisk Betragtning, hvor man gaar ud fra, at der til en given Pris svarer een bestemt Omsætning, vil man nu kunne hævde, at Værkernes faktiske Salg netop angiver Størrelsen af den endelige Efterspørgsel til den givne Pris. »Markedet« for Elektricitet er imidlertid et udmærket Eksempel paa et »tyktflydende« Marked, hvor det ved en Prisændring tager lang Tid for Efterspørgselen at tilpasse sig det nye Prisniveau, og dette vil have Betydning for Værker, som overvejer at ændre deres Priser f. Eks. i nedadgaaende Retning, idet de paagældende Værker maa regne med i en Overgangstid at faa en mindre Indtægt end de vil faa, naar Tilpasningen er foregaaet.

Dette Spørgsmaal maa selvfølgelig afgøres for hvert Værk under Hensyn til de lokale Forhold, men ved Beregninger for samtlige Landcentraler vil man dog kunne faa et Fingerpeg om, hvordan de forskellige Priser virker paa Forbrugets Størrelse. En saadan Undersøgelse skal da forsøges i det følgende.

Først er foretaget en Fordeling af Værkerne efter Størrelsen af Lysprisen pr. kWh, og indenfor disse Grupper er derefter foretaget forskellige Optællinger, saaledes som det nærmere fremgaar af nedenstaa-

Digitized by Google

ende Tabel. Det bemærkes, at der ved denne Undersøgelse kun er medtaget 235 af de 322 Landcentraler, idet Oplysningerne fra de øvrige Værker har været mer eller mindre ufuldstændige.

Tabel XIV. *Forskellige Oplysninger vedrørende Landcentralerne.*

Værker med Lyspris pr. kWh	Antal Lysmaalere	Antal Kraftmaalere	Antal HK i Motorer
under 50 Øre	8 217	3 587	20 475
50—59 —	7 181	2 650	12 394
60—69 —	9 206	3 146	16 751
70—79 —	2 847	778	3 866
80—89 —	4 566	1 439	8 412
90—99 —	2 086	557	3 075
100 Øre og derover	3 688	962	4 893
Samtlige Værker	37 791	13 119	69 866

Værker med Lyspris pr. kWh	Salg af Elektricitet til Lys 1000 kWh	Salg af Elektricitet til Kraft 1000 kWh	Indtægter i 1000 Kr. Salg til Lys	Salg til Kraft	Faste Afgifter
under 50 Øre	892.5	1653.2	370.9	375.6	381.8
50—59 —	772.7	1117.3	398.6	318.5	138.2
60—69 —	941.6	1336.1	574.8	430.7	137.4
70—79 —	261.2	242.7	182.1	94.1	35.8
80—89 —	387.2	500.7	304.7	204.2	64.0
90—99 —	151.0	170.8	133.7	81.7	37.1
100 Øre og derover	270.8	239.3	308.3	136.7	108.3
Samtlige Værker ...	3677.0	5260.1	2273.1	1641.5	902.6

Som fremhævet tidligere er der saa mange Værker i hver Gruppe, at særlige Forhold ved et enkelt Værk kun vil gøre sig forholdsvis svagt gældende i Tallene for den paagældende Gruppe.

Det gennemsnitlige Salg til Lys pr. Værk fremgaar af omstaaende Beregning.

Det skal bemærkes, at den gennemsnitlige Indtægt pr. solgt kWh i hver Gruppe ligger lavere, end man paa Forhaand skulde vente; dette skyldes dels det Forhold, at de fleste af Værkerne har Priser endende paa 5 og — navnlig — 0, hvorved Gennemsnitsprisen i hver Gruppe bliver trukket stærkt ned mod Undergrænsen, dels det Forhold, at de i Statistikken offentliggjorte Priser var de gældende pr. 30 6 1927, medens Værkernes Indtægter vedrører hele Regnskabsaaret 1927/28, og i en Periode med faldende Priser kan Gennemsnitsindtægten for et Regnskabsaar blive lavere end Prisen pr. en bestemt Dato i Regnskabsaaret.

Digitized by Google

Tabel XV. *Landcentralernes gennemsnitlige Salg og Indtægt af Lyselektricitet.*

Værker med Lyspris pr. kWh	Salg 1000 kWh	Indtægt pr. kWh Øre
under 50 Øre	22.9	41.6
50—59 —	20.3	51.6
60—69 —	21.4	61.0
70—79 —	12.4	70.0
80—89 —	11.1	78.7
90—99 —	10.1	88.5
100 Øre og derover	6.3	113.9
Samtlige Værker	15.6	61.8

Det er ganske øjensynligt, at der er en stærk Vekselvirkning mellem Værkernes Priser og deres Salg; de dyreste Værker har saaledes kun et Salg paa 6000 kWh, medens de billigste Værker sælger 23 000 kWh i Gennemsnit. Salget stiger dog ikke kontinuerligt med faldende Priser, idet de 3 Grupper med en Lyspris under 70 Øre sælger omtrent det samme, nemlig 20—23 000 kWh gennemsnitlig, og Værker med en Lyspris fra 70 Øre til 100 Øre har ligeledes omtrent samme Salg, dog væsentlig mindre end de billigere Værker, nemlig 10—12 000 kWh, og endelig danner de dyreste Værker med en Lyspris paa mere end 100 Øre pr. kWh en tredie Gruppe med et Salg paa ca. 6000 kWh.

I Fig. II er givet en grafisk Fremstilling af Forbindelsen mellem Lyspris og Lyssalg, idet der samtidig er vedføjet en tilsvarende Kurve for Kraftsalget, jfr. Beregningerne Side 23 ff.

Statistikkens Oplysninger tillader en dyberegaaende Undersøgelse af Forbindelsen mellem Værkernes Priser og deres Salg, idet Værkernes Salg er et Produkt af Antal tilsluttede Maalere og Salget pr. Maaler, og begge disse Forhold kan beregnes af Tallene i den foranstaaende Tabel XIV, saaledes som det fremgaar af følgende Tabel.

Tabel XVI. *Landcentralernes Lysmaalere og Lyssalg.*

Værker med Lyspris pr. kWh	Antal Lysmaalere pr. Værk	Lyssalg pr. Maaler kWh
under 50 Øre	211	109
50—59 —	189	108
60—69 —	209	102
70—79 —	136	92
80—89 —	131	85
90—99 —	139	72
100 Øre og derover	86	73
Samtlige Værker	161	97

Digitized by Google

Det gælder saavel for Antal Maalere som for Lyssalg pr. Maaler, at Tallene er lavest for de dyreste Værker og højest for de billige Værker, men der er den karakteristiske Forskel mellem de to Rækker, at Salget pr. Maaler stiger ganske jævnt med de faldende Priser, hvorimod Antal Maalere bevæger sig mere ujævnt; ligesom ved Salget pr. Værk kan man ogsaa ved Tallene for Maalere pr. Værk skelne mellem 3 Grupper: de billige Værker med under 70 Øre pr. kWh og omkring 200 Maalere pr. Værk, Middelgrupperne med Priser fra 70—100 Øre pr. kWh og 130

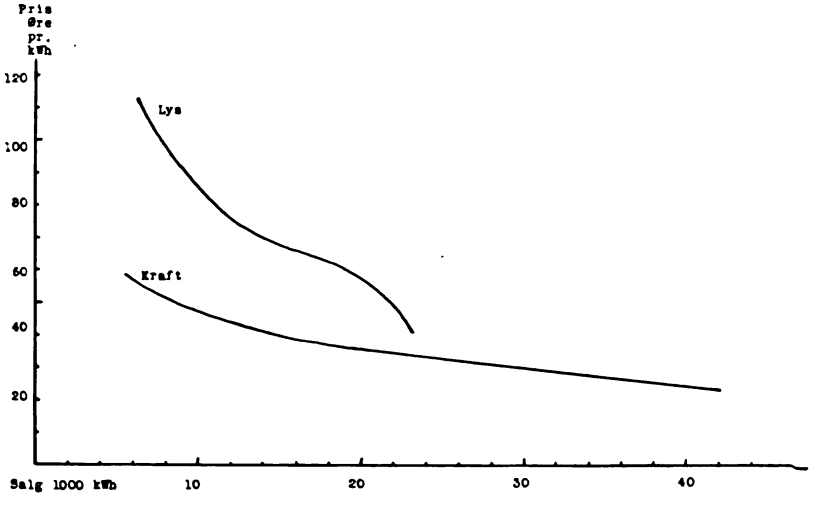


Fig. II. Landcentralernes Salg af Elektricitet til Lys og Kraft.

—140 Maalere pr. Værk og endelig de dyre Værker med over 100 Øre pr. kWh og omkring 90 Maalere pr. Værk. Det skal bemærkes, at de 3 Grupper er skarpere adskilt fra hinanden end ved Tallene for Salg pr. Værk, idet disse sidste i nogen Grad bliver udjævnet ved de jævnt faldende Tal for Salg pr. Maaler. I Fig. III er givet en grafisk Fremstilling af Forbindelsen mellem Priser og henholdsvis Salg pr. Maaler og Maaler pr. Central. De absolute Tal er omregnet til Procent af Gennemsnittene for samtlige Værker og disse Indekstal er derefter udjævnede. Det fremgaar umiddelbart, at der ikke er saa stærk Forbindelse mellem Priser og Salg pr. Maaler som mellem Priser og Maaler pr. Central, idet Værdierne i den første Kurve ligger nærmere om Gennemsnittet end Tilfældet er ved den anden Kurve.

Det skal understreges, at den Korrelation, som efter det foranstaaende kan konstateres mellem Pris og Salg, i og for sig intet siger om Aarsagsforbindelsen mellem de to Talrækker. Paa Forhaand vilde man vel antage, at det er Variationer i Prisens Højde, der bestemmer Størrelsen

Digitized by Google

af et Værks Salg, men som tidligere paavist kan den modsatte Aarsagsforbindelse lige saa godt tænkes, idet et Værks Opland kan være meget lille og derfor nødvendiggøre høje Priser paa Grund af Omkostningernes Afhængighed af Produktionens Størrelse, medens et andet Værk kan have et stort Opland, og derfor Mulighed for at holde lavere Priser.

Af de to Faktorer, som bestemmer Værkets samlede Salg, nemlig Salg pr. Maaler og Maalere pr. Værk, vil sidstnævnte være mest paavir-

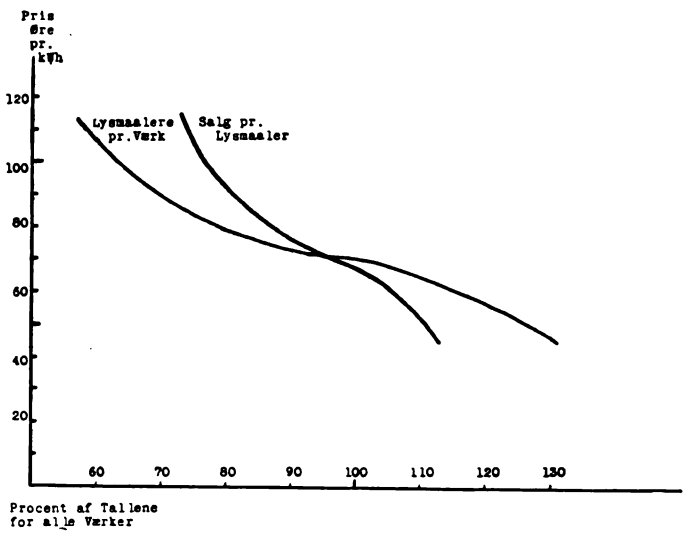


Fig. III. Indeksberegning for Landcentralernes Antal Maalere pr. Værk og solgte kWh pr. Maalere (Lysforbrugere).

ket af det her fremførte, idet det mulige Antal Maalere, som et Værk kan vente at faa tilsluttet, i høj Grad er bestemt af lokale og geografiske Forhold e. l., og dette maa da virke tilbage paa Værkernes Omkostninger og dermed deres Priser. Salget pr. Maaler maa derimod antages i høj Grad at være eensidigt bestemt af Prisens Højde. Det skal understreges, at man her — med alle de Forbehold som følger af Materialets Kvalitet — har en »Eftersporgselskurve«, der paa eet væsentligt Punkt adskiller sig fra en Række andre statistisk beregnede Kurver derved, at Bevægelsen i Tiden er bortelimineret, idet Oplysningerne fra samtlige Værker refererer sig til samme Tidsrum. Med Hensyn til Kurvens Form skal gores opmærksom paa, at den er temmelig stejl (uelastisk), og at der ikke sker nogen væsentlig Stigning i Forbrugets Størrelse, naar Prisen gaar under 60 Øre pr. kWh. Ved teoretiske Drøftelser om den rette Prispolitik er det vigtigt at være opmærksom paa, at Lysforbrugerne reagerer paa denne Maade ved Prisnedsættelse, jfr. Overingeniør *Hentzens* Bemærkninger til mig i Nationalokonomisk Tidsskrift 1930,

Digitized by Google

Hefte 2, om, at Lysforbruget varierer efter en konkav Hyperpel — hvilket efter det her anførte skulde være urigtigt.

Da Kraftpriserne i Hovedtrækkene bevæger sig parallelt med Lyspriserne, vil der paa Grundlag af Tabel XIV kunne foretages Beregninger svarende til de foranstaaende for Lyselektriciteten, hvorved man vil faa et tilnærmelsesvis rigtigt Billede af Forbindelsen mellem Kraftprisen og Kraftforbruget. Disse Beregninger skal kort meddeles, idet en udførligere Omtale af de herhen hørende Spørgsmaal skal foretages ved de følgende Undersøgelser, hvor Værkerne er grupperede efter Kraftprisens Størrelse.

Tabel XVII. *Landcentralernes Salg m. v. af Kraftelektricitet.*

Værker med Lyspris pr. kWh	Gennemsnitligt Salg pr. Værk af Elektricitet til Kraft 1000 kWh	Gennemsnitlig Indtægt pr. solgt kWh til Kraft Øre
under 50 Øre	42.4	22.7
50—59 —	29.4	28.5
60—69 —	30.4	32.2
70—79 —	11.6	38.7
80—89 —	14.3	40.8
90—99 —	11.4	47.8
100 Øre og derover	5.6	57.1
Samtlige Værker	22.4	31.2

Værker med Lyspris pr. kWh	Antal Kraftmaalere pr. Værk	Antal HK pr. Maaler	Solgt kWh pr. HK
under 50 Øre	92	5.7	81
50—59 —	70	4.7	90
60—69 —	71	5.3	80
70—79 —	37	5.0	63
80—89 —	41	5.9	60
90—99 —	37	5.5	55
100 Øre og derover	22	5.1	49
Samtlige Værker	56	5.3	75

Paa samme Maade som Lyssalget pr. Værk kunde opløses i de to Faktorer: Lysmaalere pr. Værk og Salg pr. Maaler, kan Kraftsalget pr. Værk opløses i tre Faktorer, idet man har oplyst Antal HK pr. Maaler foruden Antal Kraftmaalere og Salg pr. HK. Af de tre Faktorer varierer Maalerantallet stærkest med Prisen, medens der omvendt ikke sker nogen Forandringer i Motorernes Størrelse med varierende Priser, men kun i Motorernes Benyttelsestid.

Digitized by Google

Fordeles Værkerne i Grupper efter Kraftprisens Størrelse, kan opstilles følgende Tabel.

Tabel XVIII. *Landcentralernes Salg m. v. af Kraftelektricitet.*

Værker med Kraftpris pr. kWh	Antal Værker	Antal Kraftmaalere	Antal HK i Motorer	Salg af Elektricitet til Kraft 1000 kWh
under 30 Øre	43	4 191	24 519	1 974.9
30—39 —	75	5 290	27 504	2 260.1
40—49 —	54	2 130	11 926	738.9
50—59 —	33	979	5 294	295.2
60 Øre og derover ..	32	607	2 723	134.8
Samtlige Værker	237	13 197	71 966	5 403.9

Værkernes gennemsnitlige Salg og deres Indtægt pr. solgt kWh er derefter beregnet.

Tabel XIX. *Landcentralernes gennemsnitlige Salg og Indtægt af Kraftelektricitet.*

Værker med Kraftpris pr. kWh	Salg 1000 kWh	Indtægt pr. kWh Øre
under 30 Øre	45.9	22.5
30—39 —	30.1	34.1
40—49 —	13.7	40.2
50—59 —	8.9	50.3
60 Øre og derover	4.2	71.9
Samtlige Værker	22.8	31.2

Forbindelsen mellem Pris og Salg er langt stærkere end ved Lysforbruget, og Bevægelsen er ganske jævn fra Gruppe til Gruppe, jfr. iøvrigt den tidligere omtalte grafiske Fremstilling paa Side 21, Fig. II.

De to Kurver er væsentlig forskellige, idet Kraftkurven er meget »elastisk«, d. v. s. en lille Ændring i Prisen bevirker en stor Ændring i Forbruget, medens omvendt Lysforbruget, bortset fra Intervallet 60—80 Øre, er mindre »elastisk«, saaledes at Prisændringer bevirker en forholdsvis lille Ændring i Forbruget.

Værkernes Salg afhænger som ovenfor paapeget af de 3 Faktorer: Antal Kraftmaalere pr. Værk, Antal HK pr. Maaler og solgt kWh pr. HK. For de forskellige Grupper af Værker er de paagældende beregnede Størrelser følgende:

Digitized by Google

Tabel XX. *Landcentralernes Kraftmaalere og Kraftsalg.*

Værker med Kraftpris pr. kWh	Antal Kraftmaalere pr. Værk	Antal HK pr. Maaler	Solgt kWh pr. HK
under 30 Øre	97	5.9	81
30—39 —	71	5.2	82
40—49 —	39	5.6	62
50—59 —	30	5.4	56
60 Øre og derover	19	4.5	50
Samtlige Værker	56	5.4	75

Tallene bevæger sig paa omtrent samme Maade som i den foregaaende Beregning, hvor Værkerne var fordelt efter Lysprisens Størrelse, dog synes der at være en svag Tendens til, at ogsaa Motorernes Størrelse vokser med aftagende Priser. Iøvrigt skal henvises til den grafiske Fremstilling i Fig. IV, der paa samme Maade som ved Lysforbruget illustrerer de forskellige Faktorers Varieren med Prisen, idet de i ovenstaaende meddelte absolute Tal er omregnet til Procent af Gennemsnittene for samtlige Værker, hvorefter der er foretaget en grafisk Udjævning af Kurverne. Paa samme Maade som ved Lysforbruget er der ogsaa ved Kraftforbruget forholdsvis størst Forskel i Tallene for Maalere pr. Værk, hvorimod Salget pr. HK varierer væsentlig mindre med Prisens Højde. Ejendommeligt er det, at begge Kurver har den samme S-Form med stærk Afhængighed af Prisen ved Mellempriserne, hvorimod Forandringer saavel i de høje som i de lave Priser ikke synes at medføre saa store Ændringer i Forbruget, henholdsvis Antal HK pr. Maaler. Endelig er Forholdet mellem Motorernes Størrelse og Prisen antydet ved en ret Linie med stærk Hældning.

Ligesom ved Lysforbruget maa man ogsaa ved Kraftforbruget være forsigtig med at drage forhastede Slutninger med Hensyn til Aarsagsforbindelsen mellem paa den ene Side Prisens Højde og paa den anden Side de Faktorer, som bestemmer Værkernes samlede Salg. Det vil dog formentlig ogsaa her være saaledes, at Salg pr. HK mest direkte giver Udtryk for Efterspørgselens Afhængighed af Prisens Højde, medens Maalerantallet pr. Værk maaske ikke saa meget er bestemt *af* Prisen som bestemmende *for* Prisen, idet Værkerne ikke kan opnaa Tilslutning fra flere end et vist Antal Forbrugere — bestemt ved lokale Forhold — hvilket atter paavirker Værkets Omkostninger.

Trods alle logiske Betænkeligheder maa det dog hævdes, at de foregaaende Undersøgelser i nogen Grad bidrager til Belysning af, hvorledes Prisen for Elektricitet til Lys og til Kraft paavirker Forbruget. Det vilde derfor være fristende at undersøge, hvorledes Værkernes Produktion er paavirket gennem de Prisændringer, som Værkerne faktisk

Digitized by Google

har foretaget i Aarenes Løb, og om muligt finde en Bekræftelse af, at de fundne Efterspørgselskurver er nogenlunde rigtige. Paa Forhaand kan man dog ikke vente særlig positive Resultater af saadanne Undersøgelser. Den aarlige officielle Elektricitetsværksstatistik gaar nemlig ikke længer tilbage end til 1921/22, og i Aarene siden da har de almindelige økonomiske Forhold — ikke mindst i Landdistrikterne — i høj Grad været præget af Uro med svingende Prisniveau og varierende Indkomster for Elektricitetsværkernes Kunder. For Byværkerne og Oplandscentralerne — som dog ikke er medtaget i denne Undersøgelse — vilde dertil

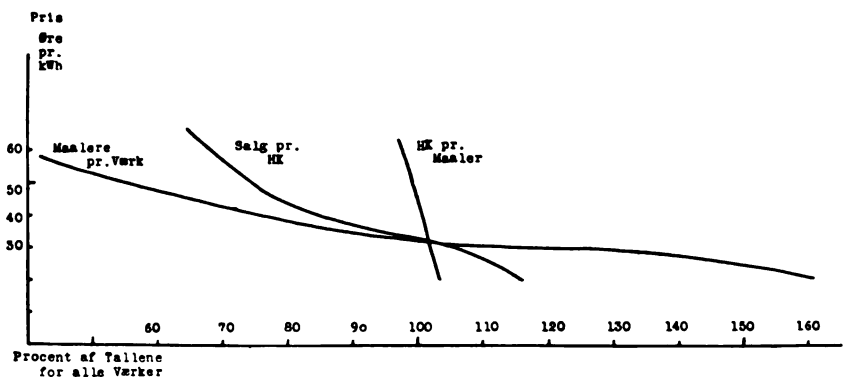


Fig. IV. Indeksberegning for Landcentralernes Antal Maalere pr. Værk, solgte kWh pr. HK og HK pr. Maaler (Kraftforbrugere).

komme, at Produktionen paa disse Værker i Perioden siden Krigens Afslutning har været i stærk Stigning, men dog med ulige Styrke paa de forskellige Værker, og da denne Stigning skyldes en almindelig Udvikling, vilde man ikke kunne vente synderlige Resultater af en Undersøgelse af Sammenhængen mellem Pris og Forbrug. For de smaa Landcentraler, som denne Undersøgelse omhandler, gælder dette sidste Forhold dog ikke, idet Produktionen paa disse Smaaværker gennemgaaende kun er steget forholdsvis lidt, saaledes at man for disse kan vente mere positive Resultater af en Undersøgelse af, hvorledes en Prisforandring paavirker Forbruget.

Ved forskellige Stikprøver er nu gjort Tilløb til saadanne Undersøgelser; saaledes er for Lysforbruget beregnet Salget pr. Maaler ved de Værker, som i 1922/23 havde en Lyspris af 70 Øre pr. kWh, og tilsvarende Tal er beregnet for 1923/24 og 1924/25, idet Værkerne er delt i 2 Grupper: dels de, som havde uforandrede Priser i 1923/24, og dels de, som havde nedsat Prisen i 1923/24. Som Resultat af Undersøgelsen fremgaar det, at de Værker, som har uforandrede Priser, har et stagnerende Salg pr. Maaler, medens de Værker, som har sat Prisen ned, har et stigende Salg pr. Maaler, jfr. følgende Tabel.

Digitized by Google

Tabel XXI. *Landcentraler med Lyspris 70 Øre pr. kWh pr. 30/6 1922.*

	Værker med *samme* Pris pr. 30/6 1923			Værker med *lavere* Pris pr. 30/6 1923		
	1922/23	1923/24	1924/25	1922/23	1923/24	1924/25
Maalerantal	4 439	4 416	4 972	2 292	2 415	2 514
Salg 1000 kWh	459	465	518	236	256	280
Salg pr. Maaler kWh	106	105	104	103	106	111

Endvidere er for Aarene 1922/23 og 1927/28 foretaget en tilsvarende Undersøgelse for flere Grupper af Værker, idet Værkerne yderligere er fordelt efter Størrelsen af Prisnedsættelserne.

Tabel XXII. *Solgt kWh pr. Lysmaaler ved forskellige Grupper af Landcentraler i 1922/23 og 1927/28.*

Prisens Ændring fra 30. Juni 1922 til 30. Juni 1927	Lyspris pr. kWh den 30. Juni 1922: 70 Øre		80—90 Øre		100 Øre		over 100 Øre	
	1922/23	1927/28	1922/23	1927/28	1922/23	1927/28	1922/23	1927/28
Opgang	—	—	73	56	—	—	77	72
Uforandret	106	105	83	85	83	86		
Nedgang								
10 Øre pr. kWh	107	120	110	105	66	73	72	73
20 — — —	101	109	99	107	89	93		
30 — — —	97	122	87	97	90	98	72	69
40 — — —	—	—	88	107	102	102		
50 — — —	—	—	83	99	82	100	85	98
60 — — —	—	—	—	—	—	—		
Over 60 — —	—	—	—	—	—	—	75	82

Det er ganske øjensynligt, at Salget pr. Maaler gennemgaaende stiger mest ved de største Prisnedsættelser, men det maa dog fremhæves, at Tallene ikke bevæger sig saa regelmæssigt, som man kunde vente, hvilket formentlig staar i Forbindelse med, at der i flere af Grupperne er forholdsvis faa Værker, hvorved tilfældige, lokale Forhold kan komme til at præge Tallene. Navnlig gælder dette for de dyreste Værker, der netop ogsaa er de mindste og derfor mest udsat for Tilfældigheder.

For en enkelt Gruppe er endelig foretaget en Undersøgelse af Kraftforbruget, jfr. Tabel XXIII.

Det maa indrømmes, at Tallene ikke bekræfter det tidligere anførte om Prisens Indflydelse paa Tilslutning og Forbrug. Saavel Antal Maalere pr. Central som Salg pr. HK er *ikke* steget mest for de Værker, som har nedsat Priserne mest. Forklaringen herpaa maa dels søges i det lille Antal Værker, som Undersøgelsen omfatter og hvorved Tilfældigheder kan spille ind, dels i Deflationen, som netop virkede stærkest og mest for-

Digitized by Google

Tabel XXIII. *Værker med Kraftpris 60 Øre pr. kWh den 30. Juni 1922.*

	60 Øre og derover i 1927	50—59 Øre i 1927	40—49 Øre i 1927	under 40 Øre i 1927
Antal Værker	7	8	11	13
Salg pr. Værk i				
1922/23 1000 kWh	2.1	8.2	12.8	17.4
1927/28 —	4.0	13.2	19.8	27.2
Salg pr. HK				
1922/23 kWh	43	62	61	62
1927/28 —	59	79	68	81
Maaler pr. Central				
1922/23 kWh	12	33	35	54
1927/28 —	18	39	50	64

styrrende i 1927, dels endelig i den Omstændighed, at de Værker, som har foretaget de største Prissænkninger, allerede i 1922/23 havde den største Tilslutning.

I det foregaaende er undersøgt den gennemsnitlige Pris pr. kWh for Lys og Kraft. Det er imidlertid af Betydning, at Værkerne foruden disse Indtægter i større eller mindre Grad opkræver faste Afgifter af Forbrugerne. I følgende Oversigt er beregnet Størrelsen af disse faste Afgifter pr. solgt kWh ved de forskellige Grupper af Værker, og til Sammenligning er endvidere meddelt de gennemsnitlige Lys- og Kraftpriser.

Tabel XXIV. *Gennemsnitlig Indtægt pr. solgt kWh.*

Værker med Lyspris pr. kWh	Lys Øre	Kraft Øre	Faste Afgifter Øre
under 50 Øre	41.6	22.7	15.0
50—59 —	51.6	28.5	7.3
60—69 —	61.0	32.2	6.0
70—79 —	70.0	38.7	7.3
80—89 —	78.7	40.8	7.2
90—99 —	88.5	47.8	11.5
100 Øre og derover	113.9	57.1	21.2
Samtlige Værker	61.8	31.2	10.1

Forholdet mellem Lyspris og Kraftpris er omtrent det samme ved alle Grupper, nemlig som 2 til 1. Derimod er de faste Afgifters Betydning meget forskellig. Ved de billigste Værker er saaledes de faste Afgifter meget høje, men aftager derefter i Betydning ved de følgende Grupper for atter at stige ved de dyreste Værker. Forholdet belyses iøvrigt klarere i følgende Beregning over Værkernes gennemsnitlige Indtægt ved Salg til Lys, til Kraft og ved faste Afgifter.

Digitized by Google

Tabel XXV. *Landcentralernes gennemsnitlige Indtægt ved*

Værker med Lyspris pr. kWh	Lyssalg 1000 Kr.	Kraftsalg 1000 Kr.	Faste Afgifter 1000 Kr.	Ialt 1000 Kr.
under 50 Øre	9.5	9.6	9.8	28.9
50—59 —	10.5	8.4	3.6	22.5
60—69 —	13.0	9.8	3.1	25.9
70—79 —	8.7	4.5	1.7	14.9
80—89 —	8.7	5.8	1.8	16.3
90—99 —	8.9	5.4	2.5	16.8
100 Øre og derover	7.2	3.2	2.5	12.9
Samtlige Værker	9.7	7.0	3.8	20.5

Ved de billigste Værker udgør Indtægter fra Lyssalg, Kraftsalg og faste Afgifter lige store Beløb, eller med andre Ord hver Post udgør $^1/_3$ af Værkernes samlede Indtægter. Ved de dyrere Værker stiger den Andel som Lyssalget udgør af de samlede Indtægter, saaledes at Lyssalget ved de mindste Værker giver over Halvdelen af Indtægterne. I Forhold til Lyssalget indbringer Kraftsalget mindre og mindre jo dyrere Værkerne bliver, og ved de allerdyreste Værker er Indtægten ved Kraftsalg under Halvdelen af Indtægten ved Lyssalg. De faste Afgifter er kun af væsentlig Betydning ved de billigste Værker, hvor de som nævnt udgør en Trediedel af Værkernes Indtægter og ved de dyreste Værker, hvor Andelen er en Femtedel; ved de mellemdyre Værker udgør Andelen derimod kun noget over en Tiendedel.

Dette, at de faste Afgifter er af ulige Betydning ved de forskellige Værker, kunde tænkes i nogen Grad at modificere Resultaterne af de foregaaende Undersøgelser over Pris og Forbrug. Ved en nærmere Betragtning indses det imidlertid, at det kun er Gruppen under 50 Øre, hvis Gennemsnitspris paavirkes væsentligt af det her anførte, idet Priserne for disse Værker faktisk bliver lige saa store som i Gruppen 50—60 Øre, naar man tager Hensyn til de høje faste Afgifter. For alle de andre Grupper gælder det derimod, at der ikke sker nogen væsentlig Forskydning mellem Grupperne ved at man tager Hensyn til de faste Afgifter.

Som tidligere omtalt er Forholdet mellem Lyspris og Kraftpris ikke det samme ved alle Værker, uden at der dog har kunnet spores nogen bestemt Tendens til, at f. Eks. de dyre Værker fortrinsvis lader Lysforbrugerne betale en høj Pris, medens Kraftforbrugerne slipper forholdsvis billigere.

For at undersøge om der skulde være interessante Forskelligheder mellem de Værker, som holder en forholdsvis høj — henholdsvis lav — Kraftpris, er Værkerne i følgende Beregning delt i 3 Grupper efter den Procent, som Kraftprisen udgør af Lysprisen.

Digitized by Google

Tabel XXVI. *Landcentralerne fordelt efter den Procent, som Kraftprisen udgør af Lysprisen.*

Værker med Lyspris pr. kWh	50 % og derunder	Over 50 % —60 %	Over 60 %	Ialt
under 50 Øre	18	8	13	39
50—59 —	13	16	9	38
60—69 —	26	8	10	44
70—79 —	4	11	6	21
80—89 —	26	3	6	35
90—99 —	8	2	5	15
100 Øre og derover	24	12	7	43
Samtlige Værker	119	60	56	235

I enkelte af Undergrupperne er Antallet af Værker temmelig lille, hvilket maa tages i Betragtning ved Vurderingen af de følgende Undersøgelsers Resultater.

Antal Lysmaalere pr. Værk og Lyssalg pr. Maaler er beregnet i følgende Oversigter.

Tabel XXVII. *Antal Lysmaalere pr. Værk.*

Værker med Lyspris pr. kWh	Kraftprisen i Procent af Lysprisen: 50 % og derunder	Over 50 % —60 %	Over 60 %	Ialt
under 50 Øre	216	220	198	211
50—59 —	243	168	147	189
60—69 —	235	228	127	209
70—79 —	180	113	147	136
80—89 —	137	142	98	131
90—99 —	153	72	144	139
100 Øre og derover	88	90	71	86
Samtlige Værker	175	152	140	161

Tabel XXVIII. *Lyssalg pr. Maaler.*

Værker med Lyspris pr. kWh	Kraftprisen i Procent af Lysprisen: 50 % og derunder kWh	Over 50 % —60 % kWh	Over 60 % kWh	Ialt kWh
under 50 Øre	107	120	104	109
50—59 —	110	109	100	108
60—69 —	103	98	103	102
70—79 —	88	91	96	92
80—89 —	87	86	74	85
90—99 —	74	97	65	72
100 Øre og derover	72	80	64	73
Samtlige Værker	96	102	94	97

Digitized by Google

Det er ejendommeligt at bemærke, at de Værker, som har en forholdsvis høj Kraftpris sammenlignet med Lysprisen, har en forholdsvis lille Tilslutning fra Lysforbrugere. Paa Forhaand skulde man nemlig ikke vente, at Kraftprisens Højde øvede Indflydelse paa Lysforbruget, men Forklaringen maa formentlig være den, at det naturlige Opland er af forskellig Størrelse for de 3 Grupper. Derimod er der ingen Forskel i Tallene for Lyssalg pr. Maaler, hvilket man iøvrigt heller ikke vilde vente paa Forhaand.

Betragter man Tallene for de enkelte Prisgrupper, er Billedet noget mere uensartet, men herved maa det erindres, at der ofte kun er faa Værker i en Gruppe, og hertil kommer, at man ikke paa Forhaand kan vente store Forskelligheder mellem de Værker, hvis Kraftpris er 50—60 pCt. af Lysprisen, og de Værker, hvis Procent er 50 og derunder, idet Procenten for disse sidste i langt de fleste Tilfælde er nøjagtig 50. Nøjes man derimod med at betragte de to Ydergrupper, altsaa de Værker, hvis Kraftpris er over 60 pCt. af Lysprisen, og de Værker, hvis Procent er 50 og derunder, fremtræder den paapegede Forskel derfor langt klarere.

For Kraftforbrugets Vedkommende kan dernæst opstilles følgende Tabel.

Tabel XXIX. *Antal Kraftmaalere pr. Værk.*

Værker med Lyspris pr. kWh	Kraftprisen i Procent af Lysprisen			
	50 % og derunder	Over 50 % —60 %	Over 60 %	Ialt
under 50 Øre	99	104	75	92
50—59 —	95	64	44	70
60—69 —	86	63	41	71
70—79 —	48	37	30	37
80—89 —	44	50	23	41
90—99 —	45	20	32	37
100 Øre og derover	27	19	14	22
Samtlige Værker	64	53	42	56

Antal HK pr. Maaler.

Værker med Lyspris pr. kWh	Kraftprisen i Procent af Lysprisen			
	50 % og derunder	Over 50 % —60 %	Over 60 %	Ialt
under 50 Øre	6.3	5.3	4.9	5.7
50—59 —	4.3	4.8	5.5	4.7
60—69 —	5.3	5.9	4.5	5.3
70—79 —	3.8	5.7	4.5	5.0
80—89 —	5.6	6.3	7.2	5.9
90—99 —	5.6	4.9	5.5	5.5
10 Øre og derover	5.6	3.8	4.6	5.1
Samtlige Værker	5.7	6.3	4.8	5.3

Digitized by Google

Kraftsalg pr. Maaler.

Værker med Lyspris pr. kWh	Kraftprisen i Procent af Lysprisen: 50 % og derunder kWh	Over 50 % —60 % kWh	Over 60 % kWh	Ialt
under 50 Øre	543	413	351	461
50—59 —	443	408	390	422
60—69 —	451	418	294	425
70—79 —	263	354	214	299
80—89 —	353	420	229	348
90—99 —	274	561	316	307
100 Øre og derover	298	166	117	249
Samtlige Værker	431	389	318	401

Kraftsalg pr. HK.

Værker med Lyspris pr. kWh	Kraftprisen i Procent af Lysprisen: 50 % og derunder kWh	Over 50 % —60 % kWh	Over 60 % kWh	Ialt
under 50 Øre	86	77	72	81
50—59 —	103	84	71	90
60—69 —	84	71	66	80
70—79 —	69	62	48	63
80—89 —	63	66	32	60
90—99 —	49	116	57	55
100 Øre og derover	53	44	25	49
Samtlige Værker	79	74	63	75

Salg til Lys og Kraft pr. Værk 1000 kWh.

Værker med Lyspris pr. kWh	Kraftprisen i Procent af Lysprisen: 50 % og derunder Lys	Kraft	Over 50 %—60 % Lys	Kraft	Over 60 % Lys	Kraft	Ialt Lys	Kraft
under 50 Øre	23.0	53.8	26.4	43.0	20.5	26.2	22.9	42.4
50—59 —	26.7	42.0	18.3	26.0	14.8	17.1	20.3	29.4
60—69 —	24.3	38.7	22.5	26.3	13.0	12.2	21.4	30.4
70—79 —	14.1	12.5	10.1	13.1	15.9	6.5	12.4	11.6
80—89 —	7.2	15.6	12.1	20.8	11.8	5.2	11.1	14.3
90—99 —	11.3	12.3	7.0	11.2	9.3	10.0	10.1	11.4
100 Øre og derover	6.4	7.9	7.2	3.2	4.5	1.6	6.3	5.6
Samtlige Værker	16.9	27.4	15.6	20.6	13.2	13.4	15.6	22.4

De gennemsnitlige Indtægter pr. kWh ved Salg til Kraft og ved de faste Afgifter er følgende.

Digitized by Google

Gennemsnitlig Indtægt pr. solgt kWh til Kraft.

Værker med Lyspris pr. kWh	Kraftprisen i Procent af Lysprisen: 50 % og derunder Øre	Over 50 % —60 % Øre	Over 60 % Øre	Ialt Øre
under 50 Øre	20.5	24.2	27.5	22.7
50—59 —	25.6	29.7	35.6	28.5
60—69 —	30.8	34.5	40.0	32.2
70—79 —	34.8	40.0	49.2	38.7
80—89 —	38.9	48.7	49.3	40.8
90—99 —	43.6	50.0	55.2	47.8
100 Øre og derover	52.6	69.6	101.1	57.1
Samtlige Værker	29.6	32.7	36.4	31.2

Gennemsnitlig Indtægt pr. kWh ved faste Afgifter.

Værker med Lyspris pr. kWh	Kraftprisen i Procent af Lysprisen: 50 % og derunder Øre	Over 50 % —60 % Øre	Over 60 % Øre	Ialt Øre
under 50 Øre	11.5	14.5	11.9	15.0
50—59 —	8.8	5.0	5.2	7.3
60—69 —	6.1	3.0	10.2	6.0
70—79 —	5.3	9.4	4.7	7.3
80—89 —	5.9	16.8	6.6	7.2
90—99 —	9.5	1.2	19.3	11.5
100 Øre og derover	23.9	11.8	27.3	21.2
Samtlige Værker	10.7	8.5	10.5	10.1

Den gennemsnitlige Indtægt pr. solgt kWh er ganske naturligt størst for de Værker, som har en høj Kraftpris i Forhold til Lysprisen. De faste Afgifter er derimod gennemgaaende de samme ved alle 3 Grupper.

Med Hensyn til Værkernes Salg af Elektricitet er der meget stor Forskel mellem de 3 Grupper, og dette gælder navnlig for Kraftsalget, der er dobbelt saa stort ved de Værker, som har den forholdsvis billigste Kraftpris, men ogsaa Salget af Lyselektricitet varierer paa lignende Maade i de 3 Grupper.

Iøvrigt gælder det for de her meddelte Undersøgelser, hvor Værkerne er fordelt efter Kraftprisens Størrelse i Forhold til Lysprisen, at de ikke ændrer noget væsentligt i det Billede, som tidligere er tegnet paa Grundlag af mere summariske Beregninger. Berettigelsen til, at de alligevel er medtaget, maa da søges deri, at man netop faar en Bekræftelse paa Rigtigheden af de tidligere Resultater.

Digitized by Google

2. AFSNIT

OVERSIGT OVER BY- OG OPLANDSCENTRALERNES TARIFFER

Formaalet med de følgende Undersøgelser er at foretage en statistisk Bearbejdelse af By- og Oplandscentralernes Tariffer, idet det ved den blotte Sammenligning mellem Tarifferne i deres Helhed er vanskeligt at faa et virkeligt Overblik over, i hvilken Udstrækning de enkelte Tarifbestemmelser er gældende. Ved en saadan Bearbejdelse, hvor man behandler eet Forhold ad Gangen, løber man imidlertid let den Risiko at glemme, at det enkelte Værks Tarifbestemmelser — som Regel da — udgør et sammenhængende Hele, saaledes at en enkelt Bestemmelse i Tariffen ved en isoleret Betragtning kan synes vilkaarlig, hvorimod dens Berettigelse maaske er udenfor Diskussion, naar man ser hele Tariffen under eet. Paa den anden Side vil det ved den følgende statistiske Bearbejdelse fremgaa — forhaabentlig klarere end ved en direkte Sammenligning mellem Tarifferne — *hvor* uensartet Tarifferne er opbyggede, og hvor forskellige Satserne er. Det Indtryk forstærkes, at vel er der nedlagt et stort Arbejde og megen Skarpsindighed ved Udformningen af Tarifferne, men for de allerflestes Vedkommende gælder det, at de er præget af Vilkaarlighed og dertil er meget indviklede. Overfor denne Tendens til at opstille indviklede Tarifbestemmelser maa det hævdes, at det aldrig bør anses som en Fordel ved en Tarif, at den bluffer Forbrugeren, saa han anvender mere Elektricitet end ved en simplere Tarif.

Som Materiale ved Undersøgelserne er anvendt en »Oversigt over Elektricitetspriser og Tariffer« pr. 31. Oktober 1929, som er optrykt i Tidsskriftet »Elektroteknikeren«. Denne Kilde lider af den Mangel, at der er medtaget et færre Antal Værker end i den officielle Statistik, men paa den anden Side er de meddelte Oplysninger fyldigere og vedrører et senere Tidspunkt end den officielle Statistiks Oplysninger.*)

Først skal — paa samme Maade som ved Undersøgelserne over de smaa Landcentraler — foretages en Fordeling af Værkerne efter Størrelsen af Grundtaksten pr. kWh.

En simpel Optælling giver det Resultat, at der findes 45 forskellige Kombinationer af Lys- og Kraftpris, og naar hertil kommer, at de Værker, som anvender samme Grundtakst, paa andre Punkter i Tariffen udviser

*) Efter at dette Afsnit var udarbejdet, er der i »Elektroteknikeren« meddelt en ny Oversigt over Tarifferne pr. 31. Oktober 1930. Ved en Sammenligning med Tarifferne pr. 31. Oktober 1929 fremgaar det, at der paa adskillige Værker er foretaget Nedsættelser, saavel i den almindelige kWh Pris som i Rabatsatserne, Maalerleje m. v. Derimod har Værkerne kun i faa Tilfælde ændret Systemet i deres Tariffer, saaledes at det ikke er anset for paakrævet at omarbejde Afsnittet efter de nye Tariffer.

Digitized by Google

Grundtaksten pr. kWh den 1. Oktober 1929 ved By- og Oplandscentraler.

Kraftpris pr. kWh	Antal Værker med Lyspris pr. kWh																			Ialt
	27	30	32	35	40	43	45	50	52.5	55	60	65	66	70	72	75	80	100	120	
12 Øre	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1
14 —	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1
15 —	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1
17 —	1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2
18 —	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1
20 —	—	—	—	2	10	—	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	14
22 —	—	—	—	1	—	1	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4
22.5 —	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1
23 —	—	—	—	1	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2
25 —	—	1	—	—	5	—	8	6	—	—	1	—	—	—	—	—	1	—	—	22
27 —	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	2
28 —	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1
29 —	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1
30 —	—	—	—	—	1	—	1	10	1	3	5	—	—	2	—	—	—	—	—	23
33 —	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1	—	—	—	—	—	—	—	2
34 —	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	1
35 —	—	—	—	—	—	—	1	1	—	—	2	—	—	1	—	1	—	—	—	6
40 —	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	1	—	—	1	—	—	3
50 —	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	1	3
Ialt	1	2	1	4	17	1	12	26	1	4	9	1	1	4	1	1	2	2	1	91

væsentlige Forskelligheder, kan man bogstaveligt hævde, at der ikke findes 2 Værker med samme Tarif.

Saavel af Lys- som Kraftpriser findes en Snes forskellige Takster, men visse Priser er dog de hyppigste. Saaledes har 26 Værker en Lyspris paa 50 Øre, 17 Værker har 40 Øre og 12 Værker har 45 Øre. Af Kraftpriser er 30 Øre den hyppigste, anvendt af 23 Værker, derefter kommer 25 Øre paa 22 Værker og 20 Øre paa 14 Værker. Ligesom ved Landcentralerne er Lysprisen ofte omtrent dobbelt saa høj som Kraftprisen, men der findes dog Afvigelser baade til den ene og til den anden Side, jfr. følgende Oversigt.

Kraftpris i Procent af Lysprisen.

	Antal Værker
under 33 pCt.	2
33—39 —	2
40—49 —	12
50 —	26
51—66 —	43
over 66 —	6
	91

Digitized by Google

De her meddelte Grundtakster gælder imidlertid ved de fleste Værker kun for en — større eller mindre — Del af Forbruget, idet man i vid Udstrækning er kommet ind paa at yde Rabat, naar Forbruget overstiger en vis Størrelse.

Af de 91 Værker er det saaledes om de 67 oplyst, at de yder Rabat til Kraftforbrugere efter en bestemt Skala og 27 yder ogsaa Rabat til Lysforbrugere.

Rabatten ydes paa meget forskellig Maade, idet man foruden at anvende den direkte Metode med lav Pris ved større absolut Forbrug ogsaa i de senere Aar har eksperimenteret med en Række andre vidt forskellige Former for Rabat.

Først skal gives en Oversigt over de direkte Rabatskalaer henholdsvis for Lysforbrugere og Kraftforbrugere.

Rabatskalaer for Lysforbrugere.

	Rabatten begynder ved et aarligt Forbrug udover kWh	Antal Trin i Rabatskalaen	Den sidste Rabatsats gælder ved Forbrug udover kWh	Pris pr. kWh		
				Uden Rabat Øre	Første Rabatsats Øre	Sidste Rabatsats Øre
Aarhus	5 000	8	50 000	35	33.25	21
Assens	1 000	2	2 000	50	47.50	45
Helsingør	10 000	5	50 000	50	45	25
Hillerød	300	3	1 000	40	35	25
Hjørring	2 500	2	5 000	60	52.50	45
Horsens	1 000	1	1 000	50	45	45
Kolding	1 000	4	9 000	66	61	45
København ..	15 000	4	60 000	30	25	12
Odense	2 000	6	12 000	35	32	25
Slagelse	1 500	3	4 500	45	40	30
Tønder	5 000	3	10 000	65	61.75	55.25
Varde	2 000	2	4 000	40	35	30
Vejle	2 000	2	4 000	45	42	39

Der er et vigtigt Forhold, hvorom de meddelte Oplysninger i »Elektroteknikeren« ikke giver ganske klar Besked for alle Værkerne, nemlig for hvilket Forbrug de meddelte Rabatsatser gælder. Er det f. Eks. oplyst, at der ved Forbrug indtil 1 000 kWh ikke ydes nogen Rabat, men ved Forbrug paa 1 000—2 000 kWh en Rabat paa 5 pCt., er det af afgørende Betydning, om Rabatten ydes af hele Forbruget eller kun af den Del, som overstiger 1 000 kWh. Gode Grunde taler for, at man kun bør yde Rabatten af det overskydende Forbrug, idet der ellers vil fremkomme det urimelige Forhold, at den Forbruger, som aftager kun lidt mindre end 1 000 kWh, skal betale den fulde Pris, men ved at udvide sit Forbrug til

Digitized by Google

Rabatskalaer for Kraftforbrugere.

	Rabatten begynder ved et aarligt Forbrug udover kWh	Antal Trin i Rabatskalaen	Den sidste Rabatsats gælder ved Forbrug udover kWh	Pris pr. kWh		
				Uden Rabat Øre	Første Rabatsats Øre	Sidste Rabatsats Øre
Aaby	2 000	6	10 000	25	23.75	17.50
Aalborg	20 000	—	20 000	20	—	—
Aarhus	5 000	9	225 000	20	19	11
Brønderslev ..	2 000	5	32 000	30	27	15
Faaborg	2 000	5	13 000	30	25	12
Frederikshavn.	1 000	5	11 000	30	28	20
Haderslev	200	4	6 200	30	27	18
Hammel	1 000	3	4 000	20	18	18
Helsingør	10 000	5	50 000	30	27	15
Herning	2 000	2	4 000	25	20	15
Hillerød	2 000	1	2 000	20	15	15
Hjørring	2 500	2	5 000	30	25.50	22.50
Hobro	2 000	2	8 000	33	28	24.75
Holbæk	1 000	8	60 000	23	21	10
Horsens	4 000	5	25 000	25	22	15
Kerteminde ..	5 000	1	5 000	22	20	20
Korsør	2 000	4	30 000	30	27	22.50
Lemvig	10 000	1	10 000	23	18	18
Maribo	1 500	2	3 000	25	20	15
København ..	5 000	3	15 000	12	11	10
Nakskov	5 000	8	80 000	9	8.50	5
Nørresundby..	1 500	2	3 000	30	27.50	25
Randers[1])	3 000	10	300 000	20	19	10
Ribe[1])	2 000	2	10 000	30	27	20
Rudkøbing[2]) ..	1 200	1	1 200	35	30	30
Rønne	1 000	13	200 000	22	21	10
Salling m. fl. H.	1 500	2	2 500	27	21.60	20.25
Silkeborg	2 000	4	8 000	25	22	12.50
Skagen	400	4	4 000	40	36	25
Slagelse	1 500	3	9 000	27	23	14
Struer	1 500	4	6 000	30	27.50	20
Svendborg	100	9	20 000	25	24	16
Sønderborg ..	1 000	8	25 000	25	23	14
Tønder	5 000	2	10 000	33	29.7	26.4
Varde	2 000	3	8 000	25	20	15
Vejen	1 000	8	30 000	25	22.50	8.33
Vejle	4 000	3	12 000	25	21	13
Viborg	800	6	57 600	25	22.50	10
Viby	1 000	5	25 000	20	19	15
Vordingborg ..	1 000	7	35 000	25	23.75	18.75

[1]) Rabatten ydes i Forhold til Forbruget hvert Kvartal. [2]) Rabatten ydes i Forhold til Forbruget hver Maaned.

Digitized by Google

blot ganske lidt over 1 000 kWh, vil hans samlede Betaling for Elektriciteten blive mindre end tidligere, da han nu faar Rabat ogsaa af de 1 000 kWh. Som nævnt fremgaar det imidlertid som Regel ikke af Materialet, hvilken af de to Rabatformer som anvendes.

Det eneste, som i Almindelighed kan siges om de anførte Rabatskalaer, er, at færre Værker giver Rabat ved Lysforbrug end ved Kraftforbrug, og endvidere ydes der forholdsvis større Rabat for Kraft — end for Lysforbrug. Rundt regnet er den laveste Rabatsats ved Kraftforbrug gennemgaaende kun halvt saa stor som selve Grundtaksten, mod kun ca. 25 pCt. lavere ved Lysforbrug, men det maa dog understreges, at Forholdene ved de enkelte Værker varierer i meget høj Grad. Med Hensyn til de øvrige Bestemmelser i Rabatskalaerne er det derimod ikke muligt at uddrage almindelige Tendenser.

Foruden disse simple Rabatskalaer, hvor det alene er det samlede Antal solgte kWh, som bestemmer Rabattens Størrelse, findes imidlertid ved en Del Værker andre Rabatskalaer opbygget efter meget forskellige Principper.

I de følgende to Oversigter er for de Værker, som anvender saadanne Rabatskalaer, givet Oplysninger svarende til de i de foregaaende Tabeller meddelte.

Ogsaa disse Rabatformer anvendes fortrinsvis overfor Kraftforbrugere og kun i mindre Grad ved Lysforbrug. Iøvrigt kan det bemærkes, at Antal Værker med de her anførte forskelligartede Rabatskalaer er omtrent det samme som det Antal Værker, der anvender en simpel Skala med Rabat efter kWh.

Af de forskellige Rabatformer er ved Kraftforbrug Rabat efter Benyttelsestid langt den hyppigste, men som det ses, er de nærmere Bestemmelser meget forskellige fra Værk til Værk. Overfor Lysforbrugere er der derimod ikke nogen bestemt Rabatform, som har vundet Overhaand, hvilket dog utvivlsomt staar i Forbindelse med, at der overhovedet ikke ydes Rabat ved saa mange Værker som overfor Kraftforbrugere. Iøvrigt maa det understreges, at de i Oversigterne givne Oplysninger — og dette gælder ogsaa for de øvrige i nærværende Afsnit givne Oversigter — ikke paa udtommende Maade karakteriserer vedkommende Værkers Tarifbestemmelser, idet der undertiden findes yderligere Bestemmelser, som imidlertid ikke — af praktiske Grunde — har kunnet medtages i Oversigterne.

I det foregaaende er kun givet Oplysninger om de Former for Rabat, hvor den lavere Pris indtræder, naar Forbruget overstiger en vis Størrelse, hvad enten man nu blot tager Hensyn til det samlede Antal kWh eller maaler Forbruget i Forhold til andre Kriterier.

En anden Form for Rabat er Dobbelttarifferne, hvorefter der fastsættes

Digitized by Google

A. *Værker med Rabat efter Forbruget i Forhold til Forbruget i et tidligere Tidsrum:*	Rabatten gælder for	Rabatten begynder ved et aarligt Forbrug udover	Rabatten ydes ikke ved aarligt Forbrug under	Yderligere Rabat ved aarligt Forbrug udover	Pris pr. kWh		
					Uden Rabat Øre	Første Rabatsats Øre	Anden Rabatsats Øre
Fredericia	Butiksreklamer, Hoteller, Restaurationer.	Forbruget 1927/28.			50	15	
Haderslev Næs	Landbrugere.	72 % af Forbruget i 1927/28.	40 kWh + 1 kWh pr. 1000 Kr. Ejendssk.	144 % af Forbruget i 1927/28.	70	15	9
—	Ikke-Landbrugere.	72 % af Forbruget i 1927/28.	20 kWh + 4 kWh pr. Lampssted.	144 % af Forbruget i 1927/28.	70	15	9
Hammel		Forbruget i 1928/29 + 5 %.			40	12	
Rødby		Gennemsnitsforbrug af 3 sidste Aar.			75	15	
Sønderborg & Aabenraa Amter		90 % af Forbruget i 1928/29.	Et varierende Forbr. pr. Lampested.		50	15	
B. *Værker med Rabat efter Forbrug pr. Lampested:*							
Han Herred		7–4 kWh pr. Lampested.			100	85	
Midtsønderjylland	Ikke-Landejendomme, Landejendomme uden Kraftforbrug.	20 kWh + 7 kWh pr. Lampested.		20 kWh + 14 kWh pr. Lampested.	60	20	9
Nordvestsjælland	Ikke-Landejendomme.	6–4 kWh pr. Lampested.		12–8 kWh pr. Lampested.	52,5	15	9
C. *Værker med Rabat efter andre Kriterier:*							
Aarhus	Beboelseslejligheder.	40 kWh pr. Værelse.	15 kWh pr. Vær. pr. Kvt. i Vinterhalvaar.		35	12	
			5 kWh pr. Vær. pr. Kv. i Sommerhalvaa.		60	15	
Nakskov	Beboelseslejligheder.	36 kWh pr. Værelse.			60	15	
—	Butikker.	pr. m² af Udstillingsvinduer & Gulvflade.					
—	Kontorer, Værksteder, Hoteller, Sommerrest., Biografer.	pr. m² Gulvflade.			60	15	
A. R. K. E.		5–4 kWh pr. (Lampested + pro mille Bygningsværdi.)			80	40	
Midtsønderjylland	Landejendomme med Kraftforbrug	40 kWh + 1½ kWh pr. 1000 Kr. Ejendomssk.		40 kWh + 3 kWh pr. 1000 Kr. Ejendssk.	60	20	9
Nordvestsjælland	Landejendomme.	50 kWh + 3 kWh pr. 1000 Kr. Grundværdi.		100 kWh + 6 kWh pr. 1000 Kr. Grundv.	52,5	15	10
Nakskov	Landejendomme.	2,5 kWh pr. Td. Land.	108 kWh.		60	15	

Digitized by Google

	Rabatten gælder for	Rabatten begynder ved et aarligt Forbrug udover
A. *Værker med Rabat efter Benyttelsestid:*		
A. R. K. E.	Handel, Haandv., Industri.	100 kWh pr. HK.
Assens		400 kWh pr. HK.
Fredericia	Forbrugere m. Aarsforbrug under 10 000 kWh.	200 Benyttelsestimer.
—	Forbrugere m. Aarsforbrug over 10 000 kWh.	200 Benyttelsestimer.
Haderslev Næs	Haandværkere.	70 kWh pr. HK.
Han Herred	Haandværkere.	50 kWh pr. HK.
Hjørring	Haandværkere.	50 kWh pr. HK.
Kolding		300 Benyttelsestimer.
— Opland	Haandværkere.	100 kWh pr. HK i største Motor.
Langeland	Andelshavere, Haandværk & Industri.	20 kWh pr. HK gratis.
—	Ikke-Andelshavere, Haandværk & Industri.	40 kWh pr. HK.
Middelfart		100 Benyttelsestimer.
Midtsønderjylland	Haandværk.	30 kWh pr. HK.
Nordvestsjælland		75 kWh pr. HK.
Nordvestvendsyssel	Haandværk.	50 kWh pr. HK.
Nyborg		250 Benyttelsestimer.
Odense	Mindre Anlæg.	400 Benyttelsestimer.
Ribe		50 Benyttelsestimer i et Kvartal.
Slagelse Opland	Industri.	75 kWh pr. HK.
Sydøstsjælland	Haandværk & Industri.	73 kWh pr. HK.
Sønderborg		400 Benyttelsestimer.
Sønderborg & Aabenraa Amter	Haandværk.	60 kWh pr. HK.
Sønderjyllands Vestkyst		25 kWh pr. HK.
Østjylland	Tarif I.	75 kWh pr. HK.
B. *Værker med Rabat efter Ejendomsskyld eller Grundværdi:*		
Haderslev Næs	Landbrug.	7 kWh pr. 1 000 Kr. Ejendomssk.
Han Herred	Landbrug.	10 kWh pr. 1 000 Kr. Grundværdi.
Hjørring	Landbrug.	10 kWh pr. 1 000 Kr. Grundværdi.
Langeland	Andelshavere, Landbrug.	6—8 kWh pr. 1 000 Kr. Ejendomssk gratis.
—	Ikke-Andelshav., Landbrug.	6 kWh pr. 1 000 Kr. Ejendomssk.
Midtsydjylland	Landbrug.	5 kWh pr. 1 000 Kr. Ejendomssk.
Nordvestsjælland		15 kWh pr. 1 000 Kr. Grundværdi.
Nordvestvendsyssel	Landbrug.	10 kWh pr. 1 000 Kr. Grundværdi.
Sønderborg og Aabenraa Amter	Landbrug.	14 kWh pr. 1 000 Kr. Grundværdi.
C. *Værker med andre Rabatsystemer:*		
A. R. K. E.	Landbrug.	5 kWh × (Tdr. Ld. + pro mille Ejendomssk. + HK).
Kolding Opland	Landbrug.	3½ kWh × (Tdr. Ld. + pro mille Ejendomssk.).
Nakskov	Landbrug.	15 kWh pr. Td. Land,
Rødby	Byen.	95 % af Forbrug i de 3 sidste Aar.
Sydøstsjælland	Landbrug.	15 kWh pr. ha.

Digitized by Google

for Kraftforbrugere.

Rabatten ydes ikke ved aarligt		Antal Trin i Rabat-skalaen	Den sidste Rabatsats gælder ved Forbrug udover	Pris pr. kWh		
Forbrug under	Forbrug over			Uden Rabat	Første Rabatsats	Sidste Rabatsats
		1		40	20	20
		3	800 kWh pr. HK.	30	28,5	25,5
		3	1 000 Benyttelsestimer.	25	19	14,5
		2	600 Benyttelsestimer.	25	16	14,5
		1		35	15	15
200 kWh		1		50	35	35
100 kWh		1		30	15	15
		6	1 300 Benyttelsestimer.	34	32	20
		1		25	15	15
		2	40 kWh pr. HK.	0	60	30
		1		60	40	40
		3	300 Benyttelsestimer.	40	30	22,5
		1		25	15	15
		2	150 kWh pr. HK.	30	15	10
100 kWh		1		50	35	35
		3	1 000 Benyttelsestimer.	30	27	21
		10	1 500 Benyttelsestimer.	20	19	10
		3	250 Benyttelsestimer i et Kvartal.	30	27	20
		1		35	25	25
		1		30	15	15
		Uoplyst	1 900 Benyttelsestimer.	25	Uoplyst	14,5
75 kWh		1		25	10	10
		2	1 000 kWh pr. HK.	30	20	15
		1		20	16	16
		1		25	15	
		1		50	35	
		1		30	15	
	1600 kWh	1		0	30	
		1		60	40	
		1		25	15	
		2	30 kWh pr. 1 000 Kr. Grundværdi.	30	15	10
		1		50	35	
75 kWh		1		25	10	
		1		40	20	
		1		25	15	
		1		30	15	
		1		35	20	
		1		30	15	

Digitized by Google

Anvendelsen af Dobbelttariffer.

Centraler	Spærretid Kl.	I Maaneder	Pris Øre pr. kWh		Forbrugets Art
			I Spærretid	Udenfor Spærretid	
Bycentraler:					
Aarhus	16—19	Oktbr.—Febr.	40	20	Butiksbelysning & Lysskilte.
	6—22		Forbudt.	8	Varme.
Assens	7 - 19		50	30	Butiksbelysning.
	7—23		12	8	Varme.
Esbjerg	Uoplyst.		50	10—20	Teknisk Brug.
Frederiksberg	16—22	Nov., Dec., Jan.	30	7—14	Fra Lavsp.værk til Motorer,
	17—22	Oktbr., Febr.			Varme etc. Rabat.
	18—22	Septbr., Marts.	13	6—10	Fra Højsp.værk til Motorer. Rabat.
	19—22	Aug., April.	30	10	Husholdning.
	20—22	Maj, Juni, Juli.			
	6—22		30	10	Vindues- & Reklamebel.
Helsingør	?—20		50	20	Kraftforbrugere.
Hillerød	Uoplyst.		Forbudt.	11—15	Forbr. over 10 000 pr. Aar. Rabat.
Hjørring	5—23		60	15	Varme paa Lysmaaler.
Horsens	?—19		50	35	Restaurationer & Hoteller.
				30	Reklame- & Butiksbel.
Kolding	Uoplyst.		66—46	23—33	Vindues- & Reklamebel.
København	16—22	Oktbr.—April.	Forbudt.	4—12	Mindst 25 kWh. Ikke Kraner o. l.
Nakskov	6—22		15	7	Varme.
Nyborg	7—22		15	10	Varme.
Nykøbing F.	13½—22 og 7—12		Forbudt.	8	?
Nørresundby	6—23		30	10	Kraft.
Odder	Uoplyst.	Novbr., Dec.	Forbudt.	15	Kraftforbrugere 17 Øre pr. kWh ved Enkelttarif. Rabat.
Odense	16—18	15.Nov.-15.Jan.	25	5—15	Større Anlæg. 20 Øre pr. kWh ved Enkelttarif. Rabat.
Randers	13½—22 og 7—12		Forbudt.	5—6	Varme.
Ringkøbing	16—8	Dec.—Jan.	50	14—28	Kraftforbrugere. Rabat.
	17—7	Nov.—Febr.			
	18—7	løvrigt.			
Roskilde	15½—22	Dec.	45	12½—25	Kraftforbrugere 25 Øre pr. kWh ved Enkelttarif. Rabat.
	16½—22	Nov., Jan.			
	17½—22	Okt., Febr.			
Rønne	19—23		50	30	Forretninger over 500 kWh pr. Aar til Belysning.
Varde	13—21 og 7—12		Forbudt.	7½	Varme.
Viborg	15½—20		Forbudt.	ca. 12½	Kraftforbrugere over 10 000 kWh aarlig.
Oplandscentraler:					
A. R. K. E.	6—23		40	7	Vandopvarmn. el. Foderkogn.
E. G. O.	Natbelastn.		15	10	Varme og Kogning.
Falster	6—12 og 13½—22		?	7½	Varme og Kogning.
Nordsjælland	6½—21½		11	6	Køkken, Varmtvandsakkumulering. Foderkogning.
Nordvestsjælland	5—22		52½	7	
Sønderborg & Aabenraa	Natbelastn.		10	6	Varme.
Østjylland	6—22		?	8	Motorer og Varme.

Digitized by Google

een — højere — Pris i det Tidsrum, da Værket er stærkest belastet, og een — lavere — Pris i de Tidsrum, da Belastningen kun er lille. Disse Tarifbestemmelser har i de senere Aar vundet mere og mere Indpas og anvendes nu ved 22 Bycentraler og 7 Oplandscentraler. I følgende Oversigt er for hvert Værk givet Oplysning om, i hvilket Tidsrum (Spærretiden) man anvender den højeste Pris, om Prisernes Størrelse saavel i som udenfor Spærretiden og endelig om, for hvilke Slags Forbrugere Dobbelttarifferne gælder.

Den almindeligste Form for Dobbelttarif gaar ud paa at holde een — højere Pris — ved Forbrug i et nærmere angivet Tidsrum i Døgnet og een — lavere — Pris ved Forbrug udenfor denne Spærretid. Ofte er det saaledes, at Forbrug indenfor Spærretiden overhovedet er forbudt, medens omvendt en Del Værker kun lader Spærretiden gælde i visse Vintermaaneder, eller lader Spærretiden variere med Maanederne, saalades at den begynder tidligere paa Dagen i de mørke Vintermaaneder. Den Pris, som skal betales ved Forbrug udenfor Spærretiden, staar i meget forskellige Forhold til Grundtaksten, og hertil kommer, at en Del Værker kombinerer Dobbelttarifferne med Rabatbestemmelserne. Ved enkelte Værken kan Forbrugerne vælge mellem Enkelttarif eller Dobbelttarif, og i saa Fald er Prisen i Spærretiden som Regel højere end Prisen efter Enkelttariffen. Endelig skal det anføres, at Dobbelttarifferne som Regel ikke gælder Forbrug i Almindelighed, men kun visse Forbrugsgrupper, f. Eks. Varme, Reklamebelysning, Kraft o. l.

Som en tredie Form for Rabat kunde nævnes Inddelingen i forskellige Forbrugsgrupper eller Inddeling efter forskellig Anvendelse af Elektriciteten, hvor nogle Grupper betaler en lavere Enhedspris end andre. I følgende Oversigt er givet Oplysning for de Bycentraler, som har Tarifbestemmelser i denne Retning.

	Almindelig Pris pr. kWh.		Særlige Prisbestemmelser for	Bestemmelsernes Indhold
	Lys	Kraft		
Aarhus	35	20	Butiksbelysn. & Lysskilte	Dobbelttarif
			Varme	8 Øre pr. kWh med Spærretid
			Krananlæg	Ingen Rabat
Assens	50	30	Butiksbelysning	Dobbelttarif
			Varme	Dobbelttarif
Brande	40	20	Varme	20 Øre pr. kWh
Faaborg	50	30	Varme	12—15 Øre pr. kWh
Fredericia	50	25	Butiksreklame, Hoteller og Restaurationer	Rabat
			Forbrugere over og under 10 000 kWh	Forskellig Rabat

Digitized by Google

	Almindelig Pris pr. kWh. Lys	Kraft	Særlige Prisbestemmelser for	Bestemmelsernes Indhold
Hammel	40	20	Varme	12 Øre pr. kWh
Helsingør	50	30	Husholdningsbrug	20 Øre pr. kWh
			Butiksbelysning	Dobbelttarif
Hjørring	60	30	Butiks- & Reklamebel.	Rabat
			Varme	Dobbelttarif
Hobro	60	33	Husholdning	20 Øre pr. kWh
Horsens	50	25	Restaurat. & Hoteller	Dobbelttarif
Kerteminde ...	43	22	Billedteatre, Batteriopladn. & Fotografering	30 Øre pr. kWh
Kolding	66	34	Vindues- & Reklamebel.	Dobbelttarif
Korsør	50	30	Husholdningselektricitet	10 Øre pr. kWh
			Kontinuerlige Bedrifter	15 Øre pr. kWh
Køge	50	29	Butiks- & Reklamebel.	Rabat
Maribo	45	25	Vindues- & Reklamebel.	Rabat
Nakskov	60	30	Butikker, Værkst., Hoteller, Restaurat., Sommerrestaur. & Biografteatre	Rabat
			Varme	Dobbelttarif
Nyborg	50	30	Varme	Dobbelttarif
Nykøbing F. ..	45	25	Butikker, Værksteder, Lagre, Skilte	Maksimaltarif
Otterup	40	25	Ikke-Andelshavere	Højere Priser
Randers	40	20	Ny tiltrædende Forbrugere i Oplandet	Højere Priser
			Butiksbelysning	Maksimaltarif
			Husholdningselektricitet	Lavere Pris
			Varme	6 Øre pr. kWh med Spærretid
Rønne	50	22	Forretninger med over 500 kWh til Lys og Forbrug	Dobbelttarif
Skagen	70	40	Varme	12 Øre pr. kWh
Skive	50	22	Vandværk & Teglværk	10 & 12 Øre pr. kWh
Stege	45	30	Varme	30 Øre pr. kWh
Struer	50	30	Varme	30 Øre pr. kWh
Sønderborg ...	50	25	Kraner m. v.	Ingen Rabat
Varde	40	25	Butikker, Værksteder, Kontorer, Lagre	Særlig Tarif
			Varme	Dobbelttarif
Vejen	45	25	Husholdningselektricitet	15 Øre pr. kWh
Ølgod	50	20	Varme	20 Øre pr. kWh

Digitized by Google

For Oplandscentralerne er givet en tilsvarende Oversigt.

	Almindelig Pris pr. kWh. Lys	Kraft	Særlige Prisbestemmelser for	Bestemmelsernes Indhold
A.R.K.E	80	40	Opvarmning af Vand eller Foderkogning	Dobbelttarif
Bjerge-Hatting	70	30	Varme	30 Øre pr. kWh
E.G.O.	50	20	Varme og Kogning	Dobbelttarif m. Rabat
Falster	60	30	Varme	15 Øre pr. kWh
Framlev	40	20	Husholdningselektricitet	12 Øre pr. kWh
			Vandopvarmning	6 Øre pr. kWh fra Kl. 23—6
Han Herred ..	100	50	Malkemaskiner	25 Øre pr. kWh
Hjørring	60	30	Malkemaskiner	Rabat 15 Øre pr. kWh
Langeland	120	?	Ikke-Andelshavere	Anden Tarif
Midtsønderjylland	60	25	Landbrugere med eller uden Kraftforbrug	Forskellig Tarif
Nordsjælland..	—	—	Mer eller mindre tæt bebyggede Distrikter	Forskellig Tarif
			Distrikter tilsluttet før eller efter 1920	Forskellig Tarif
			Anlægsudgifternes forskellige Størrelse	Forskellige faste Afgifter
			Køkken, Varmtvandsakkumulering & Foderkogning	Dobbelttarif
Nordvestsjælland	52½	30	Ikke-Garanter	5 Øre mere pr. kWh
Nordvestvendsyssel ..	100	50	Malkemaskiner	15 Øre pr. kWh
			Varme	15 Øre pr. kWh
Nørresundby Opland	40	20	Strygning, Støvsugning	
			Varme	Særlig Tarif
Salling m. fl. Herreder ...	72	27	Sæsonforbrugere (Teglværker, Pumpest.)	Rabat
Sdrborg & Aabenraa Amter	50	25	Varme	Dobbelttarif
Sønderjyllands Vestk.	60	30	Varme	8½ Øre pr. kWh

Digitized by Google

De Tarifbestemmelser, der anvendes overfor de anførte Forbrugergrupper, er dels Rabat og Dobbelttariffer, hvorom der iøvrigt allerede i det foregaaende er givet fyldigere Oplysninger, dels en lavere (undertiden dog højere) Pris pr. kWh end den almindelige Grundtakst. Det maa tilføjes, at der i Oversigten for Bycentralerne ikke er medtaget de Bestemmelser, som gaar ud paa, at Oplandet skal betale en højere Pris end Byen.

Endelig skal anføres. at enkelte Værker gør de ovenfor behandlede kWh-Priser betinget af, at Brændselspriserne ikke ændres, idet man ved en Stigning i disse forbeholder sig ligeledes at hæve Elektricitetsprisen. Idet der med Hensyn til Enkeltheder henvisese til Oversigten i »Elektroteknikeren«, skal blot anføres, at der ved følgende Værker er taget Forbehold i denne Henseende: Frederiksberg, Hjørring, Kerteminde, København, Nakskov, Nykøbing F., Randers, Skagen, Skive, Struer og Thrige.

I det foregaaende er behandlet Værkernes Pris pr. kWh og de forskellige Maader, hvorpaa denne differentieres overfor de forskellige Forbrugergrupper.

I det følgende skal nu undersøges, i hvilken Udstrækning de danske Elektricitetsværker anvender faste Afgifter, som ikke varierer med Antal solgte kWh, men efter andre Kriterier.

Der er her en karakteristisk Forskel mellem Bycentralerne og Oplandscentralerne, idet Bycentralerne kun i ringe Grad anvender faste Afgifter (med Undtagelse af Maalerleje), hvorimod disse er det normale ved Oplandscentralerne.

Som en Mellemform mellem kWh Priser og faste Afgifter skal nævnes Afgifterne efter Størrelsen af den maksimale Belastning. Ved en teoretisk Betragtning vil man være tilbøjelig til at betegne saadanne Tarifbestemmelser som meget rationelle, men ikke desto mindre findes de kun ved ganske enkelte Værker, nemlig følgende:

Aabenraa lader Lysforbrugerne vælge mellem flere Tarifformer, hvoraf den ene gaar ud paa at opkræve 20 Øre pr. kVA + 5 Øre pr. kWh.

Falster opkræver for Kraftforbrug i Haandværk 18 Kr. pr. HK eller 24 Kr. pr. kWmax.

Nakskov opretter Kontrakter med Kraftforbrugerne, hvorefter der opkræves 40 Kr. pr. kW max + 9 Øre pr. kWh for de første 5000 kWh pr. Aar og Rabat for større Forbrug. Ved Natdrift kan Maksimalafgiften dog bortfalde.

Nykøbing F. opkræver 16 Kr. pr. installeret hW Lys i Butikker, Værksteder, Lagre o. l. samt Lysskilte, eller hvor der er Maksimumsmaaler 20 Kr. pr. beslaglagt kW, samt 20 Øre pr. kWh.

Varde opkræver for Butikker, Værksteder, Kontorer, Lagre o. l. en

Digitized by Google

Grundafgift paa 18 Kr. pr. hW installeret Lys + 15 Øre pr. kWh eller 20 Kr. pr. hW beslaglagt + 15 Øre pr. kWh.

Østjylland opkræver efter Tarif II. 40 Kr. pr. HK eller pr. kW max samt 10 Øre pr. kWh.

Dernæst skal behandles de egentlige faste Afgifter.

Først skal gives følgende Oplysninger om Værkernes Maalerafgifter.

Oplysninger om Værkernes Maalerafgifter.

Værker uden Maalerleje.

Fredericia.	Lemvig.	Struer.
Hjørring.	Odder.[1])	Tønder.
Holbæk.	Ringkøbing.	Vordingborg.[2])
Kalundborg.	Rønne.	

Værker med kun een Sats for almindelige Maalere.

Aalborg	3.00	Ribe	6.00
Assens	6.00	Roskilde	2.70
Brande	4.20	Sakskøbing	3.00
Hammel	6.00	Varde	3.60
Hobro	3.00	Vejlby	4.00
Køge	3.60	Viborg	4.00
Maribo	3.00	Viby	3.00
Nordsjælland	6.00	Ølgod	6.00
Otterup	3.00		

Værker, hvor Maalerlejen varierer efter Tilslutningens Størrelse.

Aarhus	5.00—20.00	Nyborg	1.60— 7.20
A.R.K.E.	4.00—8.00[3])	Nykøbing F.	3.00— 8.00
Boulstrup	2.00—6.00[3])	Nørresundby	3.00—18.00
Faaborg	3.00—12.00	Odense	2.00— 8.00
Framlev	2.00—10.00	Randers	3.00—10.00
Frederiksberg	4.00—18.00	Rødby	4.50— 9.00
Frederikshavn	4.00—12.00	Skagen	4.20—10.00
Haderslev	4.80—30.00	Slagelse	3.60— 9.00
Hillerød	3.00— 8.00	Stege	3.00— 6.00
Horsens	6.00—24.00	Vejle	3.00—18.00
Hovedgaard	2.00— 4.00		

[1]) Saafremt Forbruget overstiger for Lys 42 kWh, for Kraft 100 kWh.

[2]) Medmindre der ikke har været noget Forbrug i 2 Mdr.

[3]) 5 pCt. af Forbruget.

Digitized by Google

Værker med kun een Sats for Lysmaalere.

Aabenraa	6.00	Nordvestvendsyssel	6.00
Bjerge-Hatting	6.00	Næstved	3.00
Brønderslev	4.20	Rudkøbing	6.00
Ebeltoft	4.00	Silkeborg	1.50
Falster	4.00	Slagelse Opland	6.00
Grenaa	6.00	Stubbekøbing	5.40
Haderslev Næs	10.00	Svendborg	1.50
Han Herred	6.00	Svendborg Opland	4.00
Herning	4.00	Sydøstsjælland	8.00
Kerteminde	2.00	Sønderjyllands Vestkyst	10.00
Korsør	6.00	Thrige	4.00
København	4.00	Tyrstrup Herred	10.00
Langeland	6.00	Vejen	3.00
Nordvestfyn	4.80	Vestbirk Opland	8.00

Værker med kun een Sats for Kraftmaalere.

Bjerge-Hatting	8.00	Næstved	6.00
Brønderslev	6.00	Rudkøbing	12.00
Ebeltoft	8.00	Silkeborg	3.00
Falster	6.00	Slagelse Opland	12.00
Grenaa	10.00	Svendborg	2.50
Haderslev Næs	15.00	Svendborg Opland	6.00
Han Herred	10.00	Sydøstsjælland	12.00
Kettinge-Bregninge	6.00	Sønderjyllands Vestkyst	15.00
Korsør	12.00	Tyrstrup Herred	15.00
Langeland	12.00	Vejen	4.00
Nordvestfyn	7.20	Vestbirk Opland	12.00
Nordvestvendsyssel	12.00		

Værker, hvor Lysmaalerlejen varierer efter Tilslutningens Størrelse.

Aaby	3.00— 9.00	Nørresundby Opland	4.00— 8.00
E. G. O.	9.00—22.50	Randers Opland	4.00— 6.00
Kettinge-Bregninge	3.00— 6.00	Salling m. fl. Hrdr.	4.80—12.80
Kolding	3.00—12.00	Sønderborg	6.00—24.00
Kolding Opland	6.00—40.00	Sønderborg & Aabenraa Amter	10.00—15.00
Middelfart	3.00— 6.00	Østjylland	5.00—10.00
Midtsønderjylland	6.00—15.00		
Nakskov	3.00— 9.00		

Digitized by Google

Værker, hvor Kraftmaalerlejen varierer efter Tilslutningens Størrelse.

Aaby	6.00—18.00	Nørresundby Opland	6.00—10.00
E. G. O.	13.50—27.00	Randers Opland	4.00—10.00
Herning	4.00—24.00	Salling m. fl. Hrdr.	8.00—12.80
Kolding	6.00—24.00	Stubbekøbing	6.00 —
Kolding Opland	6.00—40.00	Sønderborg & Aabenraa	
København	6.00 —	Amter	15.00—20.00
Middelfart	3.00—12.00	Thrige	4.00—10.00
Midtsønderjylland	15.00—20.00	Østjylland	5.00—10.00
Nakskov	4.00—12.00		

Værker med Maalerleje af Dobbelttarifmaalere.

Aarhus	20.00—30.00	Nyborg	12.00—18.00
Assens	16.00	Odense	30.00
Esbjerg	uoplyst	Roskilde	5.40
Frederiksberg	12.00—20.00	Sønderborg & Aabenraa	
Helsingør	20.00	Amter	20.00
Horsens	8.00	Varde	12.00
Køge	12.00—24.00	Østjylland	20.00
Nordsjælland	14.00		

Andre Maalerafgifter.

Aabenraa	Vippemaalere 12,00.
Falster	Varmemaalere 6,00.
Nykøbing F.	Spærreure og Max.maalere 10 % af Anskaffelsesværdien.
Odense	Automatmaalere 4,00.
Randers	Tarifure 10,00 extra.
Sønderborg & Aabenraa Amter	Varmemaalere 10.00.
Varde	Maximalmaalere 12.00.

Der skal herefter foretages en Undersøgelse af de øvrige faste Afgifter, hvorved Værkerne vil blive inddelt i de to Grupper: By- og Oplandscentraler.

Ved Bycentralerne er Anvendelse af faste Afgifter Undtagelsen, idet kun 5 Værker har Tarifbestemmelser i denne Retning.

Aabenraa opkræver af Kraftforbrugerne 15 Kr. pr. HK for den største Motor og 10 Kr. pr. HK for de øvrige Motorer, dog betales ikke Afgift af mere end højst 75 HK.

Nykøbing F. opkræver ved Boligtariffer 12 Kr. pr. Værelse + 15 Øre pr. kWh. For større Kraftforbrugere opkræves 48 Kr. pr. HK, dog kun

Digitized by Google

24 Kr. pr. HK, saafremt Anlæget kun bruges udenfor Belysningstiden. Mindste Installation 50 HK.

Otterup opkræver som Indskud 100 Kr. af Nye Andelshavere.

Rønne opkræver ved Boligtarif 13 Kr. pr. Værelse + 15 Øre pr. kWh.

Varde opkræver ved særlig Husholdningstarif for alm. Beboelseslejligheder 12 Kr. pr. Værelse + 12 Øre pr. kWh.

For Landbrugsejendomme opkræves 30 Øre pr. m² Areal af Stuehus + 6 pCt. af Udhusarealer samt 12 Øre pr. kWh.

Ved Oplandscentralerne spiller de faste Afgifter derimod en langt større Rolle, og ligeledes er det ejendommeligt, at de faste Afgifter for Kraftforbrugerne som Regel er forskellige for Landbrugere og Ikke-Landbrugere.

Først skal gives følgende Oversigt over Oplandscentralernes faste Afgifter (bortset fra Maalerleje) for Landbrugsejendomme.

Oplandscentralernes faste Afgifter for Lysforbrugere.

	Pr. Lampested	Pr. 1000 Kr. Ejendsskyld	Pr. 1000 Kr. Bygnsværdi	Pr. Td. Ld.	Pr. Installation	Pr. Maalerledning	Pr. m² beboet Gulvflade
	Øre	Øre	Øre	Øre	Øre	Øre	Øre
A. R. K. E.	125	—	100	—	—	—	—
Bjerge—Hatting	160	80	—	—	—	—	—
Boulstrup	60	—	—	—	—	—	—
Brende Mølle	—	100[1])	—	—	—	—	—
E. G. O.	240	120	—	—	—	—	—
Falster { Forbrug under 5 Tdr. Ld.	240	—	—	120	1 800	—	—
Falster { — over 5 — —	—	—	—	—	3 600	—	—
Framlev	100	—	—	—	—	—	—
Haderslev Næs	150	—	—	—	—	—	—
Han Herred	100—150	—	—	—	—	—	—
Hovedgaard	180	—	—	—	—	—	—
Kolding Opland	200	—	—	—	—	—	—
Langeland	50	300	—	—	—	—	—
Midtsønderjylland	200	—	—	—	—	600	—
Nordsjælland	60	0—200[1])	300[1])	—	—	—	—
Nordvestsjælland	200	—	—	—	—	—	—
Nordvestvendsyssel	200	—	—	—	—	—	—
Nørresundby Opland	50—500	—	—	—	—	—	—
Salling m. fl. Herreder	160	120	—	—	—	—	—
Slagelse Opland	—	—	—	—	—	—	—
Sydøstsjælland:							
Landbrugsejendomme[2])	—	—	—	77	2 400	—	—
Andre Ejendomme[2])	—	—	—	—	1 200	—	24
Sønderborg og Aabenraa Amter	150	—	—	—	—	600	—
Sønderjyllands Vestkyst	150	—	—	—	—	500	—
Tyrstrup Herred	200	—	—	—	—	—	—
Vestbirk	156	75	—	—	—	—	—
Østjylland	50	—	—	—	—	—	—

[1]) Fælles for Lys- og Kraftforbrug.
[2]) Husholdningstarif.

Digitized by Google

Kun een af Centralerne, nemlig Slagelse Opland, anvender ingen faste Afgifter. De øvrige Centraler med Undtagelse af Sydøstjylland, anvender alle en Afgift pr. Lampested, dog af meget varierende Størrelse.

For Kraftforbrugerne skal meddeles følgende Oversigter.

Oplandscentralernes faste Afgifter for Kraftforbrugere.

	Pr. HK	Pr. 1000 Kr. Ejends.-skyld	Pr. 1000 Kr. Jord-værdi	Pr. 1000 Kr. Bygn.-værdi	Pr. Td. Ld.	Pr. Td. Hrtk.	Pr. Maaler-ledning
	Øre	Øre	Øre	Øre	Øre	Øre	Øre
A. R. K. E.	500	—	100	—	50	—	—
Bjerge-Hatting [5])	320	48	—	—	32	400	—
Boulstrup	200	60	—	—	—	—	—
Brende Mølle [5])	—	100 [1])	—	—	—	—	—
E. G. O.	480	72	—	—	48	600	—
Falster	360 [2])	—	—	—	360	—	—
Framlev	200	100	—	—	75	—	—
Haderslev Næs	200	50	—	—	28	—	—
Han Herred [5])	—	—	200—300	—	—	—	—
Hovedgaard	130	65	—	—	130	—	—
Kolding Opland	200—600 [3])	160	—	—	160	—	—
Langeland	—	360—480 [3])	—	—	—	—	—
Midtsønderjylland	300	100	—	—	—	—	1 500
Nordsjælland [5])	300—1 500 [1])	0—200 [1])	—	300 [1])	—	—	—
Nordvestsjælland	400—800	—	200	—	—	—	—
Nordvestvendsyssel	—	—	400	—	—	—	—
Nørresundby Opland	250—800	50—250	—	—	50 - 250	—	—
Salling m. fl. Herreder	150—300	—	300	—	—	—	—
Slagelse Opland [5])	—	400	—	—	—	—	—
Sdr.borg og Aabenraa Amter	200	—	100	—	—	—	1 500
Sønderjyllands Vestkyst	300	50	—	—	—	—	1 500
Tyrstrup Herred	200	150	—	—	—	—	—
Vestbirk	375	188	—	—	50	—	—
Østjylland [4]) Tarif I	300	—	—	—	—	—	—
— Tarif II	4 000 [4])	—	—	—	—	—	—

[1]) Fælles for Lys- og Kraftforbrug.
[2]) I største Motor.
[3]) Højst 960 Kr.
[4]) Eller pr. kW-max.
[5]) Gælder ogsaa for Ikke-Landbrugsejendomme.

Kun een af Centralerne, nemlig Sydøstsjælland, anvender ingen faste Afgifter. For 6 af de øvrige Centraler gælder de anførte Afgifter ogsaa for Ikke-Landbrugsejendomme.

Digitized by Google

Endelig skal gives følgende Oversigt over Oplandscentralernes faste Afgifter (bortset fra Maalerleje) for Kraftforbrug ved Ikke-Landbrugsejendomme.

	Pr. HK Øre	Pr. 1 000 Kr. Ejendomssk. Øre	Pr. 1 000 Kr. Jordværdi Øre	Pr. Motor Øre	Pr. Maalerledning Øre
A.R.K.E.	1000	—	100	—	—
Boulstrup	400	60	—	—	—
E.G.O.	1200	—	—	—	—
Falster	1800	—	—	600	—
Framlev	400	200	—	—	—
Haderslev Næs	600	—	—	—	—
Hovedgaard	800	—	—	—	—
Kolding Opland	1000	—	—	—	—
Langeland	1200	—	—	—	—
Midtsønderjylland	800	—	—	—	1500
Nordvestsjælland	800—1600	—	—	—	—
Nordvestvendsyssel	1000	—	—	—	—
Nørresundby Opland	525—1600	—	—	—	—
Salling m. fl. Herreder	1000	—	—	—	—
Sønderborg & Aabenraa Amter	500	—	—	—	1500
Sønderjyllands Vestkyst	500	—	—	—	1500
Tyrstrup Herred	600	—	—	—	—
Vestbirk	750	—	—	—	—

Medens Oversigten for Landbrugsejendomme viser et meget broget Billede, synes de faste Afgifter for andre Forbrugere at være mere ensartede, idet man her fortrinsvis paalægger Afgifterne efter Tilslutningens Størrelse.

Digitized by Google

3. AFSNIT

STATISTISKE OPLYSNINGER VEDRØRENDE ELEKTRICITETSFORSYNINGEN I FORSKELLIGE LANDE

1. *Elektricitetsforbruget siden 1900.*

For straks at give et Indtryk af, hvor meget Anvendelsen af Elektricitet er steget siden Aarhundredeskiftet, skal meddeles følgende beregnede Indekstal vedrørende Anvendelsen af Elektricitet, idet Forbruget i de enkelte Aar er angivet som Procent af Forbruget i 1919.

Indekstal over Verdensforbruget af Elektricitet.

1900.....	5
1913.....	50
1919.....	100
1920.....	114
1921.....	123
1922.....	138
1923.....	162
1924.....	180
1925.....	206
1926.....	236
1927.....	269
1928.....	303
1929.....	345

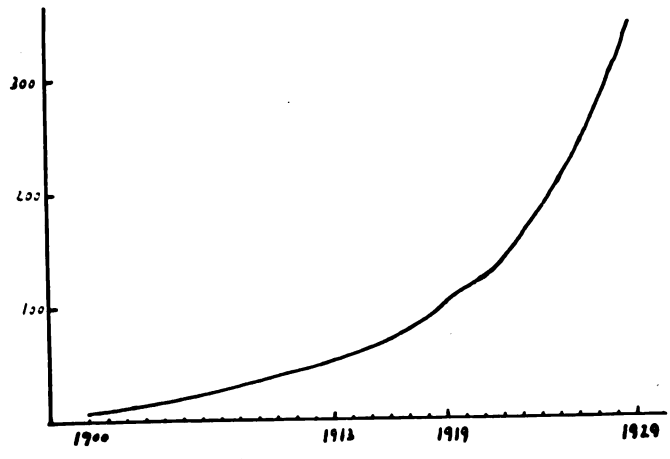


Fig. V.

Indekstallene fremkommer som Gennemsnit af tilsvarende Indekstal beregnet for 18 forskellige Lande og gør selvfølgelig ikke Fordring paa at angive Bevægelsen med Nøjagtighed. For det første har man ved Beregningerne som Regel blot kunnet støtte sig til de ofte meget summariske Oplysninger i den officielle Statistik fra de forskellige Lande, og uden Specialkendskab til de enkelte Landes Forhold er det umuligt at garantere for, at Tal, som tilsyneladende er ensartede, ogsaa er det. Dernæst har man ikke for samtlige Lande kunnet fremskaffe Tal vedrørende Forbruget af Elektricitet, men i Stedet maattet nøjes med andre Oplysninger, som tilnærmelsesvis maa antages at gve Udtryk for Forbruget af Elektrcitet (f. Eks. Værkernes Produktion, Værkernes samlede Effekt eller lign.). Endvidere har man undertiden maattet interpolere Tallene for de Aar, hvorom ingen Oplysninger foreligger, eller kombineret forskellige Slags Oplysninger, f. Eks. i de Tilfælde, hvor der kun foreligger Tal for Forbruget i nogle faa Aar, men derimod andre Oplysninger for en længere Aarrække. Hertil kommer, at Statistikken i en Del Lande ikke vedrører hele Elektricitetsproduktionen, og navnlig spiller det en Rolle, om Statistikken kun vedrører de offentlige Værker, som sælger til direkte Forbrug, eller om Produktionen paa industrielle Anlæg m. v. til eget Forbrug ogsaa er medtaget. For Aarene 1900 og 1913 har de foreliggende Oplysninger været særlig sparsomme, saaledes at de paagældende Indekstal er ganske skønsmæssige, men samtidig maa dog gøres opmærksom paa, at selv om Tallet for 1900 skulde være beregnet 100 pCt. for-

Digitized by Google

kert, d. v. s. at Indekstallet faktisk skulde være 10 (eller $2^1/_2$, hvis Tallet er beregnet for højt), saa spiller dette ingen Rolle, naar man skal have et Indtryk af Udviklingen i det 20. Aarhundrede, og paa samme Maade er det af underordnet Betydning, om Indekstallet for 1913 faktisk er 40 eller 60 i Stedet for som anslaaet 50. Hovedlinjen i Udviklingen er nemlig, trods alle Fejlkilder, meget klar.

Indtil Aar 1900 var Anvendelse af Elektricitet til praktiske Formaal yderst sjælden. Først fra Begyndelsen af dette Aarhundrede tager Udvklingen Fart, og i Tiden indtil Verdenskrigen sker der en stærk, men dog jævn Forøgelse i Forbruget. Selv under Verdenskrigen fortsættes Bevægelsen med omtrent samme Styrke, saaledes at man for de 5 Aar fra 1914 til 1919 kan regne med en Fordobling af Elektricitetsproduktionen. I Aarene derefter fortsættes Stigningen med endnu større Styrke, nemlig mellem 10 og 15 pCt. Fremgang hvert Aar i Forhold til det foregaaende Aar. Kun i 1921 — Kriseaaret — synes Fremgangen at have været mindre.

For at give et klart og anskueligt Billede af den her paaviste Udvikling, er iøvrigt i vedstaaende Figur V givet en grafisk Fremstilling af Bevægelsen i Indekstallet.

I det følgende skal dernæst for de forskellige Lande meddeles en Del Oplysninger saa langt tilbage i Tiden, som det foreliggende Materiale gaar, idet der iøvrigt henvises til den i Slutningen af dette Afsnit givne Literaturfortegnelse. For at give et — omend spinkelt — Grundlag ved Sammenligninger fra Land til Land er endvidere anført Areal og Indbyggertal ved hvert Land.

De Oplysninger, som er givet, er ikke ensartede fra Land til Land, idet Elektricitetsværksstatistiken er udbygget i meget forskellig Grad. Som almindelig Regel kan det siges, at man for de Lande, hvis Udvikling i denne Undersøgelse kun er belyst med forholdsvis faa Tal, ikke ved at gaa til Kilderne faar yderligere Oplysninger af Betydning, hvorimod der for de Lande, som her fylder noget, gives en Række yderligere og ofte interessante Oplysninger i Kilderne. Det maa her endvidere nævnes, at Elektricitetsværksstatistikken er i stadig Udvikling, saaledes at det bliver vanskeligere og vanskeligere at følge med i det nyt tilkommende.

Forinden de enkelte Lande behandles, skal for Aaret 1923 gives en samlet Oversigt over Elektricitetsforbruget i en Række vigtigere Lande (efter Handwörterbuch der Staatswissenschaften, 3. Band). Endvidere er efter samme Kilde anført det gennemsnitlige Salg pr. Indbygger for derved bedre at anskueliggøre, hvor meget Elektriciteten er udbredt indenfor de enkelte Landes Grænser.

Forbrug af Elektricitet i 1923.

	Mill. kWh		kWh pr. Indb.
U. S. A.	49 802	Svejts	700
Tyskland	8 600	Kanada	612
Japan	6 925	Norge	493
England	6 400	U. S. A.	472
Frankrig	5 410	Sverige	364
Kanada	5 000	Frankrig	147
Italien	3 400	Tyskland	141
Svejts	2 700	England	139
Sverige	2 144	Japan	88
Norge	1 331	Italien	83
Danmark	270	Danmark	80

Digitized by Google

Oplysningerne er dog aabenbart ikke ensartede. Saaledes er for Tyskland ikke medtaget de private Værker, som kun producerer til eget Forbrug, og for en Række andre Lande afviger Tabellens Tal ogsaa væsentlig fra de i det følgende for hvert enkelt Land meddelte Oplysninger, gennemgaaende synes de at være for lave.

Ser man paa det samlede Forbrug, indtager U. S. A. den ubestridte Førsteplads. Ser man derimod paa Tallene i anden Række, kommer de indbyggerfattige, men vandkraftrige Lande i Forgrunden: Svejts, Kanada, Norge og Sverige.

I den tyske statistiske Aarbog findes tilsvarende Oplysninger for 1928, hvoraf skal hidsættes følgende Oversigt over Produktionen pr. Indbygger.

Elektricitetsproduktion pr. Indbygger 1928.

Norge	2 988 kWh	England	337 kWh
Kanada	1 815 —	Frankrig	319 —
Svejts	1 317 —	Italien	244 —
U. S. A.	942 —	Japan	200 —
Sverige	724 —	Holland	195 —
Tyskland	480 —	Polen	80 —
Belgien	466 —	Rusland	38 —
Østrig	358 —	Rumænien	30 —

For Danmark kan den samlede Produktion anslaas til 130 kWh pr. Indbygger.

Det vil bemærkes, at Tallene er væsentlig højere end i Oversigten for 1923, og dette skyldes dels den almindelige Stigning i Elektricitetsproduktionen, men navnlig den forbedrede Statistik. Hertil kommer, at den sidste Opgørelse vedrører Produktionen, medens Opgørelsen for 1923 vedrører Forbruget, hvilket i Følge Sagens Natur er mindre end Værkernes Produktion.

Efter disse indledende Oversigter skal for hvert Land gives et Uddrag af den foreliggende Statistik, idet Hovedvægten er lagt paa at give et Indtryk af Fremgangens Styrke i det omhandlede Tidsrum.

Danmark (43000 km² — 3.522.000 Indb. i 1928).

	Elektricitetsværkernes Salg		Produktionen paa private Virksomheder til eget Forbrug	Ialt
	Lys Mill. kWh	Kraft Mill. kWh	Mill. kWh	Mill. kWh
1921/22	55	90	—	—
1922/23	65	97	—	—
1923/24	75	112	85	272
1924/25	86	125	90	301
1925/26	95	133	105	333
1926/27	96	142	150	388
1927/28	104	157	170	431
1928/29	110	164	170	444

Elektricitetsforbruget er forholdsvis lille i Danmark, og Stigningen siden Krigen har ligeledes været mindre end i mange andre Lande.

Digitized by Google

Norge (324.000 km² — 2.811.000 Indb. i 1928).

	Generatorernes Effekt 1 000 kW[1])	Lamper Antal 1 000	Lamper 1 000 kW[1])	Tilslutning Drivkraft Antal Motorer	Drivkraft 1 000 kW[1])	Elektrokemi 1 000 kW[1])	Iøvrigt 1 000 kW[1])	Ialt 1 000 kW[1])
1914	560	1 675	61	20 330	180	229	13	483
1916	888	2 283	80	28 277	241	424	29	774
1917	1 028	2 714	104	34 963	343	479	50	976
1918	1 270	3 128	109	39 838	362	568	87	1 090
1919[1]) ..	1 389	3 610	124	44 749	411	570	117	1 222
1920	1 271	4 043	140	49 625	451	567	177	1 335
1921	1 335	4 627	157	53 994	432	491	224	1 304
1922	1 416	4 823	164	57 700	453	550	290	1 457
1923	1 454	5 092	179	61 141	491	535	307	1 512
1924	1 476	5 311	186	64 998	508	583	378	1 655
1925	1 525	5 538	194	70 372	540	614	427	1 775
1926	1 549	5 732	200	74 048	559	631	463	1 853
1927	1 579	5 771	202	75 888	564	655	487	1 908
1928	1 686	5 934	207	80 394	582	676	535	2 000
1929	1 690	6 103	212	85 759	646	721	575	2 154

Elektricitetsforbruget var allerede før Krigen meget stort i Norge, hvilket har bevirket, at Stigningen i Aarene efter Krigen blev mindre end i flere andre Lande.

Sverige (448 000 km² — 6 105 000 Indb. i 1928).

	Antal HK i Kraftmaskiner til Elektrogeneratorer 1000	Produktion Mill. kWh
1901/05	102	—
1906/10	260	—
1911/12	502	—
1913/15	760	1 576
1916/20	1 109	2 395
1921/25	1 467	3 012
1925	1 557	3 673
1926	1 651	4 006
1927	1 656	4 392
1928	1 757	4 409
1929	—	4 982

I Sverige var Elektricitetsforbruget ligeledes meget stort før Krigen, og den procentvise Stigning har da ogsaa her været forholdsvis moderat efter Krigen.

Finland (388 000 km² — 3 354 000 Indb. i 1928).

	Antal HK i Kraftmaskiner til Elektrogeneratorer 1000	Elektromotorer Antal	Elektromotorer 1 000 HK	Produktion Mill. kWh
1909	—	2 633	31	—
1914	—	7 461	101	—
1919	—	9 793	134	—
1923	270	15 940	232	—
1924	303	19 016	257	534
1925	305	21 527	275	541
1926	355	23 148	303	610
1927	390	25 374	341	685
1928	438	28 431	353	—

[1]) Indtil 1919 kVA, fra 1920 kW.

Digitized by Google

Letland (66 000 km² — 1 895 000 Indb. i 1928).

	Vandkraft	Dampkraft	Industriens Kraftmaskiner Petroleum etc.	Ialt	Elektromotorer	Generatorer
	HK	HK	HK	HK	HK	HK
1922	11 024	36 050	1 493	48 567	13 147	—
1923	14 064	48 470	1 651	64 185	18 379	—
1924	16 867	55 817	2 459	75 143	23 824	—
1925	18 127	76 797	3 678	98 602	36 344	—
1926	19 154	74 125	4 939	98 218	38 654	45 698
1927	18 637	98 898	6 483	124 018	45 684	71 871

Rusland.

	De offentlige Værkers Effekt 1 000 kW
Før 1917	466
1917	471
1918	473
1919	479
1920	487
1921	491
1922	503
1923	519
1924	530
1925	579

For samtlige Værker, inkl. Værker med Produktion til eget Forbrug, var Effekten i 1913 ialt 1 078 000 kW, i 1928/29 var Tallet steget til 2 156 000 kW og for 1929/30 regner man med 2 961 000 kW.

Den samlede Produktion udgjorde:

1913	1 945 Mill. kWh	
1925/26.....	3 250 — —	
1926/27.....	3 950 — —	
1927/28.....	5 160 — —	
1928/29.....	6 465 — —	
1929/30.....	8 693 — —	budgetteret.

For de sidste Aar findes følgende Oversigt i Staatsbank der U. d. S. S. R.s Wirtschaftsberichte:

	Værkernes Effekt & Produktion					
	1/10 28		1/10 29		1/10 30	
	1 000 kW	Mill. kWh	1 000 kW	Mill. kWh	1 000 kW	Mill. kWh
Oplandscentraler	529	1 814	663	2 400	1 160	3 706
Fabriksanlæg	924	2 657	1 095	3 240	1 330	4 000
Kommunale Værker ..	254	538	302	650	352	780
Landsbyværker	29	40	35	46	42	69
Kommissariat	57	111	61	123	70	138
Ialt	1 793	5 160	2 156	6 465	2 961	8 693

Trods alle paastaaede Unøjagtigheder i russisk Statistik synes der dog ikke at være Tvivl om, at Elektricitetsprodukionen i de sidste Aar er steget over-

Digitized by Google

ordentlig stærkt, men da Rusland endnu langt fra er helt »elektrificeret«, kan man vente en Fortsættelse af denne stærke Udvikling i de kommende Aar, saafremt der ikke sker uventede Begivenheder.

Polen (388 000 km² — 30 408 000 Indb. i 1928).

	Samlet Produktion Mill. kWh	Produktion paa Værker større end 5000 kW Mill. kWh
1923	1 511	—
1925	1 667	1 297
1926	—	1 441
1927	2 178	1 742
1928	2 406	1 925

I Forhold til Indbyggertallet er Produktionen af omtrent samme Størrelse som i Danmark, altsaa forholdsvis lille. I de sidste Aar har der dog været en meget stærk Stigning.

Tyskland (469 000 km² — 63 800 000 Indb. i 1928).

For dette Land foreligger der, navnlig for de senere Aar, en fyldig Statistik. For de offentlige Værker skal gives følgende Oplysninger fra 1895 og til Tiden før Krigen.

De offentlige Elektricitetsværker.

	Antal	Tilslutning 1000 kW	Solgt Mill. kWh
1895	148	36	—
1897	265	83	—
1899	489	179	—
1900	652	252	—
1901	768	330	—
1903	939	496	—
1905	1 175	655	480
1907	1 530	1 100	730
1909	1 978	1 872	1 200
1911	2 526	2 480	1 800
1913	4 040	3 730	2 800

Fra den kommunale Statistik skal gives følgende Oplysninger fra 1900 til 1924.

Elektricitetsværkerne i de tyske Storbyer.

	Indbyggertal 1000	Værkernes Effekt 1000 kW	Produktion Mill. kWh	Salg til Forbrugere Mill. kWh	Tilslutning Maalere 1000	kW 1000	pr. 1000 Indbyggere Maalere	kW
1900	9 198	183	—	—	57	175	6	19
1905	12 234	348	—	—	139	485	15	39
1910	13 775	621	728	728	304	1 228	23	89
1915	14 653	991	1 388	1 308	782	—	56	—
1920	15 800	1 055	1 458	1 565	1 318	—	82	—
1924	16 805	1 351	1 756	2 197	1 600	3 194	95	190

Digitized by Google

I Produktionen er ikke medregnet Køb af Elektricitet fra andre Værker, og da Bevægelsen i de senere Aar har gaaet i Retning af at forøge Købet, har Følgen været den, at Værkernes Produktion nu er mindre end Salget til Forbrugerne.

Tallene pr. Indbygger er lave i Forhold til de tilsvarende Tal for andre Lande. Man regner med, at der i 1924 var 5 Mill. Husholdninger i de paagældende Byer, og da der kun var 1.6 Mill. Maalere, var altsaa mindre end en Trediedel elektrificerede.

Fra 1925 foreligger en fyldigere Statistik, og nu er endvidere medregnet Produktionen paa de private Værker, som ikke producerer til Salg, men kun til eget Forbrug. Denne Produktion anslog man tidligere til at være 5—6 Gange saa stor som de offentlige Elektricitetsværkers, men dette har vist sig at være en Overdrivelse, idet Produktionen er omtrent lige stor paa de to Grupper af Værker.

Samlet Produktion paa de tyske Elektricitetsværker.

	Offentlige Værker Mill. kWh	Private Værker Mill. kWh	Ialt Mill. kWh
1925	9 915	10 412	20 327
1926	10 208	11 010	21 218
1927	12 317	12 918	25 135
1928	14 146	13 734	27 870
1929	16 392	14 269	30 661

Der synes i de her anførte Aar at være en Tendens til, at Produktionen paa de offentlige Værker stiger noget stærkere end paa de private Værker, der kun producerer til eget Forbrug.

Ungarn (93 000 km² — 8 604 000 Indb. i 1928).

	Værkernes Effekt (hele Ungarn) 1000 HK	Afgivet til Ladningsnettet i Budapest Mill. kWh
1915	—	26.2
1916	—	36.1
1917	—	34.9
1918	—	47.8
1919	—	50.8
1920	—	65.3
1921	280	78.4
1922	—	93.5
1923	289	100.4
1924	—	105.2
1925	384	116.9
1926	—	127.5
1927	487	142.9
1928	—	158.9

Den samlede Produktion i Ungarn er opgjort til 542 Mill. kWh i 1926, til 607 Mill. kWh i 1927 og 680 Mill. kWh i 1928.

Digitized by Google

Svejts (41 000 km² — 4 019 000 Indb. i 1928).

For de offentlige Værker skal anføres følgende Oversigt.

		1912	1916	1919	1922	1925	1927
Produktion	Mill. kWh	—	1540	1837	2032	2738	3361
Tilslutning.							
Antal Motorer	1000 Stkr.	50	82	112	141	178	205
Antal Lamper	1000 —	2876	5710	7618	8480	9600	10 350
Antal Varmeapparater	1000 —	—	145	320	493	712	827
Tilslutning i kW.							
Motorer	1000 kW.	211	302	452	489	593	638
Lamper	1000 —	144	207	263	297	340	372
Varmeapparater	1000 —	47	82	235	377	556	681
Storabonnenter	1000 —	—	107	212	227	280	307
Baner	1000 —	—	41	43	66	94	105
Ialt	1000 kW	402	739	1205	1456	1863	2103

I 1928 udgjorde Produktionen 3 648 Mill. kWh og i 1929 3 736 Mill. kWh. Paa de private Værker produceredes desuden ca. 1 300 Mill. kWh i 1928. Produktionen var allerede før Krigen kommet op paa en overordentlig Højde, og Stigningen efter Krigen har da været forholdsvis svagere end i andre Lande, der er blevet elektrificeret senere. Det maa dog bemærkes, at det kun er den forholdsmæssige Stigning, der har været svagere, idet Forøgelsen i de absolute Tal har været meget stor ogsaa efter Krigen.

Italien (310 000 km² — 41 153 000 Indb. i 1928).

Allerede før Krigen var Elektrificeringen i fuld Gang, i de nærmeste Aar efter Krigen standsede Udviklingen, formentlig som Følge af de indre Uroligheder i Landet, men siden 1922 har Udviklingen atter taget stærk Fart, jfr. følgende Oversigt:

Elektricitetsværkernes Produktion.

	Mill. kWh		Mill. kWh
1908/09	1 098	1924	6 450
1913/14	2 312	1925	7 350
1920	4 550	1926	8 550
1921	4 450	1927	8 970
1922	4 700	1928	9 800
1923	5 650	1929	10 580

Der udarbejdes forskellige Opgørelser, som viser væsentlige Afvigelser fra hverandre, bl. a. som Følge af, at der er medtaget et forskelligt Antal Værker. Den her meddelte Oversigt bygger hovedsagelig paa Banca commerciale italiana: »Movimento economica dell' italia« og omfatter saavidt ses den samlede Produktion paa de offentlige Værker. Desuden produceredes der 1600 Mill. kWh paa private Værker til eget Forbrug i 1927, saaledes at den samlede Produktion i 1929 kan anslaas til over 12 Milliarder kWh.

Digitized by Google

Frankrig (551 000 km² — 41 060 000 Indb.).

	Industriens samlede Dampkraft 1000 HK	Heraf anvendtes til Frembringelse af Elektricitet 1000 HK
1898	1 441	104
1900	1 791	139
1910	2 913	390
1913	3 539	783

	Elektricitetsværkernes Dampmaskiner 1000 kW
1919	495 (de gamle Grænser)
1920	823
1921	970
1922	1 223
1923	1 678
1924	2 136
1925	2 223
1926	2 568

I 1923 udgjorde Produktionen 7490 Mill. kWh, i 1927 11 875 Mill. kWh og i 1928 13 800 Mill. kWh. Stigningen i de senere Aar har saaledes været meget stærk.

Belgien (30 000 km² — 7 996 000 Indb. i 1928).

	Produktion Mill. kWh
1923	1 650
1925	2 274
1927	3 243
1928	3 725

Holland (34 000 km² — 7 731 000 Indb. i 1928).

	Maksimalbelastning paa Værkerne 1000 kW	Værkernes Effekt 1000 kW	Antal Forbrugere 1000	Produktion til Ledningsnettet Mill. kWh
1919	167	256	387	397
1920	193	300	466	505
1921	215	359	552	550
1922	239	401	660	629
1924	299	505	—	836
1925	329	576	—	945
1926	360	629	—	1 066
1927	412	688	—	1 238
1928	460	732	—	1 403
1929	—	—	—	1 610
1930	—	—	—	ca. 1 800

Trods Hollands Mangel paa Vandkraft er Elektricitetsproduktionen meget stor, og Udviklingen siden Krigen har været forholdsvis stærk.

Digitized by Google

Storbritannien (243 000 km² — 45 775 000 Indb. i 1928).

	Salg af Elektricitet i London Mill. kWh
1898	40
1900	65
1905	160
1910	230
1913	320
1919	585
1920	645
1921	640
1922	734
1923	851
1924	965
1925	1 100
1926	1 281

Efter Folkeforbundets: Annuaire statistique international skal for de senere Aar gives følgende Oversigt:

	Elektricitetsværkernes Produktion Mill. kWh
1923	9 952
1924	10 935
1925	11 743
1926	11 766
1927	13 828
1928	14 960

Produktionen paa de private Værker, der kun sælger til eget Forbrug, kan i 1927 anslaas til 1.8 Milliard kWh. For 1929 kan Værkernes Produktion anslaas til 16.9 Milliard kWh, hvortil kommer de private Værkers 1.8 Milliard eller ialt næsten 19 Milliarder.

Der er i de senere Aar gjort et stort Arbejde for at bringe Elektrificeringen ind i rationelle Baner; The Electricity Commission spiller herved en betydelig Rolle.

Tyrkiet (1 266 000 km² — 13 850 000 Indb. i 1928).

	Produktionens Størrelse i Konstantinopel var i	
1925	45.8	Mill. kWh.
1926	51.2	— —
1927	55.7	— —
1928	62.2	— —

U. S. A. (7 997 000 km² — 120 013 000 Indb. i 1928).

Produktion	Værkernes Effekt 1000 HK	Produktion Mill. kWh
1902	3 177	4 768
1907	6 618	10 621
1912	11 191	17 572
1917	17 137	32 679
1922	24 415	47 654
1927	37 736	80 205

Digitized by Google

Siden 1919 bygger Beregningerne over den samlede Elektricitetsproduktion paa Oplysninger fra Værker med 95 pCt. af den samlede Effekt. Statistikken omfatter »central stations, electric railways, steam railroads generating electricity for traction and certain other plants«.

Produktion	Mill. kWh	Produktion	Mill. kWh
1919	38 921	1925	65 870
1920	43 555	1926	73 791
1921	40 976	1927	80 205
1922	47 654	1928	87 850
1923	55 665	1929	97 352
1924	59 014		

I Aarene siden Krigen har der hvert Aar været en meget betydelig Forøgelse i Produktionen, men da U. S. A. var det Land, hvor Elektriciteten først vandt større Udbredelse, har den procentvise Fremgang ikke været saa stor som i Lande, der er kommet senere med.

Til de anførte Tal kommer Produktionen paa Fabrikker m. v. til eget Forbrug, i 1929 anslaaet til over 20 Milliarder kWh, hvorved den samlede Produktion i U. S. A. bliver 120 Milliarder kWh i 1929.

Kanada (9 543 000 km² — 9 645 000 Indb. i 1928).

Produktion	Mill. kWh	Produktion	Mill. kWh
1919	5 497	1925	10 110
1920	5 895	1926	12 093
1921	5 614	1927	14 549
1922	6 741	1928	16 337
1923	8 099	1929	17 628
1924	9 315		

Baade absolut og i Forhold til Indbyggertallet er Elektricitetsproduktionen i Kanada meget betydelig. Allerede før Krigen var man kommet op paa meget store Tal, og i Aarene siden Krigen er Elektrificeringen fortsat med betydelig Hastighed.

Japan (381 000 km² — 62 122 000 Indb. i 1928).

			Tilslutning	
	Værkernes Effekt 1 000 kW	Produktion Mill. kW	Lysforbrugere 1 000 kW	Kraftforbrugere 1 000 kW
1913	597	—	145	—
1914	716	—	159	—
1915	772	—	166	—
1916	805	—	181	—
1917	876	—	173	—
1918	984	—	202	—
1919	1 133	—	237	—
1920	1 378	—	279	—
1921	1 527	—	328	—
1922	1 779	—	402	—
1923	2 063	6 145	437	1 288
1924	2 238	7 331	529	1 360
1925	2 768	8 172	604	1 557
1926	3 203	9 313	718	1 710
1927	3 467	10 559	—	1 793

Digitized by Google

Australien (7 704 000 km² — 6 337 000 Indb. i 1928).

	Værkernes Effekt 1000 HK	Produktion Mill. kWh
1908	67	—
1909	87	—
1910	94	—
1911	107	—
1912	132	—
1914	173	—
1917	—	461
1918/19	239	487
1919/20	230	546
1920/21	267	648
1921/22	280	802
1922/23	327	985
1923/24	506	1 375
1924/25	627	1 537
1925/26	645	1 730
1926/27	759	1 988
1927/28	804	2 194

New South Wales.

	Elektriske Motorer i Industrien 1000 HK	Elektricitetsværkernes Maskinkraft 1000 HK	Produktion Mill. kWh
1901	0.3	3.5	—
1911	21	55	135
1920/21	104	112	342
1926/27	204	271	799

New Zealand (267 000 km² — 1 471 000 Indb. i 1928).

Produktion	Mill. kWh	Produktion	Mill. kWh
1918/19	76	1924/25	310
1919/20	117	1925/26	477
1920/21	170	1926/27	633
1921/22	194	1927/28	790
1922/23	207	1928/29	960
1923/24	258		

Produktionen er i de senere Aar steget overordentlig stærkt.

Sydafrika (3 951 000 km² — 11 173 000 Indb. i 1928).

	Værkernes Produktion Mill. kWh	Forbrug Mill. kWh
1918/19	1 219	1 086
1919/20	1 277	1 142
1920/21	1 276	1 135
1923/24	1 442	1 269
1924/25	1 581	1 376
1925/26	1 761	1 517
1926/27	1 889	1 694
1927/28	2 110	1 807

Digitized by Google

II. *Vandkraftens Betydning.*

Samlede Oversigter over Verdens Vandkraft, saavel den disponible som den udnyttede, findes bl. a. i Handwörterbuch der Staatswissenschaften (efter Technik und Wirtschaft« 1924) og i et italiensk Værk (Giorgio Mortara: Prospective Economiche, Milano 1929). Der findes imidlertid saa store Afvigelser mellem de to Opgørelser, navnlig med Hensyn til den disponible Vandkraft, at man fristes til at lægge dem til Side som helt værdiløse. For at give et lille Indtryk af Vandkraftens Betydning skal dog alligevel anføres den tyske Opgørelse som den formentlig paalideligste, idet de italienske Tal for den udnyttede Kraft vedføjes.

	Efter Handwörterbuch:		Efter Mortara:
Europa:	Vandfaldenes Styrke Mill. kW	Udnyttet Vandkraft 1923 Mill. kW	Udnyttet Vandkraft 1929 Mill. kW
Storbritannien og Irland	410	175	—
Spanien	4 200	883	800
Frankrig	3 290	980	2 000
Italien	6 300	1 073	3 000
Danmark	324	6	—
Tyskland	4 200	700	1 200
Østrig	2 586	407	600
Jugoslavien	6 265	116	—
Sverige	8 120	980	1 300
Rusland	43 666	571	250
Norge	8 540	840	1 600
Finland	1 050	133	—
Polen	2 556	87	—
Czekoslovakiet	1 205	109	—
Svejts	3 000	602	1 900
Lande udenfor Europa:			
Australien	6 330	200	—
Japan	10 000	1 200	2 100
Sibirien	70 000	62	—
Britisk Indien	18 900	105	—
Nederlandsk Indien	6 000	56	—
Kanada	14 000	2 259	3 800
U. S. A.	47 900	6 839	9 600
Meksiko	4 200	280	—

Efter den italienske Opgørelse skulde Verdens samlede Vandkraft udgøre 329 450 Mill. kW, hvoraf de 30 510 Mill. kW er udnyttet pr. 1929.

Til yderligere Belysning af, hvor vanskeligt det er at indsamle ensartede internationale Oplysninger, skal efter »Power Resources of the World« meddeles to Opgørelser.

Digitized by Google

Vandkraftens Størrelse i nogle vigtigere Lande 1914.

	Efter Electrical World 1000 HK	Efter U. S. A. Geological Survey 1000 HK
Norge	12 290	9 500
Frankrig	8 000	5 400
Svejts	8 000	2 500
Sverige	7 000	3 000
Spanien	4 400	4 000
U. S. A.	64 000	35 000
Sibirien	51 000	8 000
Kanada	26 000	18 250
Brasilien	25 000	26 000
Japan	14 000	4 500

For enkelte Lande skal yderligere gives nogle Oplysninger om Vandkraftens Betydning ved Elektricitetsproduktionen. Det vil heraf fremgaa, at Vandkraftens Betydning ved Elektricitetsproduktionen er meget forskellig fra Land til Land. Vandkraften betyder for Lande som England og Danmark praktisk taget intet, medens omvendt Lande som Norge, Svejts, Italien og Kanada m. v. producerer næsten al Elektricitet ved Vandkraft. Endelig indtager U. S. A., Japan, Finland, Frankrig o. a. en Mellemstilling.

Danmark. 98 Vandkraftanlæg i 1928/29 med 13 001 HK, heraf har Gudenaacentralen 5 400 HK, Anlægene ved Bygholm og Vestbirk ialt 2 100 HK, og ved Karlsgaarde 900 HK.

Norge. Den »utnyttbare kraft ved minstevannføring efter fremtidig regulering« er beregnet til 9 200 000 kW, hvoraf Statens Vandfald har 1 614 000 kW. Der er pr. 1929 udnyttet 1 195 000 kW.

Produktionen paa Brændselscentraler er ganske ringe.

Sverige. Den disponible Kraft ved Middel Vandmængde er pr. 1928 beregnet til 15 827 000 HK, hvoraf 1 481 000 HK er udbygget.

Fabriksindustrien anvender i 1928 til Drivkraft 2 135 000 HK, heraf Vandkraft 1 474 000 HK, Dampkraft 599 000 HK, iøvrigt 62 000 HK. Til Elektrogeneratorer anvendes 1 757 000 HK, heraf paa egentlige Elektricitetsværker 1 157 000 HK.

I 1929 produceredes kun 8 pCt. eller 390 Mill. kWh paa Brændselscentraler.

Finland. I 1928 var der paa Vandkraftanlæggene installeret 244 000 HK og paa Brændselskraftanlæggene 345 000 HK.

Tyskland. I 1925 udgjorde den samlede Produktion 20.3 Milliarder kWh, heraf hidrørte 15.2 fra Brændselscentraler, 2.9 fra Vandkraft, 0.2 fra Olie og 2.1 fra Gas. I 1929 var den samlede Produktion steget til 30.7 Mill. kWh. hvoraf 3.5 Mill. kWh fra Vandkraftanlæg. Værkernes Kraftmaskiner fordeltc sig i 1925 som følger:

	Antal	1000 kW
Dampmaskiner og -Turbiner	8 635	7 169
Vandkraftanlæg	3 691	1 020
Olie	1 512	199
Gas	861	445
Vind	11	—

Østrig. I 1927 udgjorde Produktionen paa Vandkraftanlæggene 1.6 Milliarder kWh og 0.8 Milliarder kWh paa Brændselscentralerne.

Digitized by Google

Rumænien. I 1927 udgjorde Produktionen paa Vandkraftanlæggene 242 000 kWh og 258 000 kWh paa Brændselscentralerne.

Svejts. I 1927 var der paa de offentlige Vandkraftanlæg installeret 855 000 kW og paa Brændselskraftanlæggene 59 700 kW.

Italien. I 1928 var der paa Vandkraftanlæggene installeret 2.9 Mill. kW og paa Brændselskraftanlæggene 0.6 Mill. kW. Produktionen paa de sidstnævnte udgør kun 3—4 pCt. af den samlede Produktion.

Frankrig. I 1927 produceredes af Vandkraftcentraler 4 945 Millioner kWh og af Brændselscentraler 6 930 Mill. kWh. Den installerede Maskinkraft paa Vandkraftcentralerne udgjorde 1 682 444 kW i 1926, hvoraf dog kun de 832 000 kW kunde regnes som normalt disponible. Paa Brændselscentralerne var installeret 4 767 000 kW, hvoraf der dog kun kunde disponeres over 3 426 000 kW samtidig.

England. Praktisk taget alle Værkerne er Brændselscentraler.

Japan. I 1925 udgjorde Produktionen paa Vandkraftanlæggene 7.2 Milliarder kWh og paa Brændselscentralerne 1 Milliard kWh. Den installerede Maskinkraft udgjorde i 1927 paa Vandkraftanlæggene 1 791 000 kW og 896 000 kW paa Brændselscentralerne. I 1920 var Tallene henholdsvis 659 000 kW og 295 000 kW.

U. S. A. Af den samlede Produktion paa de offentlige Værker i 1929 hidrørte 34.6 Milliarder kW fra Vandkraftanlæg og 62.7 fra Brændselsanlæg. I 1926 var de tilsvarende Tal 26.1 og 47.6 og i 1920 henholdsvis 16.2 og 27.4. Der er saaledes ikke sket nogen væsentlig Forskydning mellem de to Grupper i det omhandlede Tidsrum.

Kanada. I 1928 udgjorde Produktionen paa de offentlige Vandkraftanlæg 15.7 Milliarder kWh og 231 Millioner kWh paa Brændselscentralerne. Maskinkraften var 4 445 000 HK paa Vandkraftanlæggene og 182 000 paa Brændselscentralerne.

III. *Elektricitetsproduktionens Størrelse paa forskellige Tidspunkter af Aaret.*

I en Del Lande har man i de senere Aar udarbejdet maanedlige Oversigter over Elektricitetsproduktionen, enten for samtlige Værker eller for et vist Antal af de større Værker.

For *Tyskland* skal efter Wirtschaft und Statistik meddeles følgende Tal for den maanedlige Elektricitetsproduktion siden 1925.

Elektricitetsproduktionen ved 122 af de største Værker

(med ca. Halvdelen af den samlede Produktion).

	1925 Mill. kWh	1926 Mill. kWh	1927 Mill. kWh	1928 Mill. kWh	1929 Mill. kWh	1930 Mill. kWh
Januar	899	908	1 036	1 239	1 444	1 556
Februar	800	811	934	1 126	1 280	1 393
Marts	856	866	1 013	1 170	1 307	1 430
April	778	751	913	1 049	1 298	1 292
Maj	793	747	939	1 084	1 302	1 296
Juni	772	750	869	1 084	1 297	1 171
Juli	836	784	937	1 124	1 371	1 269
August	859	824	1 011	1 215	1 437	1 272
September ...	882	880	1 068	1 227	1 421	
Oktober	923	955	1 152	1 357	1 585	
November ...	914	996	1 219	1 305	1 576	
December	977	1 096	1 307	1 395	1 576	

Digitized by Google

Gennemsnitlig Produktion pr. Arbejdsdag.

	1925 Mill. kWh	1926 Mill. kWh	1927 Mill. kWh	1928 Mill. kWh	1929 Mill. kWh	1930 Mill. kWh
Januar	34.6	36.3	41.4	47.6	55.5	59.8
Februar	33.3	33.8	38.9	45.1	53.4	58.0
Marts	32.9	32.1	37.5	43.3	52.3	55.0
April	32.4	31.3	38.1	45.6	52.0	53.8
Maj	31.7	31.1	37.6	43.3	52.0	49.9
Juni	30.9	28.9	35.6	41.7	51.9	48.8
Juli	31.0	29.0	36.0	43.2	50.8	47.0
August	33.0	31.7	37.5	45.0	53.2	48.9
September ...	33.9	33.9	41.1	49.1	56.8	
Oktober	34.2	36.7	44.3	50.3	58.7	
November ...	38.1	39.9	46.9	52.2	63.0	
December ...	39.1	42.2	50.3	58.1	65.7	

Salg til industrielt Brug ved 103 af de største Værker; kWh pr. tilsluttet kW gennemsnitlig pr. Arbejdsdag.

	1925	1926	1927	1928	1929	1930
Januar	3.97	3.53	4.10	4.60	4.83	4.59
Februar	4.02	3.49	4.10	4.56	4.84	4.67
Marts	3.84	3.29	3.92	4.44	4.70	4.38
April	3.97	3.39	4.15	4.67	4.72	4.40
Maj	3.91	3.43	4.15	4.34	4.71	4.16
Juni	3.87	3.21	4.02	4.26	4.87	4.20
Juli	3.75	3.24	4.07	4.44	4.59	3.96
August	3.85	3.47	4.13	4.42	4.68	
September ...	3.86	3.64	4.40	4.69	4.97	
Oktober	3.62	3.84	4.46	4.50	4.65	
November ...	3.92	4.07	4.53	4.30	4.81	
December ...	3.73	4.09	4.64	4.89	4.99	

Som det vil ses, er de sæsonmæssige Variationer langt svagere for Kraftforbruget end for den samlede Elektricitetsproduktion.

Fra 1924 foreligger maanedlige Indekstal over Elektricitetsproduktionen i *England*, udarbejdet af The economic and statistical department, the British Electrical and Allied Manufacturers Association. Formaalet med dette Indeks har først og fremmest været at give et Udtryk for de industrielle Konjunkturer, og man har derfor ikke medregnet saadanne Værker, som sælger en væsentlig Del af deres Elektricitetsproduktion til Lysforbrugere, f. Eks. Værkerne i London. Produktionen i Finansaaret 1923/24 er sat = 100 pCt.

Digitized by Google

Indekstal for engelske Elektricitetsværkers Produktion.

1923/24 = 100	1924	1925	1926	1927	1928	1929	1930
Januar	111	129	139	158	174	187	192
Februar	123	135	141	157	170	195	198
Marts	121	131	135	147	170	172	184
April	107	113	119	144	149	165	160
Maj	107	116	93	138	140	156	157
Juni	104	102	100	126	141	156	140
Juli	99	102	91	123	131	146	143
August	99	103	96	123	130	148	133
September	108	116	105	138	150	156	
Oktober	117	126	125	152	161	179	
November	131	145	136	166	178	203	
December	127	142	148	180	181	192	

Foruden ovenstaaende almindelige Produktionsindeks har man beregnet særlige Indeks for forskellige Omraader af Landet, hvor bestemte Industrigrene er dominerende, hvorved man i nogen Grad skulde faa et Udtryk for, hvordan Udviklingen foregaar i de paagældende Industrier. For 1928 er disse Tal meddelt i følgende Oversigt.

1923/24 = 100 1928	Coal Mining, Iron & Steel, Shipbuilding, Heavy Engineering	General Engineering & Automobile Construction	Chemicals	Marine Transport, Dooks etc.	Textiles, Cotton & Wool
Januar	162	195	232	199	172
Februar	162	188	249	195	164
Marts	165	192	252	195	159
April	149	164	226	164	132
Maj	136	170	223	163	125
Juni	138	160	248	158	130
Juli	127	149	248	151	124
August	131	131	227	147	116
September	145	164	263	175	138
Oktober	153	185	245	189	154
November	164	215	240	206	169
December	171	210	195	210	176

Fra *U. S. A.* skal gives følgende Tal for Elektricitetsproduktionen pr. Maaned i Aarene 1920—29.

Den gennemsnitlige daglige Produktion i U. S. A.

Mill. kWh	1920	1921	1922	1923	1924	1926	1927	1928	1929
Januar	123	114	123	153	168	198	218	235	266
Februar	120	114	124	155	167	201	217	236	265
Marts	119	110	124	153	162	199	217	234	258
April	118	108	120	149	158	194	214	228	262
Maj	115	106	124	150	155	189	213	230	260
Juni	117	108	128	151	152	197	215	233	258
Juli	116	106	125	147	149	193	208	230	257
August	118	110	131	150	153	199	214	242	267
September ...	120	112	135	151	161	207	220	248	267
Oktober	120	115	140	160	168	213	223	256	
November ...	122	121	147	161	168	217	228	256	
December	120	123	149	160	179	220	232	256	

Digitized by Google

For *Svejts* foreligger der for 1929 en maanedsvis Opgørelse over Produktionen med Fordeling paa forskellige Forbrugergrupper.

Produktion i 1929 af Elektricitet til

	Alm. Brug Mill. kWh	Baner Mill. kWh	Kemiske Virksomh. m.v. Mill. kWh	Pumperved Vandkraftbasis Mill. kWh	Udførsel Mill. kWh	Ialt Mill. kWh
Januar	187	22	20	1	93	323
Februar	177	18	15	1	63	274
Marts	161	17	22	3	73	276
April	152	16	36	3	90	297
Maj	138	16	56	8	99	317
Juni	131	20	55	11	98	315
Juli	144	18	56	13	114	345
August	149	17	54	13	113	346
September	148	18	49	16	108	329
Oktober	175	17	43	10	72	317
November	181	18	29	4	68	300
December	181	21	23	4	68	297
Ialt	1 924	218	458	77	1 059	3 736

I *Holland* udarbejdes der fra 1928 en Oversigt over den maanedlige Produktion (til Ledningsnettet) jfr. følgende Oversigt.

Produktion til Ledningsnettet.

	1928 Mill. kWh	1929 Mill. kWh	1930 Mill. kWh
Januar	138	153	168
Februar	120	136	149
Marts	121	134	152
April	106	127	140
Maj	103	115	136
Juni	96	108	122
Juli	99	113	133
August	104	115	133
September	108	125	145
Oktober	132	152	
November	141	160	
December	148	167	

I følgende Oversigt er for de 5 Lande: U. S. A., England, Tyskland, Svejts og Holland paa Grundlag af de ovenfor givne Oplysninger, foretaget en Beregning over Produktionens Varieren med Aarstiderne. Der skal ikke meddeles Enkeltheder ved denne Beregning, men blot anføres, at Tallene angiver de enkelte Maaneders Produktion i Procent af hvert Lands gennemsnitlige maanedlige Produktion. Det tilføjes, at der gennem de betragtede Perioder har været en stadig Stigen i den aarlige Produktion, men denne Stigning er elimineret ved Beregningerne.

Digitized by Google

Indeks over den maanedlige Elektricitetsproduktion.
(Hvert Lands Maanedsgennemsnit = 100)

	U. S. A.	England	Tyskland	Svejts	Holland
Januar	105	113	108	107	123
Februar	104	115	102	90	107
Marts	102	108	97	90	106
April	99	98	97	97	95
Maj	97	94	94	103	87
Juni	97	88	90	102	81
Juli	94	82	89	111	83
August	97	83	93	111	85
September	99	91	100	103	90
Oktober	101	101	103	100	110
November	103	113	110	94	117
December	103	114	117	93	121
Hele Aaret	100	100	100	100	100

Produktionen er langt mere jævnt fordelt i U. S. A. end i de andre Lande. Maksimum (i Januar) er saaledes kun 5 pCt. højere end det maanedlige Gennemsnit, og Minimum i Juli ligger kun 6 pCt. under Gennemsnittet. I Svejts er der Afvigelse paa ca. 10 pCt. til begge Sider; Produktionen fordeler sig i dette Land paa en anden Maade end i de øvrige Lande, idet Maksimum indtræder om Som-

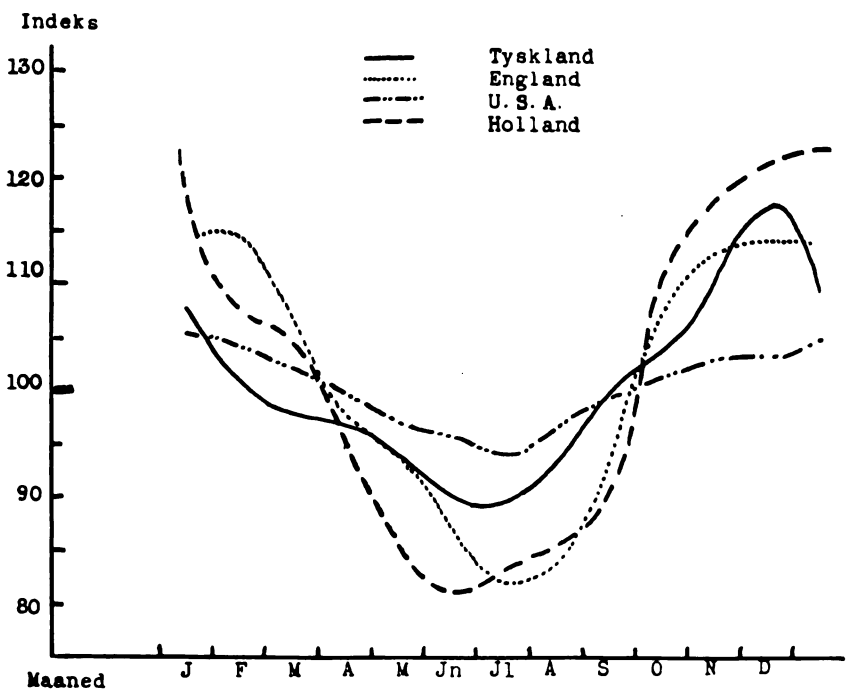


Fig. VI. Indeksberegning for den maanedlige Produktion.
(Hvert Lands Maanedsgennemsnit = 100.)

Digitized by Google

meren, hvilket dels skyldes Udførselen, dels de kemiske Virksomheder, jfr. iøvrigt den foregaaende Oversigt for Svejts. I Tyskland ligger Minimum 11 pCt. under og Maksimum i December 17 pCt. over Gennemsnittet. England har omvendt den største Afvigelse ved Minimum, nemlig 18 pCt., medens Maksimum afviger med 15 pCt. Endelig har Holland de største Afvigelser med 19 pCt. og 23 pCt. for henholdsvis Minimum og Maksimum. I vedstaaende grafiske Fremstilling, Fig. VI, er iøvrigt givet en Illustration af det her anførte, idet Svejts paa Grund af de særlige Forhold ikke er medtaget.

For *Danmarks* Vedkommende er der fra 1930 paabegyndt en maanedlig Produktionsstatistik omfattende Værker, hvis Produktion i 1928/29 udgjorde 91,4 pCt. af Landets samlede Produktion. For de enkelte Maaneder af 1930 er Tallene følgende.

1930	Nettoproduktion 1000 kWh	Modtaget fra andre Værker 1000 kWh	Leveret til andre Værker 1000 kWh
Januar	35 723	14 633	8 639
Februar	28 783	12 492	6 861
Marts	26 708	12 859	6 158
April	20 369	15 585	7 342
Maj	19 766	15 727	8 220
Juni	20 848	11 438	7 620
Juli	24 960	14 001	11 588
August	23 126	14 743	7 909
September	31 492	12 620	10 547
Oktober	29 855	19 002	9 290
November	30 305	22 888	11 375
December	35 494	23 512	10 632

Efter de foreliggende Tal synes Elektricitetsforbruget i Danmark at svinge stærkere end i de før omtalte Lande, idet saavel Maksimum som Minimum synes at afvige 25—30 pCt. fra det maanedlige Gennemsnit.

Foruden de her meddelte Oplysninger skal som Eksempler paa Elektricitetsproduktionens maanedsvise Fordeling i Byerne yderligere gives nogle Tal for Basel og for enkelte danske Elektricitetsværker.

Basel.

	Maksimumsbelastning		Maksimumsydelse pr. Døgn		Minimumsydelse pr. Døgn		Tilslutningens Størrelse
	Dato	kW	Dato	kWh	Dato	kWh	kW
1922....	18/12	15 200	20/12	260 000	30/7	93 000	58 621
1923....	13/12	16 400	13/12	282 000	12/8	107 000	62 179
1924....	11/12	17 600	11/12	323 000	8/6	106 000	66 638
1925....	23/12	19 400	23/12	349 000	2/6	128 000	74 881
1926....	1/12	20 600	1/12	389 000	20/6	147 000	82 688
1927....	20/12	23 200	22/12	429 000	7/8	167 000	90 120
1928....	17/12	25 000	19/12	471 000	28/5	191 000	98 980
1929....	17/12	26 000	20/12	546 000	21/7	202 000	108 300

Den maksimale Belastning udgør som det ses hvert Aar ca. 25 pCt. af Tilslutningens Størrelse; det ses endvidere, at Procenten har været nedadgaaende i det omhandlede Tidsrum, nemlig fra 25,8 pCt. i 1922 til 24,0 pCt. i 1929.

Digitized by Google

1929	Den maksimale Belastning kW	Produktion 1000 kWh	Heraf Lys	Ny Tilslutning i 1929 kW
Januar	23 400	10 998	3 041	605
Februar	22 400	9 595	1 960	354
Marts	21 000	9 284	1 562	736
April	20 700	8 694	1 355	699
Maj	20 500	8 300	1 084	1 304
Juni	19 800	8 446	986	617
Juli	19 900	8 900	1 587	941
August	19 700	8 655	1 128	452
September	20 800	9 526	1 384	1 064
Oktober	23 000	10 001	1 825	1 340
November	25 000	10 348	2 211	1 022
December	26 000	10 558	2 508	610

For *Odense* skal anføres følgende Oplysninger.

1926	Største Maskinbelastning kW	Samlet Produktion 1000 kWh
Januar	4 930	1 610
Februar	4 609	1 367
Marts	3 979	1 306
April	3 990	1 047
Maj	3 455	1 048
Juni	3 060	990
Juli	3 240	1 069
August	4 810	1 233
September	4 495	1 392
Oktober	5 030	1 489
November	5 100	1 578
December	5 913	1 722

Gudenaacentralen.

1928	Produktion 1000 kWh
April	827
Maj	648
Juni	569
Juli	553
August	588
September	528
Oktober	644
November	1 149
December	1 249
1929	
Januar	752
Februar	601
Marts	1 056

Ved Betragtningen af disse Tal maa det erindres, at Centralen er et Vandkraftanlæg med en forholdsvis lille Produktion i Frostperioden.

Digitized by Google

I/S Sydvestjyllands forenede Elektricitetsværker.

1927	Salg til Esbjerg kWh	Salg til Andelsselskabet kWh	Salg til forskellige Kontraktkunder kWh	Ialt kWh
Januar	355 090	175 070	4 414	534 574
Februar	319 160	157 293	3 569	480 022
Marts	305 920	158 314	4 074	468 308
April	265 415	131 461	3 539	400 415
Maj	356 420	107 292	6 158	469 870
Juni	320 300	94 579	6 671	421 550
Juli	551 070	89 965	6 335	647 370
August	608 505	96 444	5 656	710 605
September	506 050	134 006	5 094	645 150
Oktober	471 515	153 428	12 072	637 015
November	381 960	162 583	5 617	550 160
December	413 755	182 199	7 351	603 305
Maanedligt Gennemsnit..	404 600	136 900	5 800	547 300

For at give et mere anskueligt Udtryk af den Forskel, der er mellem Forbruget i de enkelte Maaneder henholdsvis i Esbjerg og Andelsselskabet (der hovedsagelig bestaar af Forbrugere i Landdistrikter) er foretaget følgende Indeksberegning, hvor det gennemsnitlige Maanedsforbrug i 1927 er sat = 100.

	Esbjerg	Andelsselskabet	Hele Forbruget
Januar	88	128	98
Februar	79	115	88
Marts	76	116	86
April	66	96	73
Maj	88	78	86
Juni	79	69	77
Juli	136	66	118
August	150	70	130
September	125	98	118
Oktober	117	112	116
November	94	119	101
December	102	133	110
Hele Aaret	100	100	100

Der er den Ejendommelighed ved disse Tal, at Forbruget i Esbjerg By er langt større i Maanederne Juli—September end i Vintermaanederne, hvorved Esbjerg adskiller sig fra andre Byer, der som Regel har det største Forbrug om Vinteren. I Andelsselskabet afviger Maksimum og Minimum begge 33—34 pCt. fra Gennemsnittet, og i Interessentskabets samlede Produktion er Maksimum 30 pCt. over, Minimum 27 pCt. under Gennemsnittet.

Digitized by Google

IV. *Oversigter over Industriens Anvendelse af Elektricitet og af andre Kraftkilder.*

Danmark. Industri og Haandværk anvendte i 1925 ialt 52 453 Kraftmaskiner med 437 616 HK, heraf var 45 444 Elektromotorer med 184 758 HK, 3 479 Dampmaskiner med 182 436 HK og 2 964 Oliemotorer med 62 174 HK. Det maa herved bemærkes, at en væsentlig Del af Industriens Dampmaskiner m. v. anvendes til at drive Generatorer i saadanne Virksomheder, som ikke køber, men selv producerer Elektricitet.

Norge. De ulykkesforsikringspligtige Industribedrifter (undtagen Anlægs- og Byggeindustrien) havde i 1928 Primær-Kraftmaskiner med ialt 2 242 000 HK, hvoraf 2 131 000 HK hidrørte fra Vandkraftanlæg. 216 000 HK blev direkte anvendt i Industrien, medens de resterende 2 027 000 HK anvendtes til Drift af Elektrogeneratorer; disses Effekt var 1 503 000 kW.

Sverige. I 1927 havde Fabriksindustriens Kraftanlæg ialt 2 018 000 HK, hvoraf 1 418 000 HK ved Vandkraftanlæg, 543 000 HK ved Dampkraftanlæg og 57 000 HK ved andre Maskiner; 362 000 HK anvendtes til direkte Maskindrift, medens 1 656 000 HK anvendtes til Drift af Elektrogeneratorer.

Finland. Industrien anvendte i 1927 Kraftmaskiner med ialt 549 000 HK, hvoraf de 390 000 HK anvendtes til at drive Elektrogeneratorer.

Letland. I 1927 havde Industriens Kraftmaskiner ialt 124 018 HK, hvoraf 18 637 HK ved Vandkraftanlæg, 98 898 HK ved Dampanlæg og 6 483 HK ved andre Maskiner. Elektromotorerne havde 45 684 HK og Elektrogeneratorerne 71 871 HK.

Tyskland. Efter Erhvervstællingen i 1925 fandtes i Haandværk og Industri 160 776 Kraftmaskiner, hvoraf 26 616 Reservemaskiner. Den samlede Maskinkraft udgjorde 21 187 000 HK, hvoraf 6 416 000 HK til Drift af Arbejdsmaskiner, 9 179 000 HK til Drift af Elektrogeneratorer og 5 594 000 HK ved Reservemaskiner.

Ungarn. I 1927 havde Industriens Kraftmaskiner 1 199 000 HK, hvoraf 487 000 HK ved Elektricitetsværkerne.

Bulgarien. I 1927 anvendte Industrien ialt 19 474 HK, hvoraf 6 230 HK til Elektromotorer.

Frankrig. I 1926 anvendtes i Industrien Dampmaskiner med ialt 5,5 Mill. kW, hvoraf 2,6 Mill. kW til Elektricitetsproduktion.

Tyrkiet. I 1928 havde 62 423 industrielle Virksomheder ingen Kraftanlæg, medens saadanne fandtes ved 2 822 Virksomheder. Antallet af Motorer udgjorde 4 850 med 164 000 HK, hvoraf 2 595 Elektromotorer med 87 000 HK.

New South Wales. I 1926/27 anvendte Industrien ialt 559 000 HK, hvoraf 204 000 HK til Elektrogeneratorer.

New Zealand. I 1926/27 anvendte Industrien ialt 409 000 HK, hvoraf 103 000 HK til Elektromotorer.

V. Forskelligt.

Indførsel og Udførsel af Elektricitet fra det ene Land til det andet har ofte en ikke ringe Betydning.

For enkelte Lande skal gives nogle talmæssige Oplysninger, idet tilføjes, at man ved Vurderingen af Tallene bør sammenligne med de tidligere meddelte Oplysninger om Produktionens Størrelse i vedkommende Land.

Danmarks Indførsel fra Sverige er fra Aar til Aar stærkt svingende, i 1927/28 indførtes saaledes ca. 50 Mill. kWh, i 1928/29 ca. 35 Mill. kWh.

Digitized by Google

For *Tyskland* foreligger følgende Oplysninger for 1929.

	Udførsel til 1000 kWh	Indførsel fra 1000 kWh
Svejts	42 809	165 994
Frankrig	60 314	50 133
Østrig	3 226	32 749
Polen	51 778	2 637
Czekoslovakiet	19 056	22
Holland	—	37
Litauen	16	—
Saaromraadet	629	50 655
Ialt	177 828	302 227

Svejts har en meget stor Merudførsel, jfr. følgende Tal.

	Samlet Produktion Mill kWh	Heraf udførtes Mill. kWh
1916	1 540	296
1919	1 837	327
1922	2 032	462
1925	2 734	654
1927	3 361	961
1928	3 648	1 107
1929	3 736	1 059

Indtil 1927 er Udførselsmængden angivet ab Grænsen, derefter ab Værk. Der regnes med et Tab paa 7 pCt. fra Værk til Grænse.

Frankrig indførte i 1926 ialt 400 Mill. kWh og udførte 51 Mill. kWh.

Statistiske Sammendrag af samtlige Værkers *regnskabsmæssige Resultater* findes kun i faa Lande. For Danmarks Vedkommende findes dog forskellige Oplysninger i den aarlige Publikation fra Statistisk Departement.

For adskillige Byer findes derimod i deres Aarbøger eller Beretninger mer eller mindre specificerede Regnskaber.

Som Eksempel paa saadanne regnskabsmæssige Sammendrag skal aftrykkes følgende Oversigt fra »London Statistics« — hvori der i Parantes bemærket yderligere findes en Mængde interessant Stof vedrørende Prisforhold o. m. a.

Londons Elektricitetsværker. 1926/27.

Anlægsudgifter.	
Generation	
Land	352 753 £
Buildings and other permanent works	1 868 093 »
Plant and machinery	7 590 028 »
Main transmission lines	581 830 »
Distribution	
Land	224 981 »
Building and other permanent works	510 911 »
Plant and machinery	1 722 681 »
Mains and services	8 102 750 »
Meters	954 862 »
Other	533 446 »
Motors and other apparatus let on hire	194 122 »
Miscellaneous	1 782 147 »
Ialt Anlægsudgifter	24 418 586 »

Digitized by Google

Driftsudgifter.				
Generation				
Fuel				1 356 702 £
Other costs				513 955 »
Current purchased				449 541 »
Total				2 320 198 »
Distribution				358 381 »
Management				421 320 »
Total working costs				3 089 899 »
Maintenance of public lamps				93 424 »
Rent, rates and taxes				407 610 »
Work done for consumers				144 417 »
Other expenses chargeable to revenue				42 690 »
Ialt Driftsudgifter				3 788 040 £
Indtægter.				
From sale of current				
Lighting and domestics	246 Mill.	kWh	à 2,97 d	3 036 741 £
Public lighting	28 —	—	» 1,67 »	196 543 »
Traction	29 —	—	» 1,32 »	160 403 »
Power	264 —	—	» 1,31 »	1 447 379 »
Bulk	74 —	—	» 0,82 »	252 035 »
Ialt solgt	641 Mill.	kWh	à 1,91 d	5 093 104 £
Maintenance of public lamps				91 302 £
Rental of electrical apparatus				111 138 »
From work done for consumers				145 600 »
Other revenue from working				28 410 »
Ialt Indtægter				5 469 554 £
Af Overskudet afholdes Renter og Afskrivninger				
Interests on loans and deposits				635 108 £
Transfers to sinking funds and repayment of loans				828 461 »
Applied to capital outlay				263 335 »
Transferred to reserve and renewals funds				96 023 »

Endelig skal gives et Par Stikprøver af de statistiske Oplysninger, som foreligger fra Elektricitetsværkernes første Aar.

For Københavns Vedkommende skal efter Byens »Beretning og Regnskab« meddeles følgende Tal.

Salg af Elektricitet fordelt paa forskellige Forbrugsgrupper.

	1892 1 000 kWh	1893 1 000 kWh	1894 1 000 kWh	1895 1 000 kWh	1897 1 000 kWh
Butiker	89	162	201	244	333
Banker og Kontorer	25	54	66	83	148
Hoteller & Kafeer	27	41	45	54	103
Offentlige Bygninger	18	37	43	52	84
Teatre & Koncertlokaler	8	17	23	29	82
Industri-Etablissementer	2	4	4	10	18
Kirker, Skoler, Hospitaler	7	14	16	17	21
Privatboliger	15	31	42	66	125
Motorer	1	4	14	25	119
Sporveje	»	»	»	»	275
Privat Gadebelysning	»	»	»	»	4
Ialt privat Forbrug	191	365	453	580	1313

Digitized by Google

Den procentvise Fordeling paa Forbrugsgrupperne er beregnet i nedenstaaende Oversigt.

	1892 pCt.	1893 pCt.	1894 pCt.	1895 pCt.	1897 pCt.
Butiker	39	38	37	37	23
Banker & Kontorer	11	13	12	12	10
Hoteller & Kaféer	12	10	8	8	7
Offentlige Bygninger	8	9	8	8	6
Teatre & Koncertlokaler	4	4	4	4	6
Industri-Etablissementer	1	1	1	2	1
Kirker, Skoler & Hospitaler	3	3	3	2	1
Privatboliger	8	7	8	10	9
Motorer	»	1	3	4	8
Sporveje	»	»	»	»	19
Forbrug paa Værket etc.	16	14	16	13	10
Ialt	100	100	100	100	100

Motorernes Forbrug udgjorde i de første Aar kun ganske faa pCt., saaledes at Værkernes Økonomi udelukkende maatte bygge paa Salget til Lys.

For Tiden indtil Verdenskrigen skal yderligere for enkelte Aar meddeles nedenstaaende Oversigt over Forbruget, idet Værkernes Indtægter og Overskud er vedføjet.

	Værkernes		Forbrug		
	Indtægt 1000 Kr.	Overskud 1000 Kr.	Lys 1000 kWh	Kraft 1000 kWh	Sporveje 1000 kWh
1894	352	123	—	—	—
1898	684	310	1 125	244	424
1903	3 156	1 715	2 783	1 226	5 433
1904/05	2 603	1 542	2 933	1 427	6 280
1907/08	3 913	2 295	6 162	2 490	8 219
1913/14	6 888	4 242	10 838	6 221	10 511

Udviklingen i *de tyske Byer* finder man interessante Oplysninger om i Statistische Jahrbücher deutscher Städte. I de sidste Aar af 80erne og i Begyndelsen af 90erne anlægges de første Elektricitetsværker, foreløbig dog kun med Tilslutning fra Lysforbrugere, medens der fra Kraftforbrugere ikke kommer nævneværdig Tilslutning i de første Aar.

I 1887 er der endnu ingen elektriske Lysinstallationer hos private Forbrugere, hvorimod den elektriske Gadebelysning begynder. For Berlin er det saaledes oplyst, at der indtil Kl. 12 om Natten er tændt 36 Buelamper i Leipzigerstrasse, og 1. September 1888 ophængtes fra Brandenburger Thor, gennem Unter den Linden og videre til Spandauplatz 104 Buelamper, hvoraf de 48 Lamper dog ikke skal brænde længere end til Midnat. I Hamburg er der paa samme Tidspunkt 16 Buelamper; i Barmen er der 70 Buelamper ved Udgangen af 1888 og yderligere 1500 Glødelamper hos private Forbrugere. Nürnberg havde 3 og Erfurt 2 Buelamper til offentlig Belysning; i Berlin var man i 1890—91 kommet op paa 2 772 Buelamper, 64 457 Glødelamper, og Elektriciteten som Kraftkilde begynder nu at vinde Indpas, idet der var tilsluttet 54 Motorer og 35 Apparater. Foruden denne Tilslutning ved det offentlige Værk var der oprettet en Del private Smaaværker, ialt 253 med 3 267 tilsluttende Buelamper og 40 801 Glødelamper. Ved Aarhundredeskiftet var i Berlin Motorernes Tilslutning blevet størst, idet der fra Lysforbrugere var tilsluttet 20 979 kW, fra Motorer 21 055 kW og fra Apparater 721 kW.

Digitized by Google

LITERATURFORTEGNELSE TIL 3. AFSNIT.

Folkeforbundet: Annuaire Statistique international. — Production and Trade 1923—29.

Danmark: Statistisk Aarbog, Statistisk Tabelværk om Erhvervstællingen i 1925, Statistiske Meddelelser om Elektricitetsværkerne, alle udgivet af Det statistiske Departement. — Københavns Kommunes Beretning og Regnskab. — Odense Byraads Forhandlinger og Esbjerg Byraads Forhandlinger. — Gudenaacentralens Beretning.

Norge: Statistisk Årbok og Norges Industri, udgivet af Det statistiske Centralbyrå. — Norske Elektricitetsværkers Forenings Statistik. — Norges Industri, udgivet af Norges Industriforbund.

Sverige: Statistisk Årsbok, udgivet af Statistiska Centralbyrån. — Kommersiella Meddelanden, udgivet af Kommerskollegium.

Finland: Statistisk Årsbok, udgivet af Statistiska Centralbyrån.

Letland: Annuaire statistique de la Lettonie, udgivet af Bureau de statistique de l'Etat.

Rusland: Ten Years of Sovjet Power 1917—27, udgivet af Central Statistical Board. U. S. S. R. — La Vie economique des sovjets, Editions de la Représentation Commerciale de l'U. R. S. S., en France. — Staatsbank der U. d. S. S. R.: Wirtschaftsberichte.

Polen: Annuaire statistique, udgivet af Office central de statistique de la République Polonaise.

Tyskland: Statistisches Jahrbuch für das Deutsche Reich, Wirtschaft und Statistik, begge udgivet af Statistischen Reichsamt. — Statistisches Jahrbuch deutscher Städte, udgivet af Verbande der deutschen Städtestatistiker. — Handwörterbuch der Staatswissenschaften. — Statistisches Bericht, udgivet af Centralverband der Deutschen Elektroteknischen Industrie. — Tecknik und Wirtschaft.

Østrig: Statistisches Jahrbuch, udgivet af Bundesamt für Statistik.

Ungarn: Annuaire statistique Hongrois, udgivet af l'Office central Royal Hongrois de Statistique. — Statistisch-administratives Jahrbuch für Budapest, udgivet af Budapest Kommunalstatistisches Amt.

Bulgarien: Annuaire statistique de royaume de Bulgarie.

Rumænien: Annuaire statistique de la Roumanie.

Svejts: Statistisches Jahrbuch der Schweiz, udgivet af Eidgenossischen statistisches Amt. — Statistique suisse des fabriques. — Wirtschaftlichen und socialstatistischen Mitteilungen, udgivet af Eidgen. Volkswirtschaftsdepartements — Statistisches Jahrbuch des Kanton Basel-Stadt.

Digitized by Google

Italien: Annuario statistica italiano, udgivet af Instituto Centrale di Statistica del'regno d'Italia. — Giorgio Mortara: Prospetive Economiche, Milano 1929. — Banca Commerciala italiana: Movimento economica dell'italia.

Frankrig: Annuaire statistique de la France, udgivet af Ministere du travail.

Holland: Annuaire statistique des Pays-Bas, udgivet af Centraal Bureau voor de Statistiek.

England: Reports of the Electricity Commissioners. — Board of Trade Journal. — Economist. — London Statistics, udgivet af London County Council. — Trade survey, udgivet af British Electrical and allied Manufactures Association.

Sydafrika: Official Year-book of the Union of South Africa, udgivet af Union of Census and Statistics.

Tyrkiet: Annuaire Statistique de la Turquie.

Japan: Financial and economic annual of Japan, udgivet af the Departement of Finance. — Résumé statistique de l'Empire du Japon, udgivet af Bureau de la Statistique Génerale.

Australien: Official Year-book of the Commonwealth of Australia, udgivet af Commonwealth Bureau of Census and Statistics.

New South Wales: Official Year-book of New South Wales, udgivet af Bureau of Statistics.

New Zealand: Official Year-book, udgivet af Census and Statistics Office.

U. S. A.: Statistical Abstracts of the U. S. A., udgivet af Department of Commerce. — Maanedlige Meddelelser fra U. S. A. Department of the Interior Geological Survey. — Electrical Research Statistics og Interstate Transfer of Electric Power, begge udgivet af National Electric Light Association.

Kanada: The Canada Year-book, udgivet af Dominion Bureau of Statistics.

Digitized by Google

SUMMARY

(Translated by *F. Sodemann*, M. Ing. F.)

The preface calls attention to the fact that during recent years the price policy of monopolies has been studied with great interest by economists. As far as electricity works are concerned the writer has endeavoured to outline (in 'Nationaløkonomisk Tidsskrift', 1930, Part I) the various main principles that may be followed in the price policy of such undertakings. The five principles considered are: 1) the Principle of Cost; 2) the Principle of Competition, according to which each consumer pays just a little less than for other kinds of power that might be substituted for electricity; 3) the Monopoly Principle, according to which the prices are fixed in a manner securing a maximum profit to the producers; 4) the Consumer's-Rent Principle, according to which the consumers attain the greatest possible advantage simultaneously with the costs being covered; 5) the Preference Principle, according to which certain individual consumers, or groups of consumers, attain the greatest possible profit by using the electricity generated by the central. Finally the writer points out that rates are frequently fixed in a more or less casual manner, without any definite principle being followed clearly or consistently. In order that these theoretical discussions may lead to practical results it is, however, necessary to make concrete statistical calculations concerning the features to be considered in the price formation, and mainly two features are of essential importance, viz. the working expenses and the manner in which the demand is influenced by the prices.

Part 1 of the present paper contains statistical researches concerning some 300 minor Danish electricity-generating stations of the kind referred to in Danish statistics as "Landcentraler". A feature common to these is that they are all very small, their output ranging from a few thousand to a couple of hundred thousand kWh, averaging 40 000 kWh. They are all continuous-current centrals and cover only small districts, mainly

Digitized by Google

settlements surrounding railroad stations. The reader is therefore warned against generalizing the results of the research so as to use them for larger electricity works, although also for these the figures may presumably give certain hints. The writer requests future critics not to restrict themselves to a mere denial of the general validity of the figures, but rather to do some positive work in procuring corresponding statistics for the greater undertakings. In Table I the centrals are classified according to the price for lighting as well as for power per kWh, and the great difference between the centrals appears directly from the figures. In the following tables the probable reasons for the various levels of cost are further examined. In Table II the centrals are thus classified according to the price for lighting, and the total expense is summed up, and distributed over the four items: wages, fuel, maintenance and interests and normal repayment of loans. In Table III the average sale from the centrals in each price group is tabulated, and from the absolute expenses the expense per kWh is calculated and also illustrated graphically in Fig. I. This diagram shows all four items of expense to increase nearly in the same proportion from the cheapest to the most expensive works, and this indicates that the expenses cannot be divided into two clearly defined groups, viz. overhead costs and unit costs, as commonly assumed by economists, but that the individual items of expense are frequently a combination of both. Table IV shows how the size of the plants expressed by the H. P. of their engines varies with the price charged per kWh, and also the average sale in kWh per plant, and the sale per H. P. for various price groups. Table V shows that the invested capital per H. P. of the engine capacity is about the same for all groups, and from Table VI it is seen that the interest and normal sinking-fund expenses as a percentage of the cost of plant is somewhat higher for centrals with high prices than for those with low prices. In Table VII the centrals are classified according to the year in which they were built, and Table VIII contains various data showing for instance that the plants built after the World War are far smaller than the older ones and, consequently, that the aggregate invested capital is also greater for the older centrals, but the difference is not so great as might be expected in view of the changes in price level, the explanation hereof being probably that all the centrals have undertaken extensions since they commenced to supply. In Table IX the engine power of the plants is tabulated and distributed according to the price for current as well as according to the year of commencement, and in Table X the average sale per H. P. of engines is computed for the same groups. The cheaper plants utilize their engine capacity far more intensively than do

Digitized by Google

the more expensive ones, but no corresponding difference is to be noted between the older and the younger plants. The following three tables give the results of further calculations distributing the centrals into three groups of age. Taken collectively all the figures in the above mentioned ables illustrate how the various cost levels of the centrals result from a series of co-operating factors: the capacity of the cheaper plants is utilized more intensively, and the plants are started at various times, whereby the fluctuations of the price level and the interest level manifest themselves, the costs of maintenance of older and of more recent plants are different. On the other hand the influence exerted by the natural boundaries of the districts belonging to rural centrals could not be established, but this feature is presumably of essential importance as an explanation of the different levels of cost. In the following tables an examination is made of the relation between selling prices and the quantities sold, and Table XIV gives for each price level, as a preamble to this research, the absolute number of meters for lighting and for power, the total number of H. P. of the motors, the number of kWh sold for lighting and power, as well as the revenue from sale of lighting and sale of power and from fixed charges. Table XV shows the average sale of electricity for lighting, and this is further illustrated in Fig. II, where a corresponding curve is also drawn for the sale of electric power. As far as lighting is concerned, the sale may be dissolved into two factors, viz. the number of meters per plant and the sale per meter, and for power the number of H.P. per meter is also given. The figures for lighting are given in Table XVI and for power in Tables XVII to XX, and the relations are illustrated in Fig. III for lighting and in Fig. IV for power. According to the writer's opinion the curves for sale per meter show most directly the relation between price and demand, and it should be noted that these curves — with all the reservations to be taken owing to the quality of the material — differ from most other statistical demand curves by the feature that all the data relate to the same period, although to different localities, while other demand curves are based upon information from various periods. A comparison between the shape of the lighting curve and the power curve shows the most interesting feature that he power curve is flatter, or in other words more elastic, so that a reduction in the price for power will cause a greater increase in sale than a corresponding reduction in the price for lighting. In Tables XXI and XXII some random tests are made for the purpose of examining how the consumption has been influenced by actual price reductions, and as far as the lighting is concerned the increase, as might be expected, has been greater for undertakings having introduced the greater price reduction, but for the sale of power no cor-

Digitized by Google

responding motion can be ascertained. This, however, may be explained by various circumstances, for instance the fluctuating prosperity in industry and agriculture during the years concerned (1923 to 1928). In Tables XXIV and XXV the influence of fixed charges is examined, and in the last tables of Part 1 the centrals are separated into three groups according to the price for power in per cent of the price for lighting, but these computations do not materially alter the impression given by the preceding tables.

Part 2 gives for urban and suburban alternating-current centrals a statistical treatment of the tariffs, since by a simple comparison of the tariffs as a whole it is difficult to gain a view of the extent to which the individual tariff stipulations are used. By such a statistical treatment, however, where one individual feature is treated at a time, one runs the risk of forgetting that the tariff stipulations of any individual undertaking, as a rule at least, form a coherent unit, so that an individual stipulation in the tariff when considered separately may appear arbitrary, while its justification may perhaps be unquestionable when the entire tariff is considered as a whole. The treatment does not have for its object to give any critical valuation of the tariffs but merely to set forth the actual facts, as rational price policy cannot be discussed without knowing the present rates and charges. The writer's opinion is otherwise that the researches here made will show, without any further explanation, how heterogeneously the tariffs of the Danish electricity works are built up. The present research relates to the 31st of October 1929, and the material forming the base thereof is a compendium published in the periodical 'Elektroteknikeren', as the tariff data available these are in many respects more comprehensive than the information to be found in the yearly publications of the 'Statistiske Departement'.

Part 3, finally, contains as an appendix some statistics concerning the generation of electricity in various countries. In the section headed I the historical development is shown as far back as sufficient figures are obtainable, and on the basis of these data an index of the world's output of electricity from 1900 to 1929 is computed. Such an index of course cannot be very accurate, but the regular variation of the figures, as shown most clearly for instance by the diagram in Fig. V, appears to indicate, nevertheless, that the index gives a correct picture of the development. In the second section various information is collected concerning the importance of water power to the generation of electricity. The third section reproduces the available information about distribution of the output over the months of the year, and on the basis hereof the diagram in Fig. VI is prepared for Germany, Great Britain, U. S. A. and Holland, showing that the yearly variation is smaller for U. S. A. than for the

Digitized by Google

other countries, one of the reasons these countries are situated farther to the north than U. S. A. The fourth section gives some information concerning the use of electricity in industries compared with the use of other sources of power, and the fifth section supplies various other informations, viz. concerning import and export of electricity, an example of rather highly specified account statistics (from London's electricity works) and some sporadic information concerning the use of electricity prior to year 1900.

Digitized by Google

Digitized by Google

INGENIØRVIDENSKABELIGE SKRIFTER

A.

UDGIVET AF

DANMARKS NATURVIDENSKABELIGE SAMFUND

VED UDVALGET FOR *INGENIØRVIDENSKABELIG FORSKNING*

A.

1. *M. Rubner*: Aus dem Leben einer Zelle. 1913. (Pris: Kr. 0,50).
2. *Niels Bjerrum*: Nyere Undersøgelser over Atomernes Bevægelser med særligt Henblik paa Kvantehypotesen. 1915. (Pris Kr. 0,50).
3. *Kølpin Ravn*: Om Agerbruget paa St. Croix. 1915. (Pris: Kr. 0,50).
4. Fru *Kirstine Meyer*: Ole Rømer. Ved Afsløring af Ole Rømer Statuen. 1918. (Pris: Kr. 0,50).
5. *E. Strömgren*: Ole Rømer som Astronom. 1918. (Pris: Kr. 0,50).
6. *M. C. Harding:* Ole Rømer som Ingeniør. 1918. (Pris: Kr. 0,50).
7. *E. S. Mitscherlich:* Om Vækstfaktorernes Virkningslov. 1921. (Pris: Kr. 0,50).
8. *A. Wegener:* 1) Kontinenternes Forskydning. 2) Jordskorpens Natur. 3) Fortidens Klimater. 1922. (Pris: Kr. 0,50).
9. *F. C. Becker, C. Janholm* og *P. E. Raaschou:* Om Tørringsprocessen. 1925. (Pris: Kr. 0,50).
10. *A. Oppermann:* Nyere Principper i Skovdyrkningen. 1925. (Pris: Kr 1,50).
11. *P. E. Raaschou* med Assistance af *N. C. Janholm* og *A. Ranløv:* En Undersøgelse over Varmeøkonomien ved Gasværksovne. 1926. (Pris: Kr. 1,00).
12. Ingeniørkaptajn *K. Prytz* i Samarbejde med Professor *G. Schønweller* og Ingeniør *Th. Claudi Westh:* Sammenhængen mellem Nedbør og Tilstrømning til Nissum Fjord. 1926. (Pris: Kr. 1,50).
13. *P. E. Raaschou* og *V. Ahrend Larsen:* En Undersøgelse over Bomuldsstoffernes Paavirkning ved Vask, specielt med perboratholdige Vaskemidler. 1927. (Pris: Kr. 1,50).
14. *H. I. Hannover:* Om Molersten, — en betydningsfuld dansk Specialindustris Udvikling. 1927. (Pris: Kr. 2,50).

15a & b. *P. O. Pedersen:* The Propagation of Radio Waves. 1927. (Pris: Kr. 15,00).

16. *A. Ostenfeld:* Polyteknisk Læreanstalts Laboratorium for Bygningsstatik 1. 1928. (Pris: Kr. 1,50).
17. *K. W. Johansen:* Om Virkningen af Bøjler og Skraajærn i Jærnbetonbjælker. 1928. (Pris: Kr. 2,00).
18. *P. O. Pedersen:* Et Par Anvendelser af elektriske Udladninger i Maaletekniken: Smaatidsmaaling og Klydonograf. (Pris: Kr. 1,00).
19. *A. Ostenfeld:* Exzentrisch beanspruchte Säulen. Versuche mit Holzsäulen. Querschnittsbemessung. With an english summary. 1929. (Pris: Kr. 3,00).

Digitized by Google

20. *Vilhelm Marstrand:* Ingeniøren og Fysikeren Ludvig August Colding. Mindeskrift i Anledning af Den polytekniske Læreanstalts Hundredaarsfest. 1929. (Pris: Kr. 2,00).
21. *A. Ostenfeld:* Exzentrisch beanspruchte Säulen, Versuche mit Stahlsäulen, Querschnittsbemessung. With an english summary — Avec un resumé en français. 1930. (Pris: 3,00).
22. *Axel Bendixsen:* Beregning af Spændingerne i krumme Flader, specielt Kuglefladen. Mit einem deutschen Resumé. 1930. (Pris: Kr. 3,00).
23. *J. O. V. Irminger* and *Chr. Nøkkentved:* Wind-Pressure on Buildings Experimental Researches. 1930. (Pris: Kr. 10,00).
24. *Jul. Hartmann:* The Jet-Wave Rectifier. 1931. (Pris: Kr. 30,00).
25. *Walter Engel:* Die heutige theoretische Grundlage der Materialprüfung der Metalle. 1931. (Pris: Kr. 3,00).
26. *A. Ostenfeld:* Exzentrisch beanspruchte Säulen III beliebige Exzentrizität, Versuche mit Holz- und Stahlsäulen. With an english summary. 1931. (Pris: Kr. 4,00).

B.

UDGIVET AF

DANSK INGENIØRFORENING

B. 1. **Isolatorbindinger. Udvalgsberetning. (Pris: Kr. 1,25)**
2. Beretning om Det nordiske Ingeniørmøde i København 28.—31. August 1929 samt om Den polytekniske Læreanstalts 100-Aars Fest. (Pris: Kr. 10,00).
3. *E. Suenson:* Cementrørs Vandtæthed. With an english summary. (Pris: Kr. 2,50).
4. *Anker Engelund:* Alssundbreon. With an english Summary. (Pris: Kr. 3,00).
5. *Henry Stjernqvist:* Studier i Elektricitetsværks Statistik. With an English Summary. (Pris: Kr. 2,50).

Digitized by Google

IN43

INGENIØRVIDENSKABELIGE SKRIFTER
B Nr. 6

UNDERSØGELSER

ANGAAENDE

STOFSKIFTET VED TRÆNINGSARBEJDER FOR RØGDYKKERE

AF

EMANUEL HANSEN OG POVL VINDING
Dr. phil. Brandinspektør, Ingeniør

DANSK INGENIØRFORENING
I KOMMISSION HOS G. E. C. GAD · VIMMELSKAFTET 32
KØBENHAVN 1932

Pris: 1 Kr.

LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF WISCONSIN
Digitized by Google

Digitized by Google

UNDERSØGELSER ANGAAENDE STOFSKIFTET VED TRÆNINGSARBEJDER FOR RØGDYKKERE

Digitized by Google

Digitized by Google

INGENIØRVIDENSKABELIGE SKRIFTER
B Nr. 6

UNDERSØGELSER

ANGAAENDE

STOFSKIFTET VED TRÆNINGSARBEJDER FOR RØGDYKKERE

AF

EMANUEL HANSEN OG POVL VINDING
Dr. phil. Brandinspektør, Ingeniør

DANSK INGENIØRFORENING
I KOMMISSION HOS G. E. C. GAD · VIMMELSKAFTET 32
KØBENHAVN 1932

Digitized by Google

J. Jørgensen & Co.

Digitized by Google

DET foreliggende Arbejde er foranlediget ved den indenfor Københavns Brandvæsen stedfindende Træning af Mandskab til Røgdykkertjeneste, d. v. s. Arbejde paa saadanne Steder, hvortil Fremtrængen paa Grund af stærk Koncentration af Aandedrætsgifte eller Varme o. l. ikke er mulig uden særlig Beskyttelse. Mandskabet til denne Tjenestegren udsøges ved en meget omhyggelig Lægeundersøgelse og saavel den første Uddannelse som de videre Træningsøvelser foregaar paa en af Københavns Brandvæsen oprettet Røgdykkerskole, der har Lokaler i Brandstationen paa Enghavevej og som ledes af en Brandinspektør.

Som Følge af de meget betydelige Krav, der — ofte under vanskelige Arbejdsvilkaar — stilles til Røgdykkernes Arbejdsydelse, er en rationelt gennemført Træning af Røgdykkerne naturligvis af den største Betydning, og Øvelsesarbejderne maa derfor anlægges saaledes, at de saavidt mulig i Form og Anstrengelse svarer til det Arbejde, der i Praksis bliver Tale om.

Som et Led i Bestræbelserne for at gøre Træningen saa rationel som mulig, blev der i Efteraaret 1931 paa Foranledning af Københavns Brandvæsens Røgdykkerskole gennemført to Forsøgsrækker paa Universitetets gymnastikteoretiske Laboratorium med det Formaal at undersøge:

1. Muligheden af ved Hjælp af de anvendte Røgdykkerapparater (Dräger K. G. 1928) at bestemme Brugerens Iltoptagelse under en bestemt Øvelse for ad denne Vej at kunne vurdere de Krav, som den paagældende Øvelse stiller til Organismen.
2. Energiforbrugets Størrelse, bestemt ved de sædvanlige respirationsfysiologiske Metoder, under en indenfor Korpset hyppigt anvendt Øvelse, Opbæring af Byrder.

Undersøgelserne omfatter følgende Røgdykkere:

	Alder	Vægt (upaakl.) kg	Højde cm
A. W.	31	73	173
K. P.	32	67	172.5
L. H.	48	89	173.5
F. J.	42	67	180
V. V.	45	71	170.5
R. N.	37	85.5	173

Digitized by Google

Alle Forsøg er foretaget mellem Kl. 10 og 12 Fm. Forsøgspersonerne stillede som sædvanlig til Tjeneste Kl. 8 Morgen. Der blev ikke taget særlige Forholdsregler med Hensyn til Morgenmaaltidet, men Frokosten blev udsat, til Forsøget var afsluttet. Forsøgspersonerne foretog deres sædvanlige Tur pr. Automobil til Røgdykkerdepotet og blev derefter kørt her til Laboratoriet, hvor de ankom Kl. 10. Alle Øvelser var for de paagældende suspenderet i Morgentimerne før Forsøget.

Som ovenfor omtalt falder Undersøgelsen i to Dele, der i det følgende skal omtales hver for sig.

1.

Det anvendte Apparat (Dräger K. G. 1928), Fig. 1, 2, 3 og 4, har dobbelt Ilttilførsel, idet der fra Iltflasken automatisk tilføres den Gummisæk, hvorfra Inspirationen sker, en konstant Iltmængde pr. Min.; men under Forhold, hvor Iltbehovet er saa stort, at det ikke kan tilfredsstilles af den saaledes doserede Mængde, kan der gennem en Ventil, der betjenes med Haanden, skaffes en ekstra Ilttilførsel. Den konstante af Iltbehovet uafhængige Dosering medfører naturligvis, at under Omstændigheder, hvor Iltforbruget er mindre end den automatiske Tilførsel, maa den overskydende Iltmængde som Følge af et Overtryk i Systemet efterhaanden gaa bort til Atmosfæren, enten gennem den dertil indrettede Overtrysventil eller — hvis denne er sat ud af Funktion — mellem Masken og Ansigtshuden. Det er derfor paa Forhaand indlysende, at en Bestemmelse af Iltforbruget, der ved dette Apparat maa udføres ved Vejning af Iltflasken før og efter Forsøget, kun lader sig gøre under Forhold, hvor den automatiske Ilttilførsel enten nøjagtig dækker Forbruget eller er mindre end dette, saaledes at der maa skaffes ekstra Tilførsel gennem Haandventilen.

Da der sædvanlig angives en automatisk Iltdosering paa 1.2—1.5 Liter pr. Min., er det derfor givet, at Apparatet ikke kan benyttes til Bestemmelse af Iltoptagelsen i Hvile, idet denne normalt kun andrager 0.2—0.3 Liter. Der kan altsaa kun blive Tale om at foretage Bestemmelsen under Muskelarbejde, og kun under saa store Arbejdspræstationer, at Iltforbruget i hvert Fald overstiger 1.5 Liter pr. Min.

Den første Forsøgsdag blev Arbejdet valgt saa stort, at man i Overensstemmelse med tidligere Erfaringer kunde være sikker paa, at Iltoptagelsen laa over 2 Liter pr. Min. Det valgte Arbejde var 1114 kgm pr. Min. Som Arbejdsmaskine anvendtes *Krogh's* Cykleergometer,[1]) der bestaar af en faststaaende Cykle, hvis Baghjul er erstattet med en Kobberskive, der roterer i et magnetisk Felt frembragt af stærke Elektromagneter (Fig. 5). Apparatet er indrettet saaledes, at det udførte Arbejde

[1]) *A. Krogh:* Skand. Arch. f. Physiol. 30, 375, 1913.

Digitized by Google

bestaar i at holde e Vægstangsysem i Ligevægt mod en ensidig Belastning, der kan varieres ved Hjælp af Lodder. Arbejdet beregnes efter Formlen: $A = 2 \cdot p \cdot n \cdot \mu$, hvoraf Arbejdet faas i kgm/Min., naar p er Belastningen maalt i kg, n Antallet af Pedalomdrejninger pr. Min. og μ Omsætningstallet mellem Pedalakslens (Krankens) og Kobberskivens Omdrejningstal. Under det ovenfor nævnte Arbejde var Belastningen (p)

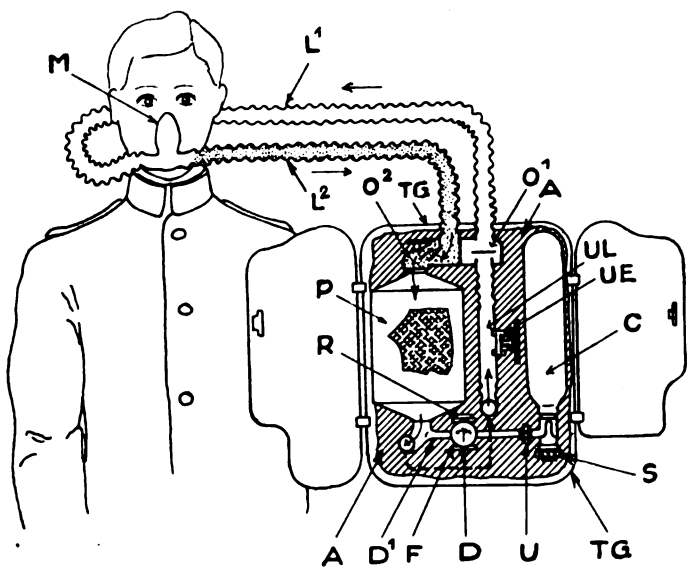


Fig. 1. Skematisk Fremstilling af Dräger K. G. (Klein Gerät) Model 1928. Fabrikat: Dräger, Lübeck.

Paa Figuren betegner *M*: Mundstykke eller Maske, L^1 Indaandingsslange, L^2 Udaandingsslange, O^1 Indaandingsventil, O^2 Udaandingsventil, *UL* Forbindelsesslange til Luftsækken, *TG* Beskyttelseskasse, *UE* Overtryksventil, *C* Iltflaske, *S* Iltventilen, *U* Forskruning, *R* Reduktionsventil, *D* Trykknap til ekstra Ilttilførsel, D^1 Dyse til Iltdosering, *A* Luftsæk, *F* Finimeter, *P* Alkalipatron.

Naar der aabnes for Iltventilen *S* strømmer Ilten fra Iltbeholderen, i hvilken Trykket er 150 kg/cm², naar den er fyldt, ind i Reduktionsventilen *R* og den dermed forbundne Doseringsdyse, der normalt giver 1,2—1,5 Liter Ilt pr. Minut i Luftsækken. Mere Ilt faas ved at trykke paa Knappen *D*. Fra Luftsækken indaandes Luften gennem Ventilen O^1 og Slangen L^1. Den udaandede Luft gaar gennem Slangen L^2 og Ventilen O^2, gennem Kalipatronen *P*, hvor den renses for Kultveilten og tilbage til Luftsækken, hvor den forbrugte Iltmængde erstattes af den friske Ilt. Iltmængde og Alkalimængde svarer til hinanden, saaledes at begge som Regel er opbrugt samtidig. Med et Iltforbrug paa c. 1,2—1,5 Liter pr. Minut vil Varigheden af en Fyldning være 80—90 Minutter, men ved sværere Arbejde stiger Iltforbruget betydeligt og Varigheden gaar da tilsvarende ned. Iltforbruget kontrolleres ved at iagttage Trykkets Fald paa Finimetret *F*. Doseringen er ved moderne Reduktionsventiler praktisk talt konstant ned til Tryk paa 30 kg/cm². (Se f. Eks. Alf Christensen: Die Sauerstoffversorgung in Sauerstoff-Atemschutzgeräten, Dräger-Vorträge, Lübeck 1932.)

Digitized by Google

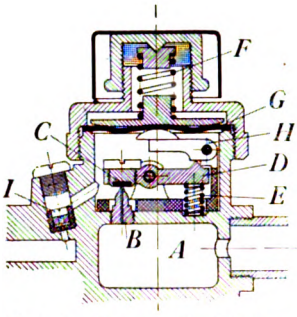


Fig. 2. Dräger Reduktionsventil.

Fra Staalflasken kommer Ilten ind i Rummet *A* og gaar derfra op i Røret *B*, der lukkes af et Ebonitstykke *C*, der bæres af en toarmet Vægtstang *D*. En Spiralfjeder *E* trykker paa Vægtstangens anden Arm og presser derved Ebonitstykket mod Aabningen. Imidlertid modvirkes denne Fjeders Virkning af Spiralfjederen *F*, som gennem en Metalplade og en Gummimembran *G* og en enarmet Vægtstang *H* ogsaa trykker paa Vægtstangen *D*. Fjederen *F* er den stærkeste, og naar Ventilhuset er tomt, aabnes der derfor lidt for Røret *B;* naar Ilten derefter er strømmet igennem en lille Tid, bliver der et Overtryk paa Undersiden af Gummimembranen, som ophæver Fjederens Tryk, og Fjederen *E* kan da lukke. Gennem Dysen *I* strømmer der derefter et vist Kvantum Ilt pr. Minut ind i Luftsækken. Naar Overtrykket paa Membranen er borte, aabnes der igen o. s. v. I Praksis foregaar dette ganske kontinuerligt ved at Fjedrene og Vægtstængerne staar i en ustandselig spillende Bevægelse. Ved en Trykknapventil til ekstra Ilttilførsel er Fjederen *F* erstattet af en Trykknap, ellers er Indretningen den samme.

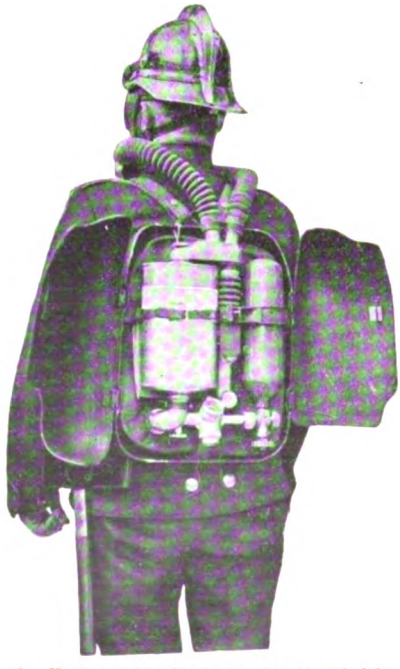


Fig. 3. Dräger K. G. 1928 med oplukket Beskyttelseskasse.

Fig. 4. Dräger K. G. 1928 i Brug.

5 kg, $n = 30$ Pedalomdr./Min., og da Omsætningstallet paa dette Tidspunkt var 26/7, blev det udførte Arbejde 1114 kgm/Min. Det nævnte Tempo (30 Pedalomdr./Min.) blev valgt for derved samtidig at indøve

Digitized by Google

det Tempo, der skulde benyttes i den senere Undersøgelse, hvor Arbejdet paa Cykleergometret skulde sammenlignes med Opbæring af Byrder paa Trappen. Under denne Træningsøvelse paa Røgdykkerskolen regner man sædvanlig med en Kadence paa 1 Trin pr. Sekund, hvilket netop svarer til ½ Pedalomdr./Sek.

Det viste sig imidlertid, at de paagældende Forsøgspersoner, der væsentlig er trænede med den *kortvarige*, store Anstrengelse for Øje, ikke var i Stand til at gennemføre det nævnte Arbejde i saa lang Tid, som var nødvendig af Hensyn til en paalidelig Bestemmelse af Iltoptagelsen. Belastningen blev derfor i de følgende Forsøg nedsat til 3 kg, medens Tempoet bibeholdtes. Det udførte Arbejde var derefter 668 kgm/Min.

Angaaende det her benyttede Omdrejningstal bør det endnu bemærkes, at det er saa lavt, at det med de anvendte Belastninger viste sig vanskeligt at ækvilibrere Vægtstangsystemet fuldstændigt; der optraadte som Regel for hvert »Dødpunkt« et Slag i Systemet, skønt der i Randen af Kobberskiven er anbragt en meget svær Blykrave. Da dette Forhold bevirker en Forøgelse af det udførte Arbejde, som ikke indgaar i Beregningen, og hvis Størrelse det er vanskeligt at danne sig et Skøn over, blev der i Dagene 4.—7. Oktober foretaget den Forandring med Cyklen, at det forreste Tandhjul blev erstattet med et nyt, der havde det dobbelte Antal Tænder. Man opnaaede herved, at man med det samme Omdrejningstal og en mindre Belastning kunde udføre det samme Arbejde som tidligere, men saaledes, at Kobberskivens Vinkelhastighed og dermed dets Bevægelsesenergi forøgedes ganske betydeligt, hvorved de omtalte Slag kunde undgaas. Cyklens Omsætningstal er derefter 52/7.

Der blev nu under hvert Arbejdsforsøg foretaget 2 Bestemmelser af Iltoptagelsen, en ved Hjælp af Røgdykkerapparaet og en ved Hjælp af et af *Krogh* konstrueret Stofskifteapparat af den saakaldte *Regnault*-Type.[1])

Bestemmelsen ved Hjælp af dette sidste Apparat foregaar paa den Maade, at Fp. aander gennem Mundstykke og Ventilapparat i et lukket System, til hvilket der stadig føres Ilt, medens den udskilte Kulsyre absorberes i en Beholder med Natronkalk. Ventilapparatet bevirker, at In- og Exspirationsluften adskilles, og man bliver derved i Stand til at tage Prøver af begge til Analyse. Apparatet tillader endvidere en Registrering af Ventilationen. Efter Opmaaling af denne og efter Analysering af In- og Exspirationsluften er det nu muligt at beregne Iltoptagelsen (og Kulsyreudskillelsen) pr. Min.

Rækkefølgen af de to Bestemmelser varieredes fra Dag til Dag, saaledes at Bestemmelsen med Røgdykkerapparatet i nogle Forsøg faldt først, i andre sidst.

[1]) *A. Krogh*: l. c.

Digitized by Google

Gangen i et Forsøg var i øvrigt følgende: Forsøgspersonen blev efter en passende Hvileperiode anbragt paa Cyklen med Røgdykkerapparatet paa Ryggen og paabegyndte straks Arbejdet. Efter 10—20 Min. Arbejde forberedtes f. Eks. Stofskifteforsøget, idet Fp. anlagde Mundstykke og Næseklemme og derefter aandede i Apparatet i ca. 5 Min. Efter denne Forperiode foregik selve Stofskifteforsøget, der varede 2—3 Min. Umiddelbart herefter anlagde Fp. Røgdykkermaske, og der aabnedes samtidig

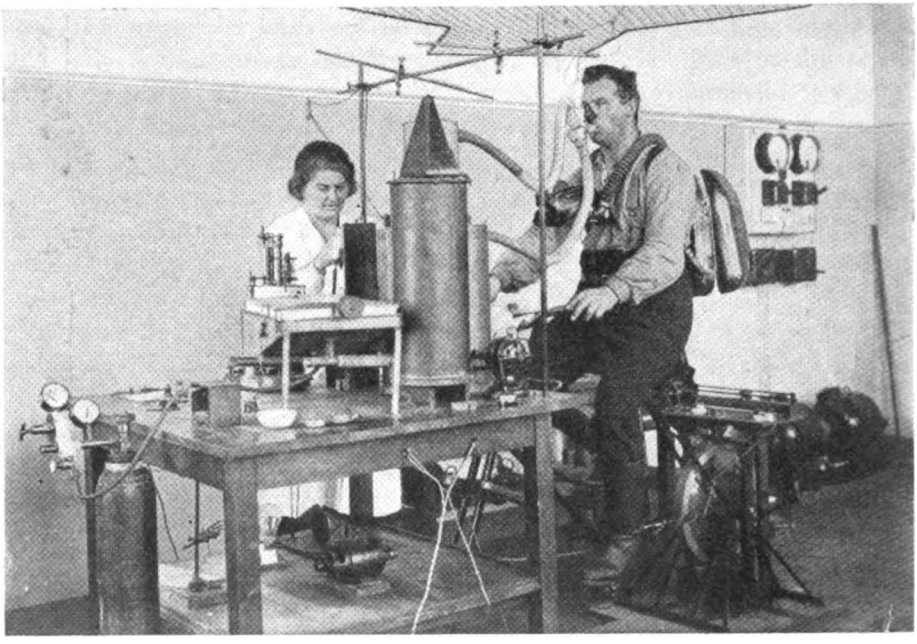


Fig. 5. Stofskifteforsøg ved Hjælp af Regnault-Apparatet under Arbejde paa Cykleergometret.

for Iltflasken i Røgdykkerapparatet. Efter yderligere 15 Min. Kørsel blev der lukket for Flasken, medens Fp. fortsatte Arbejdet, indtil han følte Iltforsyningen utilstrækkelig, hvorefter han hurtigt fjernede Masken fra Ansigtet. I Forsøgene med Røgdykkerapparatet regnedes Forsøgsperiodens Varighed fra det Øjeblik, Masken sattes paa, indtil den atter fjernedes, idet man sikkert paa denne Maade bedst opnaar at begynde og slutte Forsøget med nogenlunde den samme Iltmængde i Gummisækken. En eventuelt Fejl i denne Henseende vil dog sikkert kun blive af ringe Betydning som Følge af den relativt lange Forsøgsperiode. Naturligvis var Overtrykventilen sat ud af Funktion under Forsøget.

Umiddelbart før og efter Forsøget blev Røgdykkerapparatets Iltflaske vejet, ligesom ogsaa Trykkene aflæstes paa Finimetret. Vejningen foregik med en Nøjagtighed paa $^1/_{10}$ g. Den maximale Fejl paa Differensen

Digitized by Google

andrager derfor $^1/_5$ g, hvilket svarer til 0.4—0.6 pCt. af den beregnede Værdi. Fejlen paa Vejningen er derfor forsvindende i Forhold til de Fejl, man iøvrigt maa regne med under Forsøgene. Til Sammenligning med de ved Stofskifteapparatet fundne Værdier for Iltoptagelsen, der er angivet i cm^3 ved 0° og 760 mm, er de fundne Vægttal divideret med Iltens Normalvægtfylde (0.00143).

Resultatet af de foretagne Bestemmelser fremgaar af Tabellerne 1—6. Selve Iltoptagelserne er anført i Kolonnerne 3 og 4, medens Kolonne 5 giver det indbyrdes Forhold mellem de to Bestemmelser, idet man her finder angivet: Den ved Røgdykkerapparatet bestemte Iltoptagelse i pCt. af den ved Stofskifteapparatet fundne. Endvidere er i Kolonnerne 6 og 7 Aandedrætsfrekvensen anført. For Stofskifteforsøgenes Vedkommende faas Frekvensen direkte af Respirationskurverne, medens den i Forsøgene med Røgdykkerapparatet blev talt efter et Stopur, som Regel i Perioder paa 1 Min. En saadan Tælling lader sig let gennemføre, da man ret tydeligt kan høre Ventilens Bevægelser. Endelig finder man i Kolonne 8 de paa Finimetret før og efter Forsøget aflæste Tryk i Iltflasken anført.

Tabel 1. — A. W.

Sammenligning mellem Iltoptagelsen bestemt ved Stofskifteapparatet og ved Røgdykkerapparatet.

1	2	3	4	5	6	7	8
Dato 1931	Teknisk Arbejde kgm/Min.	O_2 cm^3/Min.		4 i % af 3	Aandedrætsfrekv.		Tryk i Iltflasken i Røgdykkerapparatet Atm.
		Stofskifteapparat	Røgdykkerapparat		Stofskifteapparat	Røgdykkerapparat	
$^{12}/_9$	668	I) 1880	II) 1935	103	15.0	—	127 — 90
$^{14}/_9$	—	II) 1942	I) 1988	102	13.0	—	127 — 97
$^{17}/_9$	—	II) 1950	I) 1864	96	13.7	—	113 - 77
$^{19}/_9$	—	I) 1832	II) 1822	99	9.6	20	100 - - 71
$^{21}/_9$	—	II) 1950	I) 2014	103	10.5	—	128 — 90
$^{23}/_9$	558	I) 1592	II) 1730	108	7.5	17	135 -102

Tabel 2. — K. P.

$^{12}/_9$	668	I) 1830	II) 1787	98	29.2	—	125 — 88
$^{14}/_9$	—	—	I) 1634	—	14.8	—	125 —100
$^{17}/_9$	—	II) 1830	I) 1900	104	14.8	—	125 — 88
$^{19}/_9$	—	I) 1974	II) 1740	88	15.0	27	118 — 77
$^{21}/_9$	—	II) 1941	I) 1995	103	14.9	—	75 — 30
$^{23}/_9$	558	I) 1606	II) 1681	105	15.2	27	130 —100

Romertallene i Kolonnerne 3 og 4 angiver den Rækkefølge, hvori Bestemmelserne er udført.

Digitized by Google

Tabellerne 1 og 2 omfatter Forsøgene med Brandmændene A. W. og K. P. De to Forsøgsrækker har adskillige Lighedspunkter og kan derfor behandles under eet.

Som det fremgaar af den procentiske Værdi, Kolonne 5, viser de to Bestemmelser af Iltoptagelsen gennemgaaende en god Overensstemmelse. Kun er Værdien den 19/9 for K. P.'s Vedkommende paafaldende lav. Om den forholdsvis lave Iltoptagelse bestemt ved Røgdykkerapparatet den paagældende Dag er reel eller ikke, lader sig vanskeligt afgøre. Selv om Finimeteraflæsningerne kun giver Tryktabene i meget grove Træk, vil det i Almindelighed vise sig, at Trykket maalt i Atm. er noget mindre end det samlede Vægttab maalt i g. Forsøget den 19/9 viser imidlertid det omvendte Forhold, og dette kunde maaske tyde paa, at der den paagældende Dag er sket en Fejlvejning. Bortset fra dette Forsøg tyder imidlertid den fundne Overensstemmelse paa at det er muligt ved den anførte Fremgangsmaade at bestemme Iltoptagelsen ved Hjælp af Røgdykkerapparatet — i hvert Fald under de paagældende Omstændigheder, d. v. s. med de to her anvendte Apparater betjent af de paagældende Forsøgspersoner og under det valgte Arbejde. Et noget mindre Arbejde (558 kgm/Min.) gav ligeledes tilfredsstillende Overensstemmelse, idet dog Forsøget for A. W.'s Vedkommende tyder paa, at Iltoptagelsen her er lavere end den automatiske Ilttilførsel eller i hvert Fald nærmer sig denne. Dette sidste var i hvert Fald Tilfældet for det af K. P. anvendte Apparat, for hvilket der ifig. Proveattest af 5. Oktbr. er maalt en automatisk Ilttilførsel paa 1.64 l pr. Min. Som det vil fremgaa af det senere Forsøg, kan imidlertid en Ændring af de Omstændigheder, hvorunder Forsøget foregaar, og navnlig naturligvis af Apparatets automatiske Dosering forrykke Forholdene betydeligt.

De foreliggende Bestemmelser af *Aandedrætsfrekvensen* frembyder karakteristiske Eksempler paa det hyppigt forekommende Fænomen, at Frekvensen indstiller sig efter Arbejdets Rytme. Af de Bestemmelser, der hidrører fra Stofskifteapparatet svarer for A. W.'s Vedkommende de 3 første Værdier til een Respiration for hveranden Pedalomdrejning, de to næste til een Respiration for hvertredie Omdrejning, en Nedgang, der naturligvis skyldes, at Forsøgspersonen efterhaanden er blevet mere fortrolig med Apparatet. Et lignende Forhold finder man for K. P.'s Vedkommende. I Forsøgene med Røgdykkerapparatet synes Frekvensen ogsaa at være indstillet efter Arbejdstempoet, men den ligger her betydeligt højere end i de lige nævnte Forsøg. I disse har begge Forsøgspersonerne arbejdet med en forholdsvis lav Frekvens, hvilket er i Overensstemmelse med det velkendte Forhold, at trænede Individer baade i Hvile og under Arbejde har en relativt lav Aandedrætsfrekvens, hvilket sikkert maa betragtes som en hensigtsmæssig Indstilling af Aandedrættet

Digitized by Google

Naar denne lave Frekvens ikke har kunnet gennemføres under Forsøgene med Røgdykkerapparatet, beror dette sikkert paa, at Gummisækkens Kapacitet er for lille til at der kan foretages saa dybe Respirationer, som der her vilde blive Tale om. Ventilationen andrager i disse Forsøg over 30 l pr. Min., hvilket med en Frekvens paa 10 vilde medføre en Respirationsdybde paa over 3 l. Man maa derfor være forberedt paa, at Aandedrættet, hvad Frekvens og Dybde angaar, indstiller sig paa en mindre hensigtsmæssig Maade, naar Fp. er tilsluttet Røgdykkerapparatet, end under normale Omstændigheder.

I Tilslutning hertil skal det bemærkes, at A. W.'s Respirationsfrekvens, saavel i Hvile som under Arbejde, er den laveste, vi endnu har maalt her paa Laboratoriet. Den har i flere Hvileforsøg vist sig at ligge under 4 pr. Min., et Forhold, der sikkert maa tages som Udtryk for en høj Træningsstandard, maaske i Forbindelse med en individuel Ejendommelighed.

Tabel 3. — V. V.

Sammenligning mellem Iltoptagelsen bestemt ved Stofskifteapparatet og ved Røgdykkerapparatet.

1	2	3	4	5	6	7	8
Dato 1931	Teknisk Arbejde kgm/Min.	O_2 cm³/Min.		4 i % af 3	Aandedrætsfrekv.		Tryk i Iltflasken i Røgdykkerapparatet Atm.
		Stofskifteapparat	Røgdykkerapparat		Stofskifteapparat	Røgdykkerapparat	
16/9	668	I) 1895	II) 1967	104	34.3	—	128 — 110
15/10	—	I) 1858	II) 1788	96	29.3	32	130 — 100
25/9	558	II) 1725	I) 1560	90	29.2	30	102 — 75

Tabel 4. — R. N.

16/9	668	I) 1905	II) 1941	102	28.6	—	123 — 93
15/10	—	I) 1802	II) 1829	101	29.8	—	125 — 87
25/9	558	II) 1594	I) 1546	97	26.0	30	80 — 50

Romertallene i Kolonnerne 3 og 4 angiver den Rækkefølge, hvori Bestemmelserne er udført.

Tabellerne 3 og 4 omfatter Forsøgene med V. V. og R. N. Resultaterne viser, hvad Iltoptagelserne angaar, i Hovedtrækkene det samme som de foregaaende Forsøg. Bestemmelserne med de to Apparater viser ret god Overensstemmelse, og Forsøgsrækken blev derfor ikke fortsat yderligere, ligesom den heller ikke her kræver nærmere Omtale. Ingen af de to Forsøgspersoner naaede i de faa Forsøg at blive fuldt fortrolige med Stofskifteapparatet, og man finder derfor for begges Vedkommende

Digitized by Google

en forholdsvis høj Respirationsfrekvens, ogsaa i Forsøgene med dette Apparat.

Tabel 5. — L. H.

Sammenligning mellem Iltoptagelsen bestemt ved Stofskifteapparatet og ved Røgdykkerapparatet.

1	2	3	4	5	6	7	8
Dato 1931	Teknisk Arbejde kgm/Min.	O_2 cm³/Min.		4 i % af 3	Aandedrætsfrekv.		Tryk i Iltflasken i Røgdykkerapparatet Atm.
		Stofskifteapparat	Røgdykkerapparat		Stofskifteapparat	Røgdykkerapparat	
18/9	668	II) 1877	I) 2520	134	24.6	—	132 — 90
1/10	—	II) 1737	I) 2220	128	24.0	29	122 — 72
8/10	—	I) 1852	II) 2200	119	20.2	25	126 — 80
Cyklens Tandhjul skiftet.							
5/10	—	I) 1740	II) 2310	132	19.3	—	137 — 96
10/10	—	II) 1880	I) 2380	127	17.9	27	137 — 97
Røgdykkerapparat ændret.							
21/10	—	II) 1758	I) 1595	91	17.0	—	123 — 90
Tandhjulet tilrettet.							
28/10	—	—	II) 1545	—	16.9	28	105 — 75
28/10	—	II) 1650	I) 1495	91	15.8	28	125 —100
30/10	—	I) 1669	II) 1662	100	15.8	—	127 —100
24/9	558	I) 1481	II) 2212	149	21.2	29	100 — 55
12/10	891	I) 2253	II) 2820	125	19.1	36	108 — 60

Tabel 6. — F. J.

11/9	668	I) 1760	II) 3280	186	11.1	—	—
18/9	—	II) 1660	I) 2530	152	16.2	—	127 — 80
1/10	—	II) 1646	I) 2430	148	15.0	29	125 — 77
5/10	—	I) 1560	II) 2165	139	16.4	29	127 — 88
Cyklens Tandhjul skiftet.							
8/10	—	I) 1727	II) 2440	141	15.0	32	140 — 88
10/10	—	II) 1837	I) 2420	132	15.9	31	140 — 95
Røgdykkerapparat ændret.							
21/10	—	—	I) 1440	—	15.1	—	123 — 95
Tandhjulet tilrettet.							
23/10	—	I) 1688	II) 1484	88	15.0	32	103 — 75
28/10	—	II) 1642	I) 1498	91	15.3	32	114 — 88
30/10	—	I) 1690	II) 1710	101	15.4	—	128 —105
24/9	558	I) 1413	II) 2036	144	15.9	30	94 — 51
12/10	891	I) 2380	II) 3290	138	17.2	32	125 — 85

Romertallene i Kolonnerne 3 og 4 angiver den Rækkefølge, hvori Bestemmelserne er udført.

Digitized by Google

De Forsøg, hvis Resultater findes anført i Tabellerne 5 og 6, er derimod af en nogen anden Type og giver visse interessante Oplysninger angaaende Røgdykkerapparatets Virkemaade. Det drejer sig her om Forsøgene med L. H. (Tabel 5) og F. J. (Tabel 6).

De første Forsøg med disse Forsøgspersoner viste en paafaldende høj Iltoptagelse bestemt ved Hjælp af Røgdykkerapparatet, nemlig 20—50 pCt. højere end de tilsvarende Værdier fra Stofskifteapparatet. Set i Forhold til den automatiske Dosering er Værdierne, der varierer mellem 2.2 og 3.3 l, ligeledes meget høje. De til denne Periode svarende Prøveattester fra Røgdykkerskolen angiver nemlig følgende Værdier for Iltdosens Størrelse:

Apparat Nr. 6 (L. H.'s App.)		Apparat Nr. 21 (F. J.'s App.)	
$^{10}/_{8}$ 31	1.62 l/Min.	$^{10}/_{8}$ 31	1.62 l/Min.
$^{28}/_{6}$ 31	1.6 l/Min.	$^{28}/_{9}$ 31	1.56 l/Min.

Efter de første Dages Forsøg blev det paalagt Forsøgspersonerne at foretage den vilkaarlige Dosering i ganske smaa Portioner, idet det kunde formodes, at de høje Værdier skyldtes et unødvendigt højt Tryk i Apparatet med et deraf følgende Ilttab til Atmosfæren. Denne Foranstaltning var imidlertid uden Virkning paa Resultatet.

Imellem den $^{3}/_{10}$ og $^{8}/_{10}$ blev den tidligere omtalte Fornyelse af Cyklens Tandhjul foretaget. Denne Forandring var i Begyndelsen uden Indflydelse paa Stofskiftets Størrelse, idet man dog maaske heri kan søge Aarsagen til den Stigning, der paa dette Tidspunkt tilsyneladende indtræder for F. J.'s Vedkommende. Det nye Tandhjul og den nye Kæde maatte først ved nogle Dages Brug slides til og blev derefter inden Forsøget den $^{23}/_{10}$ endelig tilfilet og tilrettet, hvilket straks bevirkede en kendelig Nedgang i Stofskiftet. Forholdet mellem de to Iltbestemmelser paa samme Dag er dog naturligvis ganske upaavirket af disse Ændringer.

Da det altsaa under de forhaandenværende Omstændigheder ikke kunde lykkes at bringe Overensstemmelse til Veje mellem Iltoptagelserne bestemt ved de to forskellige Apparater, laa det nær at undersøge hvilke Værdier, man vilde komme til for de automatiske Iltdosers Størrelse efter Vejemetoden.

Nogle indledende Prøver den $^{12}/_{10}$ med Apparat Nr. 6 viste i en 10 Min. Periode, i hvilken Trykket faldt fra 127 til 108 Atm., en Dosering paa 2.175 l/Min. og i en anden 10 Min. Periode med et Trykfald fra 60—50 Atm. en Dosering paa 1.715 l/Min. Dette tydede for det første paa, at Doseringen er afhængig af Trykket, og for det andet paa, at den svarende til de høje Tryk er betydeligt større end antaget.

Der blev derfor den $^{14}/_{10}$ foretaget systematiske Doseringsprøver paa

Digitized by Google

den Maade, at Apparatet henlaa med aaben Iltflaske i Perioder af forskellig Længde. Før og efter hver Periode blev Flasken vejet.

Resultaterne var følgende:

Apparat Nr. 6. Iltflaske Nr. 229416.

Periodens Varighed i Min.	Tryktab i Atm.	Vægttab i g	Dosering l/Min.
6.60	130—114 = 16	23.4	2.48
5.20	112—100 = 12	18.8	2.52
10.52	97— 69 = 28	35.7	2.37
4.98	62— 50 = 12	15.9	2.23
6.99	50— 31 = 19	22.8	2.28
5.89	27— 17 = 10	18.5	2.20
5.43	10— 0 = 10	15.8	2.03
1.46	0	1.6	0.77

Den sidste Periode blev fortsat, indtil Iltudstrømningen af Flasken ikke længere kunde høres.

Apparat Nr. 21. Iltflaske Nr. 229178.

Periodens Varighed i Min.	Tryktab i Atm.	Vægttab i g	Dosering l/Min.
5.35	130—120 = 10	17.3	2.26
6.55	120— 95 = 25	24.2	2.58
10.20	95— 75 = 20	27.5	1.89
5.89	75— 60 = 15	13.7	1.63
8.15	58— 50 = 8	17.6	1.51
5.56	44— 33 = 11	11.6	1.46
10.01	31— 20 = 11	20.2	1.41

At det angivne Tryks Størrelse ved en Periodes Begyndelse ikke altid svarer til Trykket ved den foregaaende Periodes Slutning beror paa, at Finimetret ikke arbejder med saa stor Nøjagtighed, at det med Sikkerhed giver det samme Udslag efter en fornyet Aabning af Flasken, som det viste for Lukningen af denne. Som Sammenligningen mellem Tryktab og Vægttab viser, giver Finimetret jo overhovedet kun en grov Orientering angaaende Flaskens Indhold og den udstrømmende Iltmængde.

Ovenstaaende Resultater viser imidlertid, at Iltdosens Størrelse i ikke ringe Grad er afhængig af det forhaandenværende Tryk i Flasken; navnlig kommer dette frem i Forsøgene med Apparat Nr. 21. Men hvad der i denne Forbindelse er vigtigere: Svarende til de store Tryk, med hvilke der som Regel har været arbejdet i de tidligere omtalte Arbejdsforsøg, har Iltdosens Størrelse bestemt paa den angivne Maade ligget betydeligt over Forsøgspersonens Iltforbrug, og det kan derfor ikke undre, at

Digitized by Google

der altid blev fundet for høje Værdier for »Iltoptagelsen« ved Hjælp af disse Apparater.

Tilsvarende Doseringsprøver foretaget med to af de andre Apparater gav da ogsaa langt lavere Værdier (ca. 1.4 l/Min.).

Da disse Resultater forelaa, blev der paa Røgdykkerskolen foretaget en Udskiftning af Reduktionsventil og Dysestykke for begge Apparaters Vedkommende, idet den Uoverensstemmelse, der forelaa mellem de her nævnte Doseringsprøver og Røgdykkerskolens Prøver kun kunde forklares ved en Utæthed i Reduktionsventilen. Røgdykkerskolens Prøver foregaar nemlig ved en Maaling af den Iltmængde, der passerer Dysen, medens Laboratoriets Prøver gik ud paa at bestemme den Iltmængde, der forlader Flasken.

Efter denne Ændring af Apparatet fandtes følgende Doseringstal:

	Min.	Atm.	g O_2	l/Min.	
Apparat Nr. 6	6.29	127—123	12.9	1.43	$^{21}/_{10}$ 31
	6.67	90— 80	12.7	1.33	
	5.44	115—105	11.0	1.42	$^{23}/_{10}$ 31
	8.27	75— ?	15.6	1.32	
Apparat Nr. 21	7.30	127—122	14.6	1.40	$^{21}/_{10}$ 31
	6.72	95— 83	12.9	1.34	
	6.32	114—103	12.3	1.36	$^{23}/_{10}$ 31
	6.30	75— 68	11.6	1.29	

Disse Værdier er i ret god Overensstemmelse med Resultaterne af Røgdykkerskolens Doseringsprøver, der efter den foretagne Ændring af de to Apparater gav henholdsvis 1.58 og 1.5 l/Min.

Det synes endvidere af Resultaterne at fremgaa, at Doseringens Afhængighed af Trykket for en stor Del beroede paa Utætheden i Reduktionsventilen. (jvfr. ogsaa Teksten til Fig. 1, Side 5 nederst).

Som det fremgaar af Tabellerne 5 og 6 gav nu de følgende Arbejdsforsøg med Røgdykkerapparatet langt lavere Værdier for Iltoptagelsen end før; ja endog saa lave, at de i flere Tilfælde ligger under Værdierne fra Stofskifteapparatet.

Der er for disse Forsøgs Vedkommende, og forøvrigt ogsaa i Anledning af enkelte af de tidligere omtalte, Grund til at tænke paa, om der under visse Betingelser kan suges Luft fra Atmosfæren ind i Apparatet mellem Masken og Ansigtshuden. Det maa antages, at de to Forsøgspersoner, der flere Gange blev opfordret til ikke at foretage større vilkaarlige Doseringer end nødvendigt, efterhaanden har bragt disse saa langt ned, at der arbejdes med et Tryk i Apparatet, der svinger *omkring* Atmosfæretrykket, saaledes at der i hvert Fald under Indaanding kan

Digitized by Google

fremkaldes et svagt Undertryk og dermed Mulighed for Indsugning af Luft udefra. Der er sikkert Grund til at fremhæve, at netop det svage Undertryk i denne Henseende er det farligste. For det første fordi et *kraftigt* Undertryk straks vil advare Brugeren og opforde til en vilkaarlig Dosering, for det andet fordi den indre Maske ved et saadant Undertryk vil suges stærkt ind mod Ansigtet og derved lukke tæt. Det *svage* Undertryk generer derimod ikke Brugeren, og Masken vil under dette kun ligge løst mod Ansigtshuden.

Det er derfor sandsynligt, at Værdierne fra Forsøgene den $^{21}/_{10}$, $^{23}/_{10}$ og $^{28}/_{10}$, der alle ligger paafaldende lavt, skyldes en svag Indsugning af Luft udefra. At en saadan Indsugning kan finde Sted, fremgaar alene deraf, at begge Forsøgspersoner under Forsøgene den $^{30}/_{10}$ ***kunde mærke Æterdampe fra en umiddelbart udenfor Masken anbragt Ætertampon,*** skønt Røgdykkerapparaterne denne Dag ikke gav lavere Værdier for Iltoptagelsen end Stofskifteapparatet, og skønt begge Forsøgspersoner under alle Forsøgene følte sig overbeviste om, at der ikke kom Luft ind i Masken udefra.

Resultaterne af de her anførte Forsøg viser altsaa, at en Bestemmelse af Brugerens Iltoptagelse ved Hjælp af Røgdykkerapparatet vel er mulig, men kun under ganske bestemte Betingelser. Der knytter sig nemlig følgende Vanskeligheder til en saadan Bestemmelse:

1. Iltoptagelsen skal være større end den automatiske Dosering, saaledes at Brugeren maa foretage vilkaarlige Doseringer.
2. Den vilkaarlige Dosering maa ikke være saa stor, at der skabes Overtryk i Apparatet.
3. Paa den anden Side kan man ved en for lav vilkaarlig Dosering risikere at skabe et svagt Undertryk, der bevirker en Indsugning af Luft udefra.

Det er saaledes sandsynligt, at man kun kan opnaa en rigtig Bestemmelse, naar Overtrykket under Udaandingen skaber Ligevægt med Undertrykket under Indaandingen paa en saadan Maade, at det giver Ækvivalens mellem den indstrømmende og den udstrømmende Iltmængde. En saadan Indstilling kræver imidlertid i saa høj Grad en *forstaaende* Forsøgspersons Medvirken, at man *i Almindelighed* maa anse Apparatet for uegnet til Stofskiftebestemmelser.

2.

Den anden Del af Undersøgelsen gik ud paa at bestemme Energiforbruget under Opbæring af Byrder paa Trappe, idet det vilde være af Betydning at vide, hvilke Krav netop denne Arbejdsform, der er saa meget anvendt under Træningen indenfor Røgdykkerkorpset, stiller til Organismen.

Digitized by Google

Størrelsen af det rent ydre Arbejde bestemmes meget let som Produktet af den samlede Byrde og Stighøjden; men som Regel kan man ikke tage det ydre Arbejde som et fuldstændigt Udtryk for Organismens Ydelse. Dette beror paa, at der ved enhver Arbejdsform maa regnes med et Muskelarbejde, et »Ekstraarbejde«, som ikke lader sig maale paa Arbejdsmaskinen (hvis man bruger en saadan) og heller ikke indgaar i Udtrykket for den udviklede Beliggenhedsenergi under Byrdeløftning. Størrelsen og Arten af dette Extraarbejde er naturligvis i høj Grad afhængig af de ydre Arbejdsbetingelser (Arbejdsmaskinen etc.); men under alle Omstændigheder maa man altid regne med en større eller mindre statisk Muskelvirksomhed, der tjener til Fixation af visse Afsnit af Legemet af Hensyn til de øvrige Afsnits Bevægelser.

Den Arbejdsmaskine, for hvilken disse Forhold er bedst undersøgt, er Cykleergometret. Det viser sig, at Extraarbejdet for dette Apparats Vedkommende er forholdsvis lille, idet det med Extraarbejdet forbundne Energiforbrug under almindelige Forhold vil kunne anslaas til ca. 10 pCt. af den samlede Energiforogelse.[1]) Cykleergometret benyttes derfor mere og mere som Standardapparat ved fysiologiske Arbejdsforsøg, og det er at vente, at en Sammenligning mellem Energiforbruget under Arbejdet paa dette Apparat og under Opbæring af Byrder kan give Oplysning om Størrelsen af den virkelige Ydelse ved denne sidste Arbejdsform.

Der er derfor i den Undersøgelsesrække, der her skal omtales, foretaget en saadan Sammenligning, idet der saavel under Cykling som under Opbæring af Byrder blev foretaget en Bestemmelse af Iltoptagelsen under iøvrigt saa vidt muligt ensartede Betingelser.

Paa Kobenhavns Brandvæsens Rogdykkerskole foregaar Øvelsen paa den Maade, at der foretages en Opstigning paa 10.5 m svarende til 53 Trin i Løbet af 50—60 Sekunder. Tempoet er altsaa ca. 1 Trin pr. Sekund. Det Arbejde, der blev undersøgt paa Gymnastikteoretisk Laboratorium, var saa vidt muligt afpasset herefter. Stighøjden androg her 9.9 m over 55 Trin og blev tilbagelagt paa ca. 50 Sek. Ligesom under Øvelserne bar Forsøgspersonen Rogdykkerapparatet paa Ryggen; men Apparatet blev ikke anvendt til Aanding. Det udførte ydre Arbejde beregnedes som Produktet af Stighøjden og den samlede Byrdes Vægt. Denne sidste var sammensat af: Brutto-Legemsvægten, samt Vægten af Rogdykkerapparatet (10 kg), af Sandsækken (27 kg) og af Udstyret til Respirationsforsøget (2 kg). Som Følge af den forskellige Legemsvægt varierede naturligvis Arbejdsydelsen noget fra Individ til Individ; den androg fra 1080 til 1320 kgm.

Til Sammenligning med dette Arbejde udførtes paa Cykleergometret

[1]) *Em. Hansen:* Skand. Arch. f. Physiol. 51, 1, 1927.

Digitized by Google

et Arbejde af nogenlunde samme Størrelse gennem lige saa lang Tid og i samme Tempo (30 Pedalomdrejninger pr. Min.). Der blev anvendt samme Belastning for alle Forsøgspersoner, nemlig 3 kg og det udførte Arbejde var derfor i alle Tilfælde 1336 kgm/Min., hvilket i 0.84 Min. giver en teknisk Arbejdsydelse paa 1122 kgm. Under dette Arbejde bar Forsøgspersonen ligeledes Røgdykkerapparatet paa Ryggen.

Forsøgene gik nu ud paa at bestemme den ved Arbejdet foraarsagede Forøgelse af Iltoptagelsen. Hertil var for det første en Bestemmelse af Iltoptagelsen i Hvile nødvendig. Denne foregik ved Hjælp af *Krogh*'s kliniske Respirationsapparat.[1]) Forsøgspersonen aander i et lukket Apparat, der indeholder en Beholder med Natronkalk, og hvis Rumfang kan forandre sig ved Hjælp af en Spirometerklokke. Apparatet er ved Forsøgets Begyndelse fyldt med ren Ilt, og da Kultveilten absorberes i Natronkalken, angiver Klokkens Sænkning Iltforbruget.

Dernæst krævedes en Bestemmelse af Iltoptagelsen under og efter Arbejdet. Under kortvarigt Arbejde, som det, der her er Tale om, falder den væsentligste Del af den forøgede Iltoptagelse efter Arbejdets Slutning, og det er derfor nødvendigt at fortsætte Forsøget saa længe, at man kan regne med atter at have naaet Hvileværdien. Paa Grund af de særlige Omstændigheder, under hvilke Arbejdet paa Trappen foregaar, og som Følge af den stadige Variation af Iltoptagelsens Størrelse kan de sædvanlige Respirationsapparater ikke bringes i Anvendelse ved Forsøg af denne Art. Den bedst egnede Fremgangsmaade er den saakaldte *Douglas*-Sæk-Metode. Forsøgspersonen indaander atmosfærisk Luft gennem Mundstykke og Ventil, medens Udaandingsluften opsamles i en Gummisæk af passende Størrelse. Efter Forsøget analyseres Udaandingsluften, og dens Rumfang maales, hvorved det er muligt at bestemme saavel Iltoptagelsen som Kultveilteudskillelsen i den paagældende Periode. Denne Metode anvendtes saavel under som efter Arbejdet, og Gangen i et Forsøg var derefter følgende:

Efter ca. ½ Times Hvile foretoges en Bestemmelse af Iltoptagelsen i rolig siddende Stilling ved Hjælp af *Krogh*'s kliniske Apparat. I nogle af disse Forsøg bar Forsøgspersonen Røgdykkerapparatet paa Ryggen, uden at det dog var muligt af denne Grund at paavise en Stigning i Iltoptagelsen. Dette beror maaske i nogen Grad paa, at Forsøgspersonerne ikke stillede fastende paa Laboratoriet, hvorfor Svingningerne fra Dag til Dag var saa store, at de skjulte en eventuel Virkning i den omtalte Retning.

Derefter anbragte Forsøgspersonen sig paa Cyklen og udførte det tidligere omtalte Arbejde. Gennem en 4-Gangs-Hane kunde en Række *Douglas*-Sække umiddelbart efter hinanden tilsluttes Udaandingsventi-

[1]) *A. Krogh:* Wien. klin. Wochenschr. 35, 290, 1922.

Digitized by Google

Tabel 7.

Sammenligning mellem Energiforbruget under Cykling og under Opbæring af Byrder paa Trappe.

Fp.	Dato	Cykling						Opbæring af Byrde					
		O_2-Opt. Hvile cm^3/Min.	Arbejdets Varighed Min.	Teknisk Arbejde kgm	Stofskifteforøgelse under og efter Arbejdet		Netto Nyttevirkning %	O_2-Opt. Hvile cm^3/Min.	Arbejdets Varighed Min.	Teknisk Arbejde kgm	Stofskifteforøgelse under og efter Arbejdet		Netto Nyttevirkning %
					O_2 cm^3	kal/kgm					O_2 cm^3	kal/kgm	
A. W.....	20/10	325	0.84	1122	2705	11.8	19.9	304	0.84	1170	2805	11.8	19.9
	2/11	318	0.84	1122	2650	11.6	20.3	310	0.82	1170	2920	12.2	19.2
K. P.....	22/10	276	0.85	1136	2698	11.7	20.1	263	0.83	1110	2770	12.3	19.0
	31/10	257	0.84	1122	2840	12.4	18.9	248	0.86	1110	2605	11.5	20.4
V. V.....	24/10	337	0.84	1122	2450	10.7	21,9	325	0.99	1140	2630	11.3	20.7
R. N.....	20/10	333	0.84	1122	2810	12.3	19.1	319	0.80	1280	2860	10.9	21.5
	4/11	338	0.84	1122	2364	10.3	22.8	317	0.77	1280	3210	12.3	19.0
L. H.....	17/10	338	0.84	1122	2830	12.5	18.8	320	0.82	1320	3300	12.2	19.2
F. J.....	19/10	277	0.80	1070	2607	12.0	19.6	262	0.81	1080	2300	10.4	22.5

Digitized by Google

len, og Fremgangsmaaden var som Regel den, at Forsøgspersonen aandede i een Sæk i selve Arbejdsperioden, i en anden Sæk de første 8—9 Min. derefter, i en tredje de næste 8—9 Min. og endelig i en fjerde i ca. 5 Min. Hele Efterperioden blev saaledes 20—25 Min. delt i 3 Perioder, af hvilke den sidste tjente som Kontrol paa, at Iltoptagelsen atter havde naaet Hvileværdien. Var dette ikke Tilfældet, blev Forsøget kasseret. Under hele Efterperioden blev Forsøgspersonen siddende paa Cyklen med Fødderne støttet paa de dertil indrettede Fodhvilere.

Efter en kort Pause foregik dernæst Forsøget paa Trappen. Ved dennes Fod blev Sandsækken anbragt paa Skulderen af Forsøgspersonen uden dennes Medvirken, og under Opstigningen fulgte en Hjælper med for at bære *Douglas*-Sækken, medens Forsøgspersonen selv støttede Respirationsventilen med den ene Haand. Umiddelbart ovenfor Trappen, paa Bygningens øverste Etage, hvor Opstigningen sluttede, var ophængt *Douglas*-Sække i Tilslutning til en ny Ventil og et nyt Mundstykke. Her lod Forsøgspersonen Sandsækken falde paa Gulvet, anbragte sig paa en Stol og skiftede hurtigt (d. v. s. i Løbet af 1—2 Sekunder) Mundstykke, hvorefter Efterperioden begyndte. Denne gennemførtes dernæst paa samme Maade som efter Arbejdet paa Cykleergometret.

Resultaterne af Forsøgene fremgaar af Tabel 7, i hvilken dog er udeladt enkelte indledende Forsøg og saadanne, i hvilke der ikke kunde bringes Overensstemmelse til Veje mellem Hvileforsøget og den sidste Efterperiode. En ringe Uoverensstemmelse mellem disse to Værdier kan dog som Regel ikke undgaas, og den i Tabellen (under »Cykling«) angivne Værdi er da Middeltallet mellem de to Værdier. Naar der tillige under »Opbæring af Byrde« er angivet en — som Regel lavere — Hvileværdi, beror dette paa, at den sidste Efterperiode efter Trappe-Forsøget næsten i alle Tilfælde gav en lavere Værdi end den til Cyklingen svarende Hvileværdi. Dette skyldes sandsynligvis, at Hvilestillingen under Efterperioden paa Trappen har været bekvemmere end Stillingen paa Cyklen. Den Hvileværdi, der er angivet svarende til Trappe-Forsøget er derfor beregnet som Middeltallet mellem den oprindelige Hvileværdi og Værdien fra den sidste Periode paa Trappen. Paa denne Maade vil en Fejlkilde af den omtalte Art sikkert være elimineret.

Stofskifteforøgelsen er i Tabellen angivet dels i cm^3 O_2, dels i gr. kal. pr. kgm Arbejde. Forøgelsen i O_2-Optagelsen er beregnet ved Summation af O_2-Optagelsen i de Perioder (Arbejdsperioden og de første Efterperioder), der viste en Forøgelse, efter Fradrag af den til disse Perioder svarende Hvileværdi. De saaledes beregnede Tal er naturligvis kun indirekte et Udtryk for det forøgede Energiforbrug. Da det imidlertid har vist sig, at der til en bestemt Iltoptagelse svarer et nogenlunde konstant

Digitized by Google

Energiforbrug i Organismen, nemlig ca. 4.9 gr.kal. pr. cm^3 O_2, er det muligt af disse Tal at beregne selve Energistigningen. Denne findes i næste Kolonne angivet i kal. pr. kgm teknisk Arbejde. Endelig er i sidste Kolonne anført Netto-Nyttevirkningen i pCt. beregnet som Forholdet mellem det udførte tekniske Arbejde og Forøgelsen af Energiforbruget.

Vil man nu drage en Sammenligning mellem de fundne Værdier for Nyttevirkningen under Cykling og under Opbæring af Byrde, for herved at naa til en Vurdering af Ydelsen svarende til denne sidste Arbejdsform, maa det først bemærkes, at de Værdier, der er fundet for Nyttevirkningen under Cykling, er noget lavere end man sædvanlig finder dem ved denne Arbejdsform. Der foreligger ganske vist ikke Nyttevirkningsbestemmelser svarende netop til den Belastning og det Tempo, der her er Tale om; men Resultaterne fra de Forsøg, der kommer de her omtalte nærmest, tyder paa, at Netto-Nyttevirkningen skulde ligge omkring 22 pCt. De paagældende Resultater stammer imidlertid fra Forsøg, i hvilket Arbejdet har været fortsat gennem saa lang Tid, at der er indtraadt saakaldt »steady state«. Ved Arbejdsperiodens Begyndelse stiger Iltoptagelsen ikke momentant, men nærmer sig efterhaanden et Niveau, hvor den holder sig konstant indtil Arbejdets Slutning, og hvis Højde retter sig efter Arbejdets Størrelse. Hvis man indenfor denne Periode (»steady state«), i hvilken *Iltoptagelsen* svarer kvantitativt til *Iltforbruget* i Organismen, beregner Forholdet mellem det udførte Arbejde og den i samme Tid bestemte Energiforøgelse, faar man et Udtryk for Nyttevirkningen, og det er denne Størrelse, der som Regel ligger noget højere end Værdierne i Tabel 7. De faa Undersøgelser, der foreligger angaaende kortvarigt Arbejde, tyder imidlertid paa, at Nyttevirkningen beregnet som Forholdet mellem Arbejdsydelsen og den totale Energiforøgelse (Restitutionsperioden medregnet) ligger noget lavere end den lige omtalte, selv om Arbejdseffekten er uforandret. Der er derfor Grund til at antage, at de forholdsvis lave Værdier for Nyttevirkningen ikke skyldes et særlig stort Extraarbejde i disse Forsøg, men kun Arbejdets korte Varighed, og at de fra tidligere Forsøg foreliggende Resultater angaaende Arbejdsydelsens Størrelse kan overføres paa nærværende Forsøg.

Af Tabellen fremgaar det, at Nyttevirkningerne svarende til de to Arbejdsformer er overensstemmende; Forskellen, der snart gaar i den ene, snart i den anden Retning, ligger indenfor Forsøgenes Fejlgrænser, og man tør heraf slutte, at under Forudsætning af samme ydre Arbejde, stiller de to Arbejdsformer det samme Krav til Organismen, hvad Energiforbruget angaar. Dog bør det maaske bemærkes, at Forsøgene naturligvis intet siger om, hvorledes Forholdene vilde være, hvis det drej-

Digitized by Google

de sig om almindeligt Løb paa Trappe uden Byrde og eventuelt i et andet Tempo; men hvad de her valgte Arbejder angaar, er altsaa Energiforbruget pr. kgm teknisk Arbejde det samme i begge Tilfælde.

Man kunde nu paa Grundlag af tidligere Undersøgelser forsøge at beregne Størrelsen af det Energiforbrug, der skyldes Extraarbejdet paa Cyklen, og under Forudsætning af, at dette Arbejde udføres med den samme Nyttevirkning som det tekniske Arbejde, kunde man heraf beregne Extraarbejdets Størrelse, der atter i Forbindelse med det tekniske Arbejde vilde give den samlede Arbejdsydelse. Og denne Arbejdsydelse vilde da ifølge det foregaaende ogsaa være den, man maatte regne med under Opbæring af Byrder. Som tidligere omtalt udgør under Cykling det med Extraarbejdet forbundne Energiforbrug imidlertid kun en ret ringe Del af hele Energiforøgelsen (for det her omtalte Arbejde maaske 10—15 pCt.), og desuden er der noget ulogisk i at beregne Extraarbejdet i kgm, da en stor Del af det hertil knyttede Energiforbrug skyldes statisk Muskelvirksomhed, der overhovedet ikke er noget fysisk defineret Arbejde.

Det vil formentlig i det her omhandlede Tilfælde være rimeligst at benytte Arbejdet paa Cykleergometret som Udgangspunkt og betragte Byrdebæringen *i Forhold hertil.* Cykleergometret er som tidligere nævnt i Færd med at trænge ind som Standardapparat ved fysiologiske Undersøgelser og benyttes ogsaa ved Funktionsundersøgelser i Kliniken, for saa vidt saadanne udføres i Tilknytning til et doseret Muskelarbejde. Man kan derfor ved fysiologiske og kliniske Undersøgelser i Fremtiden vente, at et Individs Ydeevne som oftest vil blive angivet ved Størrelsen af det Arbejde, han er i Stand til at udføre paa Cyklen, og ved Organismens Reaktion overfor et saadant Arbejde.

Men i saa Fald vil man af de her refererede Forsøg kunne slutte, at det rent ydre Arbejde under Opbæring af Byrder (af den Størrelsesorden, der her er Tale om: ca. 30 kg) med stor Tilnærmelse svarer til det virkelig udførte Arbejde, og at det med Hensyn til Organismens Energiforbrug i det store og hele stiller de samme Krav til Individet som et Arbejde af samme Størrelse udført paa Cykleergometret.

Digitized by Google

ZUSAMMENFASSUNG

STOFFWECHSELUNTERSUCHUNGEN BEI DEN TRAININGSÜBUNGEN DER GASTAUCHER DER KOPENHAGENER FEUERWEHR

Als Glied der Bestrebungen, das körperliche Training der Gastaucher der Kopenhagener Feuerwehr möglichst rationell gestalten zu können, wurden auf Veranlassung der Gastaucherschule der Feuerwehr 2 Versuchsreihen am turntheoretischen Laboratorium der Universität angestellt.

Es wurden untersucht:

1. Die Verwendbarkeit der Gastauchgeräte (Dräger K. G. 1928) zur Bestimmung der O_2-Aufnahme des Individuums bei einer bestimmten Trainingsübung, um dadurch die Forderungen, welche die betreffende Übung an den Organismus stellt, beurteilen zu können.
2. Die Grösse des Energiumsatzes des Organismus bei einer innerhalb der Mannschaft viel verwendeten Übung, Tragen von Lasten eine Treppe hinauf, bestimmt mit Hilfe der gewöhnlichen respirationsphysiologischen Methoden.

Die Versuche wurden an 6 gut trainierten Feuerwehrmännern zwischen 10 und 12 Uhr Vormittags vorgenommen.

ad 1. Der O_2-Verbrauch musste bei Verwendung der Gastauchgeräte durch Wiegen der O_2-Flasche vor und nach dem Versuch bestimmt werden. Da aber die O_2-Zufuhr bei diesem Apparat nicht nur willkürlich dosierbar ist, sondern auch automatisch vor sich geht, ist es von vornherein klar, dass die Bestimmung der O_2-Aufnahme des Individuums nur möglich ist, wenn die Muskelarbeit so gross ist, dass der Sauerstoffbedarf die automatische Dosis übersteigt. Die Versuche wurden deshalb bei Leistungen mittelschwerer Arbeit (meistens 668 kgm pro Min.) auf dem Fahrradergometer ausgeführt. Vor oder nach dem Versuch mit dem Gastauchgerät wurde in derselben Arbeitsperiode eine Bestimmung

Digitized by Google

der O_2-Aufnahme mittels eines Respirationsapparates von dem sog *Renault*-Typus vorgenommen.

Die gewonnenen Resultate sind in den Tabellen 1—6 angegeben. In mehreren Fällen gaben die beiden Methoden übereinstimmende Resultate, obgleich die Schwierigkeiten, genaue Resultate mit dem Gastauchgerät zu erreichen, sehr gross sind und besonders darin liegen, dass das willkürliche Dosieren auf der einen Seite nicht so stark sein darf, dass ein Überdrück im Gerät gebildet wird, und auf der anderen Seite auch nicht zu schwach, weil ein geringer Unterdruck ein Einsaugen von Luft von aussen bewirken kann. Ein grösserer Unterdruck ist in dieser Hinsicht nicht so gefährlich, weil in diesem Fall die Maske dicht an die Haut gesaugt wird.

Zur genauen Regulierung der Druckverhältnisse im Apparat ist aber in so hohem Mass die Mitwirkung einer verständigen Versuchsperson erforderlich, dass das Gerät im allgemeinen als ungeeignet für Stoffwechelbestimmungen angesehen werden muss.

ad 2. In der zweiten Versuchsreihe wurde die Steigerung der O_2-Aufnahme während und unmittelbar nach Tragen von Lasten eine Treppe hinauf mit der bei Arbeiten auf dem Fahrradergometer verursachten Vergrösserung verglichen. Der O_2-Verbrauch wurde mit Hilfe des *Douglas*-Sack-Verfahrens bestimmt. Die Steigarbeit auf der Treppe betrug etwa 1200 kgm und wurde in etwa 0.85 Min. geleistet. Das Radfahren wurde im gleichen Tempo und mit entsprechender Belastung ausgeführt. Aus der O_2-Aufnahme wurde der Energieumsatz berechnet (1 Liter O_2 = 4.9 kal.) und daraus wieder der Netto-Wirkungsgrad (Technische Arbeit Vergrösserung des Umsatzes). Aus den Resultaten (Tabelle 7) ergibt es sich, dass der Netto-Wirkungsgrad bei den beiden Arbeitsformen ungefähr gleich ist. Die verhältnismässig niedrigen Werte (etwa 20 pCt.) sind wahrscheinlich der kurzen Arbeitszeit zuzuschreiben.

Es wird geschlossen, dass das Tragen von Lasten, was die Grösse der Leistung anbetrifft im grossen und ganzen mit der üblichen zu Funktionsuntersuchungen verwendeten Arbeit auf dem Fahrradergometer verglichen werden kann.

Digitized by Google

INGENIØRVIDENSKABELIGE SKRIFTER

A.

UDGIVET AF

DANMARKS NATURVIDENSKABELIGE SAMFUND

VED UDVALGET FOR *INGENIØRVIDENSKABELIG FORSKNING*

A. 1. *M. Rubner:* Aus dem Leben einer Zelle. 1913. (Pris: Kr. 0,50).
2. *Niels Bjerrum:* Nyere Undersøgelser over Atomernes Bevægelser med særligt Henblik paa Kvantehypotesen. 1915. (Pris: Kr. 0,50).
3. *Kølpin Ravn:* Om Agerbruget paa St. Croix. 1915. (Pris: Kr. 0,50).
4. Fru *Kirstine Meyer:* Ole Rømer. Ved Afsløring af Ole Rømer Statuen. 1918. (Pris: Kr. 0,50).
5. *E. Strömgren:* Ole Rømer som Astronom. 1918. (Pris: Kr. 0,50).
6. *M. C. Harding:* Ole Rømer som Ingeniør. 1918. (Pris: Kr. 0,50).
7. *E. S. Mitscherlich:* Om Vækstfaktorernes Virkningslov. 1921. (Pris: Kr. 0,50).
8. *A. Wegener:* 1) Kontinenternes Forskydning. 2) Jordskorpens Natur. 3) Fortidens Klimater. 1922. (Pris: Kr. 0,50).
9. *F. C. Becker, C. Janholm* og *P. E. Raaschou:* Om Tørringsprocessen. 1925. (Pris: Kr. 0,50).
10. *A. Oppermann:* Nyere Principper i Skovdyrkningen. 1925. (Pris: Kr. 1,50).
11. *P. E. Raaschou* med Assistance af *N. C. Janholm* og *A. Ranløv:* En Undersøgelse over Varmeøkonomien ved Gasværksovne. 1926. (Pris: Kr. 1,00).
12. Ingeniørkaptajn *K. Prytz* i Samarbejde med Professor *G. Schonweller* og Ingeniør *Th. Claudi Westh:* Sammenhængen mellem Nedbør og Tilstrømning til Nissum Fjord. 1926. (Pris: Kr. 1,50).
13. *P. E. Raaschou* og *V. Ahrend Larsen:* En Undersøgelse over Bomuldsstoffernes Paavirkning ved Vask, specielt med perboratholdige Vaskemidler. 1927. (Pris: Kr. 1,50).
14. *H. I. Hannover:* Om Molersten, — en betydningsfuld dansk Specialindustris Udvikling. 1927. (Pris: Kr. 2,50).
15a & b. *P. O. Pedersen:* The Propagation of Radio Wawes. 1927. (Pris: Kr. 15).
16. *A. Ostenfeld:* Polyteknisk Læreanstalt Laboratorium for Bygningsstatik 1. 1928. (Pris: Kr. 1,50).
17. *K. W. Johansen:* Om Virkningen af Bøjler og Skraajærn i Jærnbetonbjælker. 1928. (Pris: Kr. 2,00).
18. *P. O. Pedersen:* Et Par Anvendelser af elektriske Udladninger i Maaletekniken: Smaatidsmaaling og Klydonograf. (Pris: Kr. 1,00).
19. *A. Ostenfeld:* Exzentrisch beanspruchte Säulen, Versuche mit Holzsäulen, Querschnittsbemessung. With an english summary. 1929. (Pris: Kr. 3,00).
20. *Vilhelm Marstrand:* Ingeniøren og Fysikeren Ludvig August Colding. Minde-

Digitized by Google

skrift i Anledning af Den polytekniske Læreanstalts Hundredaarsfest. 1929. (Pris: Kr. 2,00).

21. *A. Ostenfeld:* Exzentrisch beanspruchte Säulen, Versuche mit Stahlsäulen, Querschnittsbemessung. With an english summary — Avec un resumé en français. 1930. (Pris: 3,00).
22. *Axel Bendixsen:* Beregning af Spændingerne i krumme Flader, specielt Kuglefladen. Mit einem deutschen Resumé. 1930. (Pris: Kr. 3,00).
23. *J. O. V. Irminger* and *Chr. Nøkkentved:* Wind-Pressure on Buildings Experimental Researches. 1930. (Pris: Kr. 10,00).
24. *Jul. Hartmann:* The Jet-Wave Rectifier. 1931. (Pris: Kr. 30,00).
25. *Walter Engel:* Die heutige theoretische Grundlage der Materialprüfung der Metalle. 1931. (Pris: Kr. 3,00).
26. *A. Ostenfeld:* Exzentrisch beanspruchte Säulen III beliebige Exzentrizität, Versuche mit Holz- und Stahlsäulen. With an english summary. 1931. (Pris: Kr. 4,00).
27. *K. Prytz:* Messung der Wasserführung von Dränsträngen. 1931. (Pris: Kr. 0,75).
28. *Fr. Johannsen:* Ingeniør C. Winsløw's Teori om Jordoverfladens Udformning ved planetariske Kræfter. Avec un resumé en français. 1931. (Pris: Kr. 0,50).
29. *Dansk Selskab for Bygningsstatik* og *Dansk Ingeniørforenings Udvalg for rationel Betonblanding:* Forsøg med Beton og Tilslagsstoffer. Mit einer deutschen Zusammenfassung. 1931. (Pris: Kr. 2,50).
30. *William Rung:* Tafeln zur Berechnung von Hochspannungsleitungen bis 1000 km Länge nebst kurzer Theorie. 1931. (Pris: Kr. 4,50).
31. *Niels Engel:* Untersuchungen über die Stahlhärtung. 1931. (Pris: Kr. 10,00).
32. *The Technical Staff of the Copenhagen Telephone Company:* The Development of Thelephonic Communication in Copenhagen 1881—1931. 1932. (Pris: Kr. 8,00).
33. *K. Prytz:* Der Kreislauf des Wassers auf unberührtem Hochmoor. 1932. (Pris: Kr. 3,00).

B.

UDGIVET AF

DANSK INGENIØRFORENING

B. 1. Isolatorbindinger. Udvalgsberetning. 1929. (Pris: Kr. 1,25).
2. Beretning om Det nordiske Ingeniørmøde i København 28.—31. August 1929 samt om Den polytekniske Læreanstalts 100-Aars Fest. 1930. (Pris: Kr. 10,00).
3. *E. Suenson:* Cementrørs Vandtæthed. With an english summary. 1930. (Pris: Kr. 2,50).
4. *Anker Engelund:* Alssundbroen. With an english summary. 1930. (Pris: Kr. 3,00).
5. *Henry Stjernqvist:* Studier i Elektricitetsværks Statistik. With an English summary. 1931. (Pris: Kr. 2,50).
6. *Emanuel Hansen & Povl Vinding:* Undersøgelser angaaende Stofskiftet ved Træningsarbejder for Røgdykkere. 1932. (Pris: Kr. 1,00).

Digitized by Google

LN43

INGENIØRVIDENSKABELIGE SKRIFTER
B Nr. 7

BIDRAG TIL EN RATIONEL BESTEMMELSE
AF TIDSPUNKTET FOR

FORNYELSEN ELLER ÆNDRINGEN AF ET PRODUCERENDE ANLÆG

AF

A. RYE CLAUSEN
M. Ing. F.

DANSK INGENIØRFORENING
I KOMMISSION HOS G. E. C. GAD · VIMMELSKAFTET 32
KØBENHAVN 1932

Pris: Kr. 1,50

LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF WISCONSIN
Digitized by Google

Digitized by Google

INGENIØRVIDENSKABELIGE SKRIFTER
B Nr. 7

BIDRAG TIL EN RATIONEL BESTEMMELSE AF TIDSPUNKTET FOR FORNYELSEN ELLER ÆNDRINGEN AF ET PRODUCERENDE ANLÆG

AF

A. RYE CLAUSEN
M. Ing. F.

DANSK INGENIØRFORENING
I KOMMISSION HOS G. E. C. GAD · VIMMELSKAFTET 32
KØBENHAVN 1932

Digitized by Google

Digitized by Google

BIDRAG TIL EN RATIONEL BESTEMMELSE AF TIDSPUNKTET FOR FORNYELSEN ELLER ÆNDRINGEN AF ET PRODUCERENDE ANLÆG

I »Polyteknisk Tidsskrift, Ingeniør og Samfund« 1929 har Professor *P. O. Pedersen* skrevet en udførlig Afhandling om »Afskrivning paa tekniske Anlæg« under Henvisning til den voksende Betydning, som Anlægskapitalens Forrentning og Afskrivning har faaet ved Overgangen til højere Teknik i Produktionen. Professoren behandler indgaaende de forskellige Afskrivningsmetoder samt deres Betydning og Gyldighed for den praktiske Brug, idet han forudsætter, at man kender det enkelte Anlægs Levetid (Fornyelsestidspunkt), og at Vedligeholdelsesudgiften vokser med Anlægets Alder.

Nærværende Arbejde er et Forsøg paa at opstille en Teori for Bestemmelsen af det gunstigste Tidspunkt for Anlægets Fornyelse eller Ændring og at udlede Formler for Sammenhængen mellem nogle af de Størrelser, der i denne Forbindelse har Interesse. Der kan herved vindes Forstaaelse af, hvilken Vægt man skal tillægge de forskellige Faktorer, og der kan faas en Rettesnor for de Fordringer, man bør stille til det i Praksis indsamlede Materiale, som maa benyttes for at komme til et brugeligt Resultat.

Naar det ikke drejer sig om midlertidige Anlæg med begrænsede Formaal, som selv betinger Brugstiden, men om Anlæg for en stadig fortsat Virksomhed, maa Afskrivningen tilstræbes tilendebragt paa det Tidspunkt, da det koster lige saa meget at fortsætte med Brugen af det gamle Anlæg som at forny det eller afløse det med et hensigtsmæssigere (billigere producerende Anlæg).

Indtræffelsen af dette Tidspunkt (det mest økonomiske Tidspunkt) er afhængig af en Række Faktorer, saasom Prisniveauet, Aarsproduktionen og Fremkomsten af hensigtsmæssigere Anlæg, angaaende hvis Variationer

Digitized by Google

eller Optræden i den forestaaende Afskrivningsperiode man forud kun kan danne sig et mere eller mindre usikkert Skøn.

Forskellen mellem den øjeblikkelige Produktionsudgift og Udgiften i Anlægget som nyt (i det følgende kaldet *Aldersudgiften*) samt endvidere Anlægets Værdi i Kassationsøjeblikket (i det følgende kaldet *Kassationsværdien*) er ligeledes bestemmende Faktorer for det mest økonomiske Tidspunkt, og da disse Faktorer, som ganske vist er afhængige af Prisniveauet og Aarsproduktionen, tillige er knyttede til fysiske Forhold ved Anlægget, er det principielt muligt at bestemme eller forud anslaa deres Størrelse paa de forskellige Tidspunkter, naar de øvrige Faktorer forbliver konstante.

I det følgende vil jeg gaa ud fra, at man kender Anlægets Aldersudgift og Kassationsværdi, som omtales nærmere under Afsnit A 1 og A 5, og det skal da i Afsnit A 2 paavises, hvorledes man paa Grundlag heraf kan finde Fornyelsestidspunktet (Afskrivningsperiodens Længde) for konstant Prisniveau og Aarsproduktion, naar der ikke fremkommer hensigtsmæssigere Anlæg. I Afsnit A 3 vil det blive vist, hvorledes det saaledes fundne Tidspunkt ændres, dels naar der fremkommer et hensigtsmæssigere Anlæg, dels naar Rentefoden eller Prisen paa et nyt Anlæg (Mage til det gamle) undergaar en Forandring. Dernæst er der i Afsnit A 4 angivet nogle Formler for Værdien (Brugsværdien) af et arbejdende Anlæg, som det endnu kan betale sig at holde i Brug. Endelig er der i Afsnit B gjort Forsøg paa tilsvarende (tilnærmede) Bestemmelser for variabel Aarsproduktion.

Jo længere Afskrivningsperioden findes ved den anvendte Fremgangsmaade, desto mere usikker bliver naturligvis denne som enhver Forudberegning, idet der da paa Grund af uforudselige Variationer i de bestemmende Faktorer er større Mulighed for, at Afvigelsen mellem den fundne Afskrivningsperiode og Anlægets mest økonomiske Brugstid kan vokse. Som Følge heraf vil Fremgangsmaaden være bedst egnet for Anlæg med en ikke for lang Afskrivningsperiode, men skulde forøvrigt dog i mange Tilfælde kunne give et Holdepunkt for Bedømmelsen af den mest økonomiske Brugstid, ogsaa under Hensyn til Fremkomsten af hensigtsmæssigere Anlæg samt til Ændring i Rentefod eller Anlægspris.

A. Konstant Aarsproduktion.

1. *Kurver for Aldersudgift og Kassationsværdi.*

Aldersudgiften er (undtagen i ganske specielle Tilfælde) afhængig af Aarsproduktionens Størrelse. Vi vil imidlertid foreløbig regne med en bestemt gennem hele Brugstiden konstant (og ensformig fordelt) Aarspro-

Digitized by Google

duktion, medens det almindelige Prisniveau stedse antages at holde sig uforandret. Da den aarlige Produktionsudgift, efterhaanden som Anlæget ældes, i Reglen vil stige af forskellige Grunde, saasom forøgede Reparationsudgifter og mindre Nyttevirkning, kan der tænkes optegnet en Aldersudgiftkurve $y = f(x)$ som vist paa Fig. 1, hvor Ordinaterne mellem Linien 0—3 (Abscisseaksen) og Kurven 0—1 angiver Aldersudgiften pr. Aar for den givne Aarsproduktion, medens Abscisserne angiver Antallet af de forløbne Aar, siden Anlæget toges i Brug.

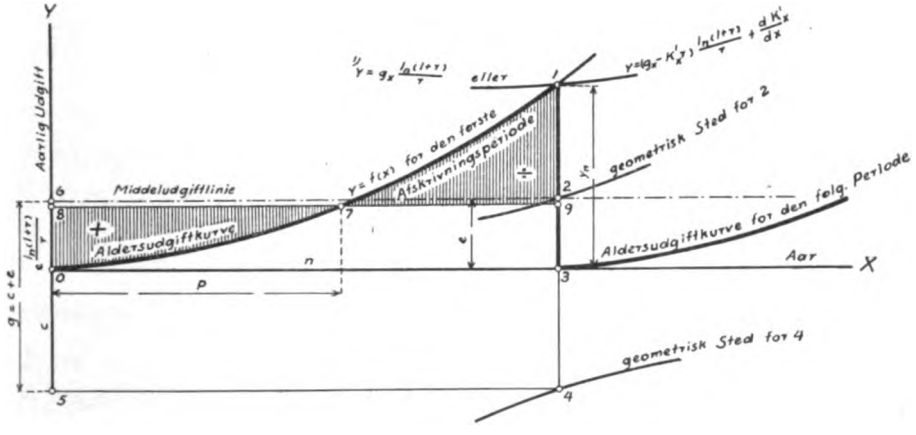


Fig. 1.

[1]) Er Kurvens Ligning $y = g_x \frac{l_n(1+r)}{r}$, skal Tangenten i 1 være vandret, fordi g_x her $= g$, der er bestemt som en Minimumsværdi. Ligningen

$$y = (g_x - K'_x r) \frac{l_n(1+r)}{r} + \frac{dK'_x}{dx}$$

gælder, naar Anlæget har en Kassationsværdi, se nedenfor.

I Stedet for at forløbe som den paa Fig. 1 og de følgende Fig. viste jævne, stigende Linie kunde Kurven tænkes vandret (eller endog faldende) paa en større eller mindre Del af sin Længde, men der maa da ialfald tilsidst fremkomme en mere eller mindre brat Opbøjning, eventuelt et skarpt Knæk og en lodret Linie, svarende til en pludseligt indtrædende ubrugelig og ureparabel Tilstand.

Kurven kan endvidere i sine Enkeltheder tænkes at have et ujævnt Forløb, bølgende eller kantet, eventuelt med bratte Stigninger eller Fald, f. Eks. ved indtræffende Hovedreparationer. Saadanne Ujævnheder, der snarere eller mere udpræget kan ventes for det enkelte Anlæg end som Gennemsnit for en Række Anlæg af samme Art, vil lejlighedsvis blive berørt nedenfor. Det vil ofte være bekvemt at foretage en passende Udjævning af Kurven, hvilket er tilladeligt, naar den sker saaledes, at det ikke faar nogen praktisk Betydning for det søgte Resultat.

Digitized by Google

Hvis Anlæget har en med Tiden varierende Kassationsværdi K' til Realisering eller Formindskelse af Udgiften til et nyt Anlæg, kan der som vist paa Fig. 2 paa samme Maade som for Aldersudgiften tænkes optegnet en Kurve $K'_x = \varphi(x)$, der i Almindelighed maa være faldende ned imod Abscisseaksen eller endog (som antydet ved Punktering) under denne, saa at K' bliver negativ efter Tidspunktet 4.

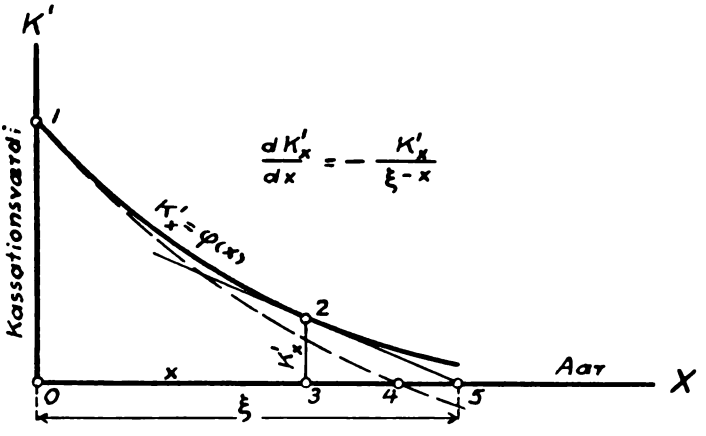


Fig. 2.

Da Anlægets mest økonomiske Brugstid er afhængig af disse Kurver, maa et tilstrækkeligt Kendskab til dem, og navnlig til den første, i hvert enkelt Tilfælde være en Betingelse for den praktiske Anvendelse af den nedenfor beskrevne Fremgangsmaade. Opgaven bestaar da i at bestemme Kurverne saa nøjagtigt, at de kan faa praktisk Betydning. Resultatet, som maa opnaas ved Forsøg eller gennem Statistik, vil kræve et Arbejde, der som oftest er uoverkommeligt for den enkelte Virksomhed, medmindre den er meget stor; men det kan muligvis udføres i Fællesskab indenfor den Virksomhedsgren, som har Interesse deri, eller under offentlig Medvirkning, ligesom det for adskillige Maskintypers Vedkommende kunde tænkes udført af den Fabrik, der fremstiller dem, naar denne er en anset og paalidelig Virksomhed med Raadighed over de nødvendige tekniske Virkemidler og et tilstrækkeligt uddannet Personale.

2. *Fornyelse af et Anlæg.*

Den Annuitet[2]), c, som er nødvendig til Forrentning og Afskrivning af Anlægskapitalen K i Løbet af n Aar, er:

[2]) Annuiteten a er det Beløb, som man ved hvert Aars Udgang maa hensætte for efter n Aars Forløb at faa Kapitalen $A = \frac{a}{r}[(1+r)^n - 1]$, $a = Ar\frac{1}{(1+r)^n - 1}$.

Digitized by Google

$$c = Kr\frac{(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}, \qquad (1)$$

der er afsat under Abscisseaksen 0—3 paa Fig. 1.

Paa det Tidspunkt, da det netop kan betale sig at kassere det gamle Anlæg, maa dette, der foreløbig tænkes uden Kassationsværdi, være afskrevet, og den hertil svarende Situation ved en Anlægsalder af n Aar er vist paa Fig. 1. Summen af alle Periodens Aldersudgifter, henført med Renteredukton til dens Begyndelse, er:

$$K_{an} = \int_0^n \frac{y}{(1+r)^x}\,dx = \int_0^n \frac{f(x)}{(1+r)^x}\,dx.$$

idet Rentefoden er r. Kendes n, kan K_{an} findes grafisk ved at omtegne Aldersudgiftkurven i et nyt Koordinatsystem med samme Ordinatenheder som før, medens den Længde, der paa Abscisseaksen angiver 1 Aar, ved det vilkaarlige Aar x er afsat som den oprindelige for 1 Aar benyttede Længde reduceret i Forholdet $\frac{1}{(1+r)^x}$. K_{an} er da Arealet mellem den saaledes ændrede Kurve, Abscisseaksen og Ordinaten ved Aar n, maalt *i de oprindelige Enheder for Abscisser og Ordinater.*

Annuiteten for Kapitalen K_{an} er:

$$e = K_{an} r\frac{(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}. \qquad (2a)$$

Vi sætter:

$$c + e = g = (K + K_{an})\,r\,\frac{(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}.$$

Den Abscisse n, hvis Ordinat faar afskaaret det korteste Stykke 2—4 imellem de Kurver, som er de geometriske Steder for 2 og 4, naar n varierer, angiver Længden af den Afskrivningsperiode, som kræver den mindst mulige Annuitet til Forrentning, Afskrivning og Aldersudgifter. (Tangenten i 2 $\neq$ Tangenten i 4). Der haves da:

$$\frac{dc}{dn} + \frac{de}{dn} = \frac{dg}{dn} = 0.$$

$$\left(\frac{(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}\,\frac{dK_{an}}{dn} + (K + K_{an})\,\frac{d\left[\frac{(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}\right]}{dn}\right) r = 0.$$

Ved Henstand i n Aar vokser A til $A(1+r)^n$. For at afbetale en Gæld A i Løbet af n Aar maa man altsaa aarligt præstere et Beløb (en Annuitet) $= a(1+r)^n$ $= Ar\frac{(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} = Ar$(Renten) $+ Ar\frac{1}{(1+r)^n - 1}$ (Afskrivningen).

Digitized by Google

$$\frac{(1+r)^n}{(1+r)^n-1}\frac{y_n}{(1+r)^n}-(K+K_{an})\frac{(1+r)^n l_n(1+r)}{[(1+r)^n-1]^2}=0.$$

$$y_n=f(n)=(K+K_{an})\frac{(1+r)^n l_n(1+r)}{(1+r)^n-1}=g\frac{l_n(1+r)}{r}. \qquad (3a)$$

n kan da findes grafisk (Fig. 1) som Abscissen til Skæringspunktet 1 mellem Kurverne $y=f(x)$ og $y=g_x\frac{l_n(1+r)}{r}$, idet x indsættes i Stedet for n i Udtrykket for g, som derved bliver til g_x. Det K_{an}, som g indeholder, bliver til $K_{ax}=\int_0^x\frac{f(x)}{(1+r)^x}dx$, der for alle de Værdier, man efterhaanden tillægger x, findes paa samme Maade som K_{an}, kun at Arealet er begrænset af Ordinaten ved Aar x.

Da $\frac{l_n(1+r)}{r}<1$, er $y_n<g$, hvorfor man maaske vilde indvende, at det saa maatte være fordelagtigt at fortsætte med det gamle Anlæg fra Aar n (da Forrentning og Afskrivning af K er ophørt, altsaa c bortfaldet), indtil Aldersudgiften var steget til g. En saadan Indvending vilde dog ikke være ganske berettiget, fordi Aldersudgiften er en kontinuerlig fordelt Udgift, medens »Middeludgiften« g i den n-aarige Afskrivningsperiode er bestemt som en Annuitetsudgift, der præsteres samlet ved Udgangen af hvert Aar. Den til den kontinuerlig fordelte Udgift $y_n=g\frac{l_n(1+r)}{r}$ svarende Annuitetsugift g', der jo skulde udbetales første Gang efter 1 Aars Forløb, bliver:

$$g'=\int_0^1 y_n(1+r)^{1-x}dx=y_n(1+r)\int_0^1(1+r)^{-x}dx$$

$$=-y_n(1+r)\frac{(1+r)^{-x}}{l_n(1+r)}\Big]_0^{x=1}=y_n\frac{r}{l_n(1+r)}=g\ ^3),$$

---

[3]) Det ses, at hvis der ved »Middeludgift« forstaas den kontinuerlig fordelte Udgift, som er ensbetydende med Annuiteten, bliver Ordinaten til en saadan »Middeludgift«linie lig med Ordinaten til den hidtil anvendte Middeludgiftlinie (med Annuitetsfordeling, se Fig. 1), multipliceret med Faktoren $\frac{l_n(1+r)}{r}$. Den sidstnævnte Middeludgiftlinie er imidlertid anvendt, fordi man i Praksis forrenter og afskriver med Annuiteter.

For de sædvanlige Værdier af r vil $\frac{l_n(1+r)}{r}$ dog kun afvige nogle faa Procent fra 1. Naar $r=0{,}06$, er saaledes $\frac{l_n(1+r)}{r}=$ c. 0,97, hvorfor man i de fleste Tilfælde tilstrækkelig nøjagtigt kan sætte $\frac{l_n(1+r)}{r}=1$.

Digitized by Google

altsaa netop den aarlige Middelværdi af Alders-, Afskrivnings- og Rente-udgiften i Afskrivningsperioden, og da $y > y_n$ efter Aar n, vilde det i Virkeligheden efter dette Tidspunkt blive dyrere at fortsætte med det gamle Anlæg end at forny det.

Hvis Afskrivningen sker ved Henlæggelse til en særlig Fond, da er dennes Størrelse ved det vilkaarlige Aar x, se Note 2:

$$U_x = K\frac{(1+r)^x - 1}{(1+r)_n - 1}. \qquad (4)$$

Efter n Aars Forløb skal Anlægskapitalen K være tilstede, hvilket ogsaa ses at være Tilfældet.

Annuitetsudgiften e er ensbetydende med den kontinuerlig fordelte Udgift $e\frac{l_n(1+r)}{r}$. I den første Del af Afskrivningsperioden, indtil Alders-udgiften $y = f(x)$ naar denne Værdi, henlægges Forskellen $e\frac{l_n(1+r)}{r} - f(x)$ til en Fond, for Kortheds Skyld kaldet Vedligeholdelsesfonden, der med paaløbne Renter forbruges i den sidste Del af Perioden til Dækning af det Underskud, som fremkommer, naar $e\frac{l_n(1+r)}{r} < f(x)$.

Ved Aar x er Vedligeholdelsesfonden:

$$V_x = \frac{e}{r}\left((1+r)^x - 1\right) - (1+r)^x \int_0^x \frac{f(x)}{(1+r)^x}\,dx = \frac{e}{r}\left((1+r)^x - 1\right) - K_{ax}(1+r)^x. \qquad (5)$$

Den Værdi p af x, der findes grafisk som Abscisse til Skæringspunktet 7 mellem Kurven $y = f(x)$ og den rette Linie $y = e\frac{l_n(1+r)}{r}$, vilde angive det Tidspunkt, da Henlæggelsen gik over fra at være positiv til at være negativ, hvis Fondens Beløb ikke forrentedes. Da dette imidlertid sker, indtræffer Tidspunktet noget efter Aar p, og V_{max} bliver lidt $> V_p$.

Arealet 0—7—8 paa Fig. 1 fremstiller Summen af de til Fonden henlagte Beløb uden Rentetillæg og Arealet 7—1—9 paa samme Maade Summen af de udtagne Beløb. For Anlæg uden Kassationsværdi er sidstnævnte Areal større end det førstnævnte, da der er paaløbet ethvert Beløb Renter fra Henlæggelses- til Udtagelsesøjeblikket. Efter n Aars Forløb skal Fonden være opbrugt, og overensstemmende hermed faas $V_n = 0$ ved i (5) at sætte $x = n$ og indføre Værdien for e.[4])

[4]) n kan naturligvis ogsaa bestemmes (af $\frac{dg}{dn} = 0$) efter forskellig Rentefod for Anlægskapitalens Forrentning, for dens Afskrivning og for Vedligeholdelsesfondens Beholdning. I saa Fald bliver y_n *ikke* $= g\frac{l_n(1+r)}{r}$ for nogen af de benyttede Værdier af r.

Digitized by Google

Hvis Anlægget har en Kassationsværdi $K'_x = \varphi(x)$, og denne ved Udløbet af Afskrivningsperioden er K'_n, bliver den resulterende aarlige Middeludgift, der tager Hensyn saavel hertil som til Aldersudgiften:

$$e = K_{an} r \frac{(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} - K'_n r \frac{1}{(1+r)^n - 1}, \qquad (2)$$

altsaa:

$$g = c + e = [(K + K_{an})(1+r)^n - K'_n] \frac{r}{(1+r)^n - 1}.$$

Herved flyttes Middeludgiftlinien samt Punktet 2, og det geometriske Sted derfor ændres, medens n iøvrigt findes som før ved Bestemmelse af det korteste Ordinatstykke mellem de geometriske Steder for 2 og 4 eller af $\frac{dg}{dn} = 0$, som giver:

$$\frac{(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} \frac{dK_{an}}{dn} - \frac{1}{(1+r)^n - 1} \frac{dK'_n}{dn} - (K + K_{an} - K'_n) \frac{(1+r)^n l_n(1+r)}{[(1+r)^n - 1]^2} = 0,$$

$$y_n = f(n) = (g - K'_n r) \frac{l_n(1+r)}{r} + \frac{dK'_n}{dn} = [g - \varphi(n) r] \frac{l_n(1+r)}{r} + \varphi'(n). \qquad (3)$$

Ved Sammenligning med (3a) ses det, at Tilstedeværelsen af en Kassationsværdi medfører Tilføjelsen af Ledet $- K'_n l_n(1+r) + \frac{dK'_n}{dn}$. Dette indses umiddelbart, idet der ved Afløsningen indvindes Renten af K'_n, nemlig $K'_n r$ (som svarer til en kontinuerlig fordelt Aarsindtægt $K'_n l_n(1+r)$) og mistes den øjeblikkelige Stigning af K'_n, nemlig dK'_n (som svarer til en kontinuerlig fordelt Aarsindtægt $\frac{dK'_n}{dn}$ og i Praksis er negativ, se Fig. 2). n findes grafisk ved Skæring mellem Kurverne

$$y = f(x) \text{ og } y = (g_x - K'_x r) \frac{l_n(1+r)}{r} + \frac{dK'_x}{dx},$$

se Fig. 1.

Afskrivnings- og Vedligeholdelsesfondene findes som før henholdsvis af (4) og (5), idet e dog nu har en anden Værdi (2). Indføres denne i (5), og sættes $x = n$, faas $V_n = - K'_n$. Naar K'_n er positiv, vil den henlagte Vedligeholdelsesfond altsaa være opbrugt inden Aar n; men de Beløb, hvormed Aldersudgiften i Resten af Perioden overskrider $e \frac{l_n(1+r)}{r}$, kan netop dækkes ved forud at forbruge den Sum K'_n, som vil indgaa ved Aar n. Er K'_n negativ, vil der af Vedligeholdelsesfonden ved Aar n forefindes en Rest, som netop kan dække K'_n.

Digitized by Google

Paa Fig. 1 er der kun vist et enkelt Skæringspunkt (1) mellem de Kurver, der benyttes til at finde n ad grafisk Vej. Hvis Kurverne selv efter foretagne tilladelige Udjævninger har en saadan Form, at der fremkommer flere Skæringspunkter, vil disse svare skiftevis til en relativ Minimums- og Maximumsværdi af g. Man skal da anvende det Skæringspunkt, hvis Abscisse (n) giver den absolut mindste Værdi af g.

Da g under Forudsætning af nogenlunde jævne Kurver varierer langsomt i Forhold til n i Nærheden af sin Minimumsværdi, vil en ikke for stor Unøjagtighed i Bestemmelsen af n med dertil svarende Forpasning af Fornyelsestidspunktet i meget ringe Grad forøge g og altsaa kun medføre et ubetydeligt Tab.

Eksempel 1.

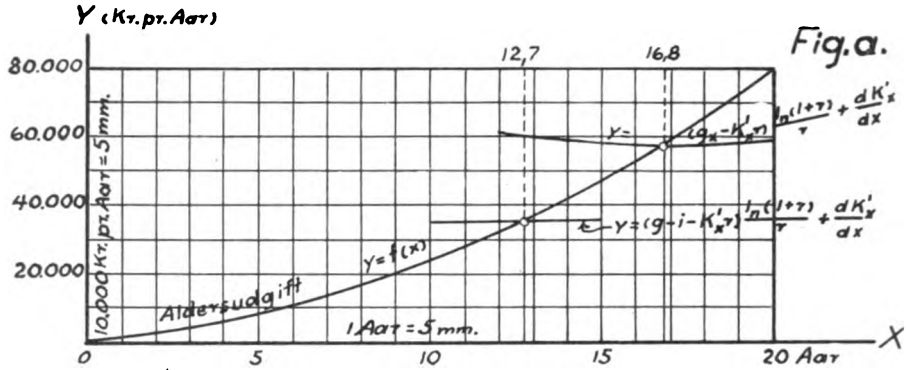
$$K = 500.000 \text{ Kr.} \qquad r = 0{,}06 \qquad \left(\frac{l_n(1+r)}{r} = 0{,}97\right).$$

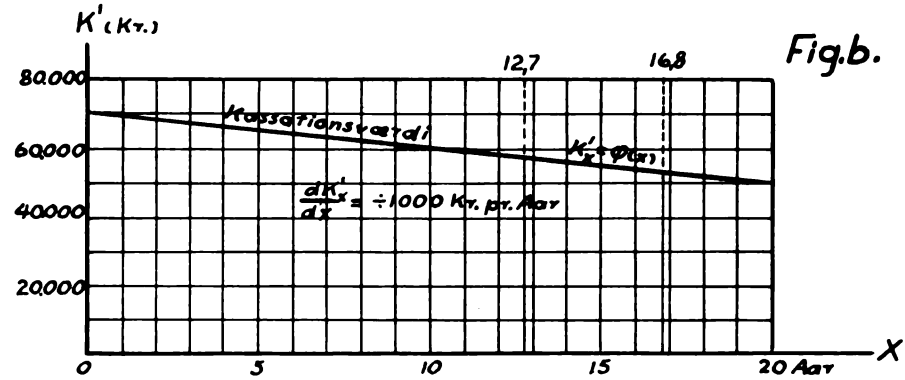
Aldersudgiftkurven og Kassationsværdikurven er vist paa henholdsvis Fig. a og Fig. b. Aldersudgiftkurven er paa Fig. c omtegnet i et nyt Koordinatsystem, hvori Ordinatenheden er som paa Fig. a (10.000 Kr. pr. Aar = 5 mm), medens den Længde, nemlig 5 mm, der i Abscisseretningen repræsenterede 1 Aar, ved Aar x har Størrelsen $\frac{5}{1{,}06^x}$ mm. De for de forskellige Aar gældende Længder, der altsaa formindskes efter en Kvotientrække med Kvotienten $\frac{1}{1{,}06}$, er paaskrevne i mm med afrundede Tal.

For Maalingens Nøjagtighed er det af Betydning, at Maalestoksforholdet ikke er for lille, og at Koordinaterne er opdelte saa tæt som muligt; men naar man en Gang for alle har optegnet et saadant Koordinatnet for den paagældende Rentefod, kan det mangfoldiggøres og bruges til alle senere Undersøgelser af lignende Art. De omstaaende Fig. er af Pladshensyn formindskede saa meget, at man i Virkeligheden ikke kan opnaa den tilstræbte Nøjagtighed ved at maale direkte paa dem.

Man kan nu danne den omstaaende Tabel (S. 13). Det mellem Abscisseaksen og Kurven paa Fig. c beliggende Areal fra Begyndelsespunktet indtil Ordinaten for Aar 15 maales til 367,5 mm², og da 5 · 5 = 25 mm² paa Fig. a repræsenterer 10 000 Kr., 1 mm² altsaa 400 Kr., bliver K_{a15} (Summen af Aldersudgifterne fra Aar 0 til Aar 15, henført med Renter til Aar 0) = 147 000 Kr. Paa samme Maade maales K_{ax} for saa mange Aar, som man har Brug for. K'_{15} maales til 55 000 Kr. som Ordinaten for Aar 15 til Kurven paa Fig. b og saa fremdeles. $\frac{dK'_x}{dx} = -1000$ Kr. pr. Aar for alle Aarene.

Digitized by Google





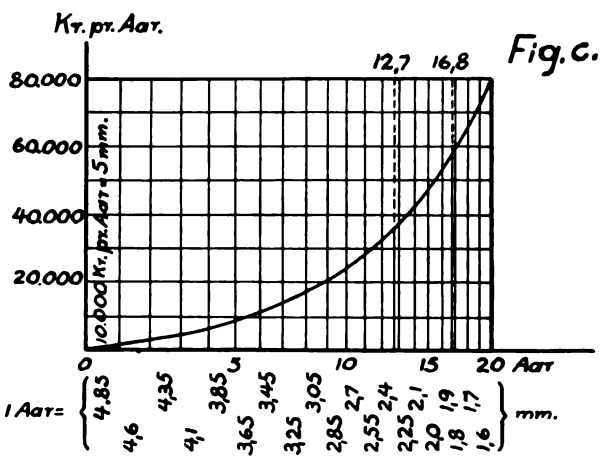


Fig. a, b, c.

Digitized by Google

Aar	K_{ax}	K'_x	$\frac{dK'_x}{dx}$	g_x	y
	64 900				
10		60 000	— 1 000		
	94 100				
12		58 000	— 1 000	67 470	61 070
	147 000				
15		55 000	— 1 000	64 250	58 120
	166 900				
16		54 000	— 1 000	63 850	57 790
	188 100				
17		53 000	— 1 000	63 790	57 790
	210 500				
18		52 000	— 1 000	63 910	57 970
	258 200				
20		50 000	— 1 000	64 730	58 880
	183 700				
16,8		53 200	— 1 000	63 780	
	105 500				
12,7		57 300	— 1 000		

Efter Formel (1) og (2) findes:

$$g_{15} = c_{15} + e_{15} = [(K + K_{a15})(1 + r)^{15} - K'_{15}] \frac{r}{(1 + r)^{15} - 1} =$$

$$[(500\,000 - 147\,000)\ 1{,}06^{15} - 55\,000] \frac{0{,}06}{1{,}06^{15} - 1} = 64\,250 \text{ Kr. pr. Aar.}$$

og efter Formel (3):

$$y_{15} = (g_{15} - K'_{15} r) \frac{l_n(1 + r)}{r} + \frac{dK'_{15}}{dx} =$$

$$(64\,250 - 55\,000 \cdot 0{,}06)\ 0{,}97 - 1000 = 58\,120 \text{ Kr. pr. Aar.}$$

Efter at man paa samme Maade har fundet de øvrige nødvendige Værdier af y, kan den af y som Ordinat og det tilsvarende Aar som Abscisse bestemte Kurve indtegnes paa Fig. a, hvor den skærer Aldersudgiftkurven i et Punkt med Abscisse $n = 16{,}8$ Aar, som altsaa angiver Længden af den søgte Afskrivningsperiode.

$K_{a16.8}$ og $K'_{16,8}$ maales nu som ovenfor, og man finder:

$$g = g_{16.8} = [(500\,000 - 183\,700)\ 1{,}06^{16{,}8} - 53\,200] \frac{0{,}06}{1{,}06^{16{,}8} - 1} =$$

$$63\,780 \text{ Kr. pr. Aar.}$$

Efter Formel (1) findes:

$$c = \text{Kr} \frac{(1 + r)^{16{,}8}}{(1 + r)^{16{,}8} - 1} = 500\,000 \cdot 0{,}06 \frac{1{,}06^{16{,}8}}{1{,}06^{16{,}8} - 1} = 48\,050 \text{ Kr. pr. Aar.}$$

$$e = g - c = 63\,780 - 48\,050 = 15\,730 \text{ Kr. pr. Aar.}$$

Digitized by Google

Efter Formel (4) findes Afskrivningsfonden ved Aar 10:

$$U_{10} = K\frac{(1+r)^{10}-1}{(1+r)^{16,8}-1} = 500\,000\,\frac{1{,}06^{10}-1}{1{,}06^{16,8}-1} = 238\,000 \text{ Kr.},$$

og efter Formel (5) Vedligeholdelsesfonden ved Aar 10:

$$V_{10} = \frac{e}{r}[(1+r)^{10}-1] - K_{a10}(1+r)^{10} = \frac{15730}{0{,}06}(1{,}06^{10}-1)$$
$$- 64\,900 \cdot 1{,}06^{10} = 91\,100 \text{ Kr.}$$

3. *Ændring af et Anlæg.*

Der vil ofte være Spørgsmaal om at afløse det anvendte Anlæg (Kn) med et andet (K_1n_1), som har en derfra forskellig Aldersudgiftkurve og Anlægskapital K_1, og hvori Produktionsmaaden kan være væsentlig forskellig. Til Afgørelse af Spørgsmaalet maa man kende Besparelsen h (eventuelt negativ) i de »øvrige« aarlige Udgifter[5]) ved Anvendelse af K_1n_1 i Stedet for Kn, begge som nye Anlæg. For at være kommensurabel med c og e maa h udtrykkes som en Annuitet, altsaa som de i Aarets Løb indvundne Besparelser, henført med Renter til Aarets Udgang. Paa samme Maade som vist under A 2 findes af tilsvarende Ligninger (1), (2) og (3) c_1, e_1 og n_1 for K_1n_1, og Diagrammet 10-11-12-13-14-15-16 for en Afskrivningsperiode (n_1 Aar) indtegnes i Fortsættelse af Diagrammet for Kn ved Afsætning ud fra Punktet 15, som ligger Stykket h under Punktet 4, se Fig. 3. Idet $c_1 + e_1$ sættes lig g_1, ligger Middeludgiftlinien for K_1n_1 da Stykket $i = h + g - g_1$ under Middeludgiftlinien for Kn. Saafremt i er positiv, er K_1n_1 hensigtsmæssigere (billigere producerende) og skal anvendes.

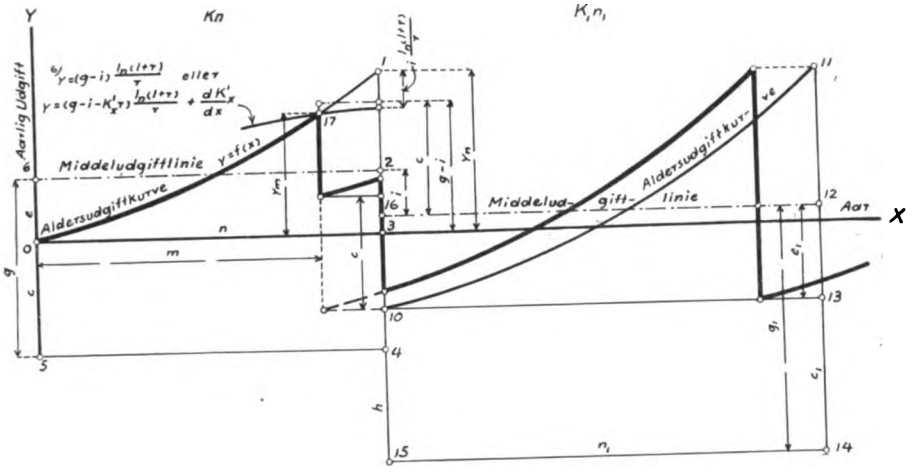
Hvis Kn kasseres og afløses af K_1n_1 før Udløbet af Kn's Afskrivningsperiode, maa K_1n_1's Middeludgiftlinie løftes Stykket c i Resten af Perioden, fordi man i den Tid skal afskrive og forrente saavel K som K_1. Middeludgiftlinien kommer derved til at ligge Stykket $g-i$ over Linien 0—3, og Afløsningen skal, hvis Anlæget er uden Kassationsværdi, ske ved Punktet 17, hvor Ordinaten til Kn's Aldersudgiftkurve er:

$$y_m = f(m) = (g-i)\frac{l_n(1+r)}{r}\left[= (g_1-h)\frac{l_n(1+r)}{r}\right], \qquad (6a)$$

da denne Udgift kontinuerlig fordelt over Aaret er ensbetydende med Annuitetsudgiften $g - i$, og m findes grafisk ved Skæring mellem Kur-

[5]) De »øvrige« aarlige Udgifter er den samlede Aarsudgift med Fradrag af Udgiften til Anlægskapitalens Forrentning og Afskrivning samt Aldersudgiften.

Digitized by Google



*) Er Kurvens Ligning $y=(g-i)\frac{l_n(1+r)}{r}$, bliver den en ret Linie $\neq$ Abscisseaksen.

Fig. 3.

ven $y = f(x)$ og den rette Linie $y = (g - i)\frac{l_n(1+r)}{r}$, hvori n bibeholdes i Udtrykket for g.

Har Anlægget en Kassationsværdi $K'_x = \varphi(x)$, skal Afløsningen ske, naar:

$$\left.\begin{aligned} y_m = f(m) &= (g - i - K'_m r)\frac{l_n(1+r)}{r} + \frac{dK'_m}{dm} \\ &= [g - i - \varphi(m) r]\frac{l_n(1+r)}{r} + \varphi'(m)\left[= (g_1 - h - K'_m r)\frac{l_n(1+r)}{r} + \frac{dK'_m}{dm}\right]. \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

Angaaende Tilkomsten af Ledet $-K'_m l_n(1+r) + \frac{dK'_m}{dm}$, se Bemærkningen til (3). Man finder m grafisk paa samme Maade som ovenfor, idet x indsættes i Stedet for m.

Naar $i = 0$, og den samlede Produktionsudgift altsaa er lige stor for Kn og $K_1 n_1$, faas $y_m = f(m) = (g - K'_m r)\frac{l_n(1+r)}{r} + \frac{dK'_m}{dm}$, som sammenholdt med (3) giver: $m = n$, $y_m = y_n$ og Punktet 1 som Skæringspunkt mellem Kurverne $y = f(x)$ og $y = (g - K'_x r)\frac{l_n(1+r)}{r} + \frac{dK'_x}{dx}$, hvorfor en eventuel Afløsning først skal ske ved Udløbet af Kn's Afskrivningsperiode.[7])[8])

[7]) Hvis Kassationsværdien for Anvendelse til Anlægget $K_1 n_1$ er $K''_x \geqslant K'_x$, som gælder for Anvendelsen til Fornyelse af Kn, skal Afløsningen ske ved Udløbet af Afskrivningsperioden, naar

Digitized by Google

Naar $i > 0$, kommer Kurven $y = (g - i - K_x')\frac{l_n(1+r)}{r} + \frac{dK_x'}{dx}$ til at ligge Stykket $i\frac{l_n(1+r)}{r}$ lavere end Kurven $y=(g - K_x'r)\frac{l_n(1+r)}{r} + \frac{dK_x'}{dx}$, hvorfor den skærer Kurven $y = f(x)$ i et Punkt 17 med en Ordinat $y_m < y_n$, saa at der skal afløses inden Periodens Udløb[8]).

Hvis man, da Anlæget *Kn* anskaffedes ved Aar 0, havde vidst, at der efter q Aars Forløb vilde fremkomme et hensigtsmæssigere Anlæg K_1n_1, skulde Afskrivningsperioden for *Kn* være ansat til m Aar, naar $q < m$, eller til q Aar, naar $m < q < n$, i Stedet for til n Aar saaledes som sket, hvorved Afskrivningen er blevet for lille.

Ved at afløse paa det rette Tidspunkt, henholdsvis ved Aar m eller Aar q, nedbringer man ganske vist Udgiften til det mindst mulige, men kan naturligvis ikke undgaa det nedenfor under A 4 omtalte Fald i Anlægets Værdi, som svarer til den ved Fremkomsten af K_1n_1 paakrævede større Afskrivning.

Den for lavt ansatte Afskrivning kan endvidere have virket vildledende ved Overvejelserne om, hvorvidt Anlæget *Kn* burde anskaffes ved Aar 0, og muligvis ved senere Dispositioner.

For at modvirke saadanne Ulemper af eventuelt senere fremkommende hensigtsmæssigere Anlæg kan det være rigtigt at foretage særlige Henlæggelser, hvis Størrelse dog kun kan anslaas efter et Skøn over den fremtidige Udvikling; men ganske uafhængigt af disse Henlæggelser skal det oprindelige Anlæg fornyes eller afløses i Overensstemmelse med de faktisk indtrufne Forhold paa de ovenfor fundne Tidspunkter for at gøre Udgiften saa lille som muligt.

Besparelsen ved den tidligere Afløsning udgør med Renter henført til Aar n for et Anlæg uden Kassationsværdi:

$$\left.\begin{aligned} S_m &= (1+r)^n \int_m^n \frac{f(x)}{(1+r)^x}\,dx - \frac{g-i}{r}\left((1+r)^{n-m} - 1\right) = \\ &(K_{an} - K_{am})(1+r)^n - \frac{g-i}{r}\left((1+r)^{n-m} - 1\right). \end{aligned}\right\} \qquad (7a)$$

$$(g - i - K_n''r)\frac{l_n(1+r)}{r} + \frac{dK_n''}{dn} = (g - K_n'r)\frac{l_n(1+r)}{r} + \frac{dK_n'}{dn},$$

altsaa ikke naar $i = 0$, men naar

$$i = (K_n' - K_n'')r - \left(\frac{dK_n'}{dn} - \frac{dK_n''}{dn}\right)\frac{r}{l_n(1+r)},$$

og K_1n_1 skal overhovedet kun anvendes, hvis i har en Værdi lig med eller større end denne.

[8]) Anlæget uden Kassationsværdi er det specielle Tilfælde, som faas ved at sætte $K_x' = \frac{dK_x'}{dx} = 0$.

Digitized by Google

Summen af de besparede Beløb uden Rentetillæg fremstilles af et Areal begrænset af Aldersudgiftkurven, Ordinaten ved Aar n og en vandret Linie gennem Punkt 17, se Fig. 3.

For et Anlæg med Kassationsværdi bliver Besparelsen:

$$S_m=(K_{an}-K_{am})(1+r)^n-\frac{g-i}{r}\left((1+r)^{n-m}-1\right)+K'_m(1+r)^{n-m}-K'_n. \quad (7)$$

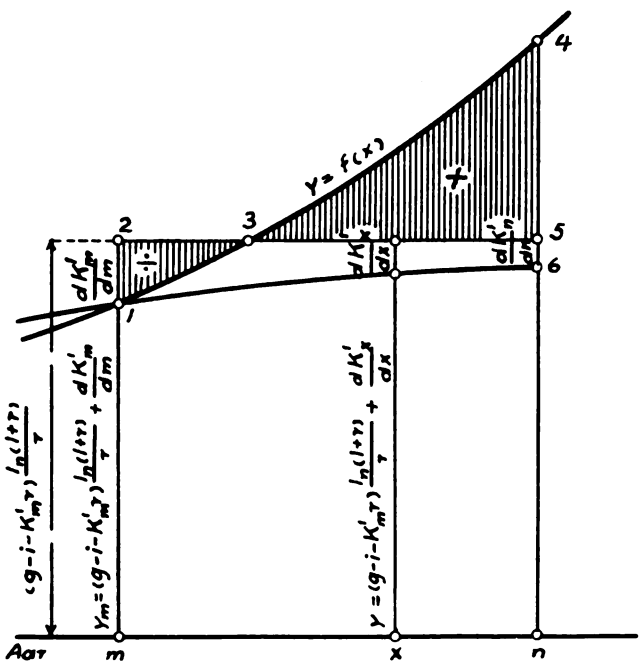


Fig. 4.

Summen af de besparede Beløb uden Rentetillæg fremstilles af Arealet 1—4—6 paa Fig. 4. Ordinaten $(g-i-K'_m r)\frac{l_n(1+r)}{r}$ er afsat større end $y_m=(g-i-K'_m r)\frac{l_n(1+r)}{r}+\frac{dK'_m}{dm}$, fordi $\frac{dK'_m}{dm}$ i Praksis er negativ. Da Arealet 1—2—5—6 (uanset K''s Variationsmaade i Tidsrummet fra m til n) er lig $K'_m-K'_n$, kan man undgaa at optegne Kurvestykket 1—6 og faar Besparelsen (uden Renter) repræsenteret ved Arealet 3—4—5 med Fradrag af Arealet 1—2—3 og med Tillæg af $K'_m-K'_n$.

Afløses der efter et vilkaarligt Antal ($x \gtrless m$) Aars Forløb, findes Besparelsen S_x ved i (7a) og (7) at indsætte x for m og K'_x for K'_m. Da der ved Afløsning ved Aar m faas den størst mulige Besparelse, er $S_{max}=S_m$, hvorfor man skal have $\frac{dS_m}{dm}=0$. Denne Betingelse ses ogsaa at være opfyldt, idet man ved at udføre Differentieringen af S_m efter

Digitized by Google

Formlerne (7a) og (7) netop faar henholdsvis Ligning (6a) og Ligning (6).

Det bemærkes udtrykkeligt, at der ofte forekommer Tilfælde, som, uden at det direkte kan maales i Penge, opfordrer til at afløse det gamle Anlæg før det fundne Tidspunkt, f. Eks. bedre Forhold for Virksomhedens Arbejdere eller den Reklame, der kan ligge i Benyttelsen af et mere moderne Anlæg. Paa den anden Side vil der kunne være Opfordring til at udsætte Afløsningen noget, f. Eks. et forventet Prisfald for det nye Anlæg eller den Udsigt, der kan være til en snarlig Fremkomst af endnu hensigtsmæssigere Anlæg.

Selv om der ikke findes et andet og hensigtsmæssigere Anlæg til Afløsning af det gamle, kan det dog være fordelagtigt før den normale Periodes Udløb at afløse det gamle Anlæg med et nyt af samme Art, naar der for dette gælder en Rentefod r_1 forskellig fra r, saa at Størrelserne g og n for den nye Periode ændres til g_1 og n_1[9]). Forholdet vil da være det samme som ved Afløsning med et andet Anlæg med Besparelsen $h = 0$, og Diagrammet afsættes ud fra Punktet 4 paa Fig. 3. For uagtet den forskellige Rentefod at gøre g_1 kommensurabel med g omformes de til kontinuerlig fordelte ved Multiplikation af den først nævnte med $\frac{l_n(1 + r_1)}{r_1}$ og den sidstnævnte med $\frac{l_n(1 + r)}{r}$. Afløsningstidspunktet findes derefter af:

$$f(m) = g_1 \frac{l_n(1 + r_1)}{r_1} - K'_m l_n(1 + r) + \frac{dK'_m}{dm}$$

jfr. (6). Hvis $g_1 \frac{l_n(1 + r_1)}{r_1} < g \frac{l_n(1 + r)}{r}$, skal der afløses før Udløbet af den normale Periode, i modsat Fald efter.[10])

Paa lignende Maade virker en Forandring af Prisen paa et nyt Anlæg Mage til det gamle, og det er muligt at bestemme Afløsningstidspunktet, naar baade Rentefod og Anlægskapital ændrer sig i Forhold til det, der gælder for det gamle Anlæg.[10])

Hvis de Kurver, der benyttes til at finde m, faar flere Skæringspunkter, skal man anvende det, hvis Abscisse (m) giver den absolut største Besparelse S_m.

Da Besparelsen under Forudsætning af nogenlunde jævne Kurver varierer langsomt i Forhold til m i Nærheden af sit Maximum, vil en ikke for stor Forpasning af Afløsningstidspunktet kun medføre et ubetydeligt Tab.

[9]) Angaaende forskellig Rentefod for K, U_x og V_x indenfor samme Anlæg se Note 4.

[10]) Bestemmelsen er dog kun eksakt, hvis Rentefoden r er konstant for hele det gamle og r_1 for hele det nye Anlæg.

Digitized by Google

Eksempel 2.

Efter Ibrugtagelsen af det i Eksempel 1 behandlede Anlæg Kn fremkommer der et hensigtsmæssigere Anlæg $K_1 n_1$ med

$$K_1 = 600\,000 \text{ Kr.} \qquad r = 0{,}06$$

samt Aldersudgiftkurve og Kassationsværdikurve som vist paa henholdsvis Fig. d og Fig. e. Ved Anvendelsen af dette Anlæg i Stedet for Kn (begge som nye Anlæg) spares der $h = 30\,000$ Kr. i de »øvrige« aarlige Udgifter (se Note 5).

Aldersudgiftkurven er omtegnet i det ændrede Koordinatsystem paa Fig. f, og den nedenstaaende Tabel er dannet ganske paa samme Maade som i Eksempel 1 ved at maale K_{ax}, K'_x og $\frac{dK'_x}{dx}$ paa Figurerne samt finde g_x og y efter Formlerne.

Aar	K_{ax}	K'_x	$\frac{dK'_x}{dx}$	g_x	y
	79 100				
12		76 000	−2 000	76 540	67 820
	128 500				
15		70 000	−2 000	71 980	63 750
	148 700				
16		68 000	−2 000	71 410	63 310
	171 100				
17		66 000	−2 000	71 270	63 290
	195 700				
18		64 000	−2 000	71 420	63 550
	252 400				
20		60 000	−2 000	72 660	64 990

Ved Indtegning af den af y og det tilsvarende Aar bestemte Kurve paa Fig. d findes Skæringspunktet med Aldersudgiftkurven ved Aar $n_1 = 17{,}0$ og $g_1 = g_{17} = 71\,270$ Kr. pr. Aar. (g_1 betyder her ikke Annuiteten for en Afskrivningsperiode paa 1 Aar, men Annuiteten for $K_1 n_1$ i den søgte Periode, hvori g_x er Minimum).

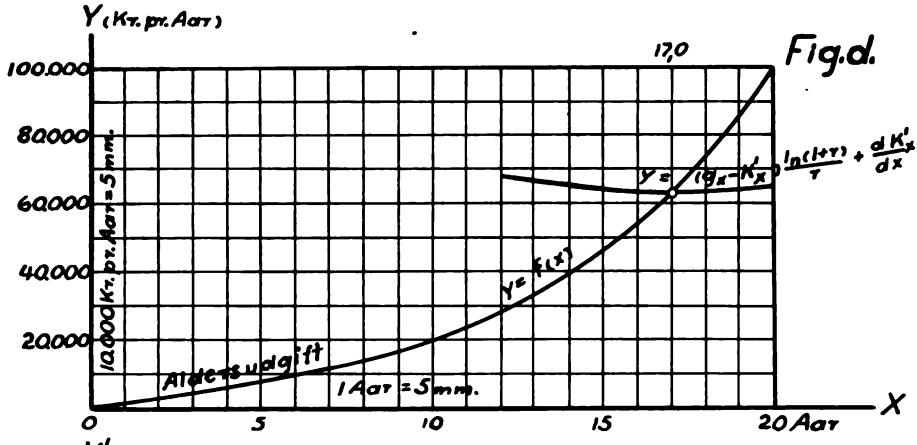
$i = h + g$ (for Anlæget Kn) $- g_1$ (for Anlæget $K_1 n_1$) $= 30\,000 + 63\,780 - 71\,270 = 22\,510$ Kr. pr. Aar.

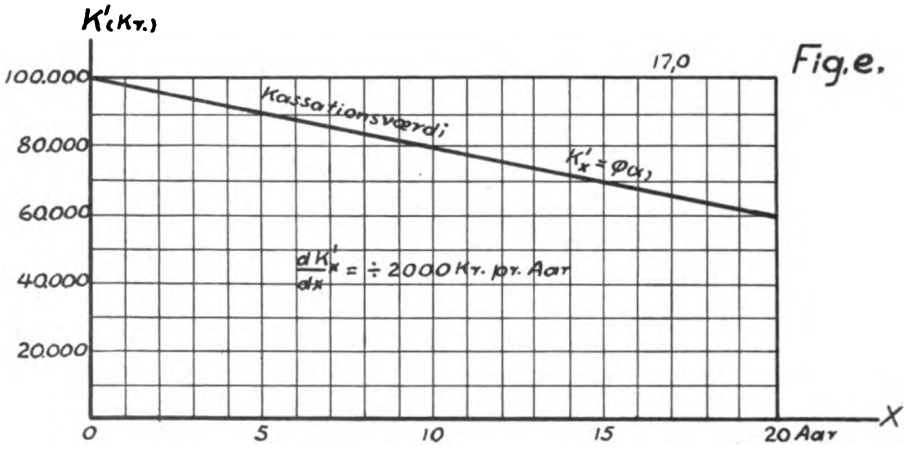
Idet $g - i = 63\,780 - 22\,510 = 41\,270$ Kr. pr. Aar, faas efter Formel (6) Kurven:

$$y\,(41\,270 - K'_x r)\,\frac{l_n(1+r)}{r} + \frac{dK'_x}{dx},$$

hvori K'_x betyder den for Anlæget Kn gældende Kassationsværdi. Kurveordinaten er ved

Digitized by Google





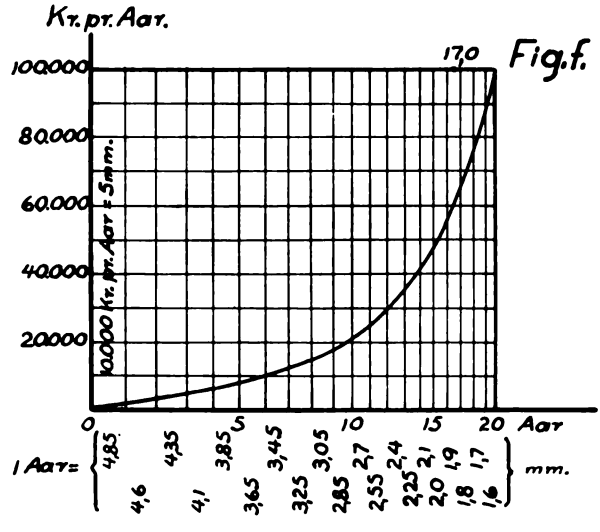


Fig. d, e, f.

Digitized by Google

Aar 10: $y_{10} = (41\,270 - 60\,000 \cdot 0{,}06)\,0{,}97 - 1000 = 35\,540$ Kr. pr. Aar
» 11: $y_{11} = (41\,270 - 59\,000 \cdot 0{,}06)\,0{,}97 - 1000 = 35\,600$ » » »
» 12: $y_{12} = (41\,270 - 58\,000 \cdot 0{,}06)\,0{,}97 - 1000 = 35\,660$ » » »
» 13: $y_{13} = (41\,270 - 57\,000 \cdot 0{,}06)\,0{,}97 - 1000 = 35\,710$ » » »
» 14: $y_{14} = (41\,270 - 56\,000 \cdot 0{,}06)\,0{,}97 - 1000 = 35\,770$ » » »
» 15: $y_{15} = (41\,270 - 55\,000 \cdot 0{,}06)\,0{,}97 - 1000 = 35\,830$ » » »

Kurven, som i dette Tilfælde er en svagt stigende ret Linie, er indtegnet paa Fig. a (Eksempel 1), hvor den skærer Aldersudgiftkurven for Kn i et Punkt med Abscisse $m = 12{,}7$ Aar, som altsaa er det søgte Afløsningstidspunkt.

Efter Formel (7) faas den ved Afløsningen indvundne Besparelse:

$$S_{12,7} = (K_{a16,8} - K_{a12,7})(1+r)^{16,8} - \frac{g-i}{r}[(1+r)^{4,1} - 1] + K'_{12,7}(1+r)^{4,1} - K'_{16,8},$$

hvori Størrelserne K_a og K' har de for Anlæget Kn gældende Værdier, som ved Indsættelse giver:

$$S_{12,7} = (183\,700 - 105\,500)\,1{,}06^{16,8} - \frac{41\,270}{0{,}06}(1{,}06^{4,1} - 1) + 57\,300 \cdot 1{,}06^{4,1}$$
$$- 53\,200 = 42\,100 \text{ Kr.}$$

Hvis Afløsningen var blevet foretaget, f. Eks. ved Aar 10 i Stedet for paa det mest økonomiske Tidspunkt ved Aar 12,7, vilde Besparelsen kun være blevet:

$$S_{10} = (183\,700 - 64\,900)\,1{,}06^{16,8} - \frac{41\,270}{0{,}06}(1{,}06^{6,8} - 1) + 60\,000 \cdot 1{,}06^{6,8}$$
$$- 53\,200 = 17\,700 \text{ Kr.}$$

4. *Brugsværdier.*

Den højeste Pris, der kan gives for et x Aar gammelt Anlæg, naar Prisen paa et nyt Anlæg af samme Art og Størrelse er K og Rentefoden r samt (eventuelt) Kassationsværdien K'_x, udgør (uanset den oprindelige Pris paa det gamle Anlæg og den oprindelige Rentefod):

$$P_x = K - (U_x + V_x). \tag{8}$$

Denne Pris angiver Anlægets Brugsværdi.

Naar $x = n$, kan der højst betales Kassationsværdi for Kn, og i Overensstemmelse hermed giver Formlen $P_n = K'_n$ for $x = n$.

Hvis der findes et hensigtsmæssigere Anlæg $K_1 n_1$, vilde (for en Køber, der havde betalt Prisen $P_x = K - (U_x + V_x)$) Benyttelsen af det gamle Anlæg indtil Aar m ($> x$) og Afløsningen paa dette Tidspunkt af Kn

Digitized by Google

med $K_1 n_1$ medføre en samlet Merudgift (henført med Renter til Aar x) $\frac{i}{r}\frac{(1+r)^{n-x}-1}{(1+r)^{n-x}} - \frac{S_m}{(1+r)^{n-x}}$ fremfor straks at benytte et nyt Anlæg $K_1 n_1$, hvorfor:

$$P_x = K + \frac{S_m}{(1+r)^{n-x}} - \left(U_x + V_x + \frac{i}{r}\frac{(1+r)^{n-x}-1}{(1+r)^{n-x}}\right). \qquad (9)$$

Naar $x = m$, kan der højst betales Kassationsværdi for Kn, og Formelen giver $P_m = K'_m$ for $x = m$.

Naar $x > m$, skal der afløses straks for at faa den i saa Tilfælde størst mulige Besparelse, hvorfor:

$$P_x = K + \frac{S_x}{(1+r)^{n-x}} - \left(U_x + V_x + \frac{i}{r}\frac{(1+r)^{n-x}-1}{(1+r)^{n-x}}\right), \text{ som ident. findes} = K'_x, \qquad (10)$$

og, hvad der paa Forhaand var indlysende, gælder for enhver Værdi af x (altsaa ogsaa for $x < m$), hvis Afløsningen sker straks.

Brugsværdierne efter Formlerne (8), (9) og (10) gælder ogsaa for Sælgeren (som fremtidig Bruger), idet han i Modsætning til Køberen, som er uden Ansvar for den i Kn anbragte Kapital, lider et Tab, naar der sker en Formindskelse i Rentefoden eller Prisen for et nyt Anlæg af samme Type, eller naar der fremkommer en forbedret Anlægstype. Tabet viser sig ved, at Kn maa forrentes og afskrives fra Kassationsøjeblikket til Aar n, medens en anden Virksomhed, som kan begynde med Anlæget $K_1 n_1$ uden at have Kapital bundet i et gammelt Anlæg, undgaar en saadan Fortsættelse af dettes Forrentning og Afskrivning efter Kassationen.

Hvis der sker en Forhøjelse af Rentefoden eller Prisen for et nyt Anlæg af Typen Kn, bliver $m > n$, og Sælgeren faar en Gevinst, som viser sig ved, at det gamle Anlæg kan benyttes fra Aar n til Aar m uden Forrentning og Henlæggelser til Afskrivnings- og Vedligeholdelsesfondene, medens en anden Virksomhed, som begynder med det nye Anlæg, maa forrente og henlægge til Fondene og dertil anvende Beløb, som indtil Aar m betyder mere end Forskellen mellem Aldersudgifterne i de to Virksomheder.

Indsættes $x = 0$ i (9), faas:

$$P_0 = K + \frac{S_m}{(1+r)^n} - \frac{i}{r}\frac{(1+r)^n - 1}{(1+r)^n}, \qquad (9a)$$

hvortil altsaa Prisen paa et nyt Anlæg af den gamle Type (Kn) maa nedsættes ved Fremkomsten af den hensigtsmæssigere Type ($K_1 n_1$), for at det kan blive konkurrencedygtigt. Prisnedsættelsen:

Digitized by Google

$$Q = \frac{i}{r}\frac{(1+r)^n - 1}{(1+r)^n} - \frac{S_m}{(1+r)^n} \qquad (11)$$

repræsenterer Værdifaldet paa Grund af den Forældelse, som er en Følge af Fremskridtet.

En Partner, der indtræder med Andelen α i et x Aar gammelt Anlæg uden at skulle deltage i Forrentning og Afskrivning af dettes Anlægskapital (som muligvis ikke svarer til den nuværende Værdi af et nyt Anlæg) eller have Del i Afskrivnings- og Vedligeholdelsesfondene (som muligvis ikke forefindes eller har den rette Størrelse), kan højst betale Prisen αP_x for sin Andel, hvis han i Tilfælde (8) for Prisen αK kan erhverve en Andel af samme Størrelse i et nyt Anlæg af samme Art, og i Tilfælde (9) og (10) for Prisen αK_1 i et nyt og hensigtsmæssigere Anlæg.

Eksempel 3.

Brugsværdien for et 10 Aar gammelt Anlæg af Typen *Kn* (se Eksempel 1) udgør efter Formel (8), naar der intet hensigtsmæssigere Anlæg fremkommer:

$$P_{10} = K - (U_{10} + V_{10}) = 500\,000 - (238\,000 + 91\,100) = 170\,900 \text{ Kr.}$$

Værdierne af U_{10} og V_{10} er fundet i Eksempel 1.

Fremkommer der et hensigtsmæssigere Anlæg af Typen $K_1 n_1$ (se Eksempel 2), ændres efter Formel (9) Brugsværdien for det 10 Aar gamle Anlæg *Kn* til:

$$P_{10} = K + \frac{S_{12,7}}{(1+r)^{6,8}} - \left(U_{10} + V_{10} + \frac{i}{r}\frac{(1+r)^{6,8} - 1}{(1+r)^{6,8}}\right) =$$

$$500\,000 + \frac{42\,100}{1{,}06^{6,8}} - \left(238\,000 + 91\,000 + \frac{22\,510}{0{,}06}\frac{1{,}06^{6,8} - 1}{1{,}06^{6,8}}\right) = 76\,500 \text{ Kr.}$$

Værdierne af $S_{12,7}$ og i er fundet i Eksempel 2.

Hvis man af en eller anden Grund afløste ved Aar 10, vilde Brugsværdien efter Formel (10) blive:

$$P_{10} = 60\,000 \text{ Kr.} = K'_{10} \text{ (se Tabellen i Eksempel 1),}$$

altsaa kun være Kassationsværdi.

Efter Formel (11) findes Værdifaldet for et nyt Anlæg af Typen *Kn* ved Fremkomsten af det hensigtsmæssigere Anlæg $K_1 n_1$:

$$Q = \frac{i}{r}\frac{(1+r)^{16,8} - 1}{(1+r)^{16,8}} - \frac{S_{12,7}}{(1+r)^{16,8}} =$$

$$\frac{22\,510}{0{,}06}\frac{1{,}06^{16,8} - 1}{1{,}06^{16,8}} - \frac{42\,100}{1{,}06^{16,8}} = 218\,400 \text{ Kr.}$$

Digitized by Google

5. *Aarsproduktionens Størrelse.*

Vi har hidtil tænkt os Aldersudgiftkurven dannet for en ganske bestemt Værdi Z af Aarsproduktionen, tillige gældende for Størrelsen h (og i). En anden (konstant) Værdi af Aarsproduktionen vil imidlertid medføre en Forandring i disse Faktorer saaledes at Udgiften $f(x)$ og (i Reglen) Besparelsen h forøges med Z, og da de saaledes forøges i Forhold til K og K' i det givne Anlæg, skal Fornyelsen eller (i Reglen) Afløsningen ske tidligere for et større end for et mindre Z.

Hvis Aldersudgiften pr. Produktionsenhed paa hvert enkelt Alderstrin var den samme for enhver Værdi af Z, vilde $f(x)$ for hver enkelt Værdi af x være proportional med Z, og hermed kan man maaske i adskillige Tilfælde tilnærmelsesvis regne indenfor visse Grænser.

Under stadig Forudsætning af konstant Z gennem hele Anlægets Brugstid maa det i Almindelighed antages, at $f(x)$ paa de fleste Alderstrin forøges mindre end proportionalt med Z for tilstrækkelig smaa Værdier af denne (lav Beskæftigelsesgrad), idet den egentlige Ælde (Tidens Tand) da gør sig stærkere gældende i Forhold til Slidet (Forringelsen i det hele taget) ved Benyttelsen. Omvendt maa det antages, at $f(x)$ kan forøges mere end proportionalt med Z for tilstrækkelig store Værdier af denne (høj Beskæftigelsesgrad) eventuelt ved Anspændelse udover Anlægets fulde normale Ydeevne.

Hvorledes h forøges i Forhold til Z kan findes, naar man kender Udgiftskurverne for de to Anlæg Kn og K_1n_1 med Abscisse (Z) = Aarsproduktionen og Ordinat (Y) = de »øvrige« aarlige Udgifter, se Note 5 og

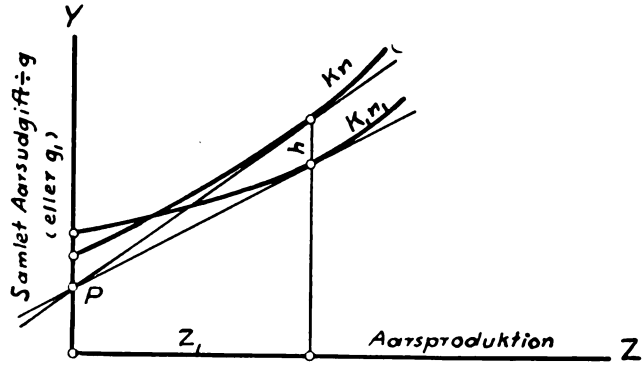


Fig. 5.

Fig. 5. Kurvetangenterne i de til en bestemt Aarsproduktion Z_1 svarende Punkter skærer hinanden i Punktet P. Naar dette som vist paa Fig. ligger paa Ordinataksen, forøges h (numerisk) proportionalt med Z ved Produktionsmængden Z_1. Ligger P mellem Ordinataksen og Ordinaten til Z_1, forøges h (numerisk) mere, og ligger P tilvenstre for Ordinataksen, for-

Digitized by Google

øges h (numerisk) mindre end proportionalt med Z. Ligger P endelig tilhøjre for Ordinaten til Z_1, formindskes h (numerisk), naar Z forøges. Naar Z_1 har en for Anlægene passende Størrelse (tilstrækkelig høj Beskæftigelsesgrad), vil Røringspunktet paa Kurven Kn i Reglen ligge højere end Røringspunktet paa Kurven K_1n_1, og h er da positiv som vist paa Fig., i modsat Fald negativ[11]).

Ogsaa Kassationsværdien $K'_x = \varphi(x)$ kan blive paavirket af Z's Størrelse, hovedsagelig saaledes at en større Værdi af Z medfører en mindre Værdi af K', navnlig paa de højere Alderstrin; men dette vil sædvanligt næppe faa synderlig Betydning.

B. Variabel Aarsproduktion.

1. *Kurver for Aldersudgift og Kassationsværdi.*

Naar man har fundet Aldersudgiftkurverne for tilstrækkelig mange Værdier af Aarsproduktionen i det givne Anlæg, kunde disse benyttes til at fremstille Aldersudgiftkurven for en variabel Aarsproduktion i det samme Anlæg, saafremt man kender eller kan skønne Aarsproduktionens fremtidige Variation. Lad denne være $Z = \psi(x)$, se Fig. 6.

Varierer Z ikke for meget, kan man maaske hjælpe sig med Aldersudgiftkurven for Middelværdien af Z i en forud skønnet Afskrivningsperiode, og hvis den derefter bestemte Afskrivningsperiode afviger væsentligt fra den forud skønnede, foretage endnu en, eventuelt flere Bestemmelser med andre skønnede Afskrivningsperioder og dertil svarende Middelværdier af Z, indtil en tilfredsstillende Overensstemmelse opnaas.

Ved større Variationer af Z kan der anstilles følgende Betragtning, som dog vil medføre ret omstændelige Konstruktioner:

Hvis den øjeblikkelige Aarsproduktion og Anlægets Alder alene bestemte den øjeblikkelige Aldersudgift uden Hensyn til det forudgaaende Slid (Forringelsen ved Brugen), hvorfor Anlæget havde været udsat siden Ibrugtagelsen, kunde Aldersudgiften ved Aar x_1 (se Fig. 7) findes som Ordinaten y'_1 (se Fig. 8) til Aldersudgiftkurven $y = f_1(x)$ for den Aarsproduktion Z_1 ved Aar x_1, som faas af Fig. 6. Ved paa samme Maade at finde Ordinaterne for de forskellige Tidspunkter, kunde man da optegne en Kurve $y = F_1(x)$, der under den gjorte Forudsætning vilde være Aldersudgiftkurven for $Z = \psi(x)$.

---

[11]) Hvis Aarsudgiften ikke — saaledes som h — er henført med Renter til Aarets Udgang, bliver Kurvernes Ordinatforskel ikke h, men $h\frac{\ln(1+r)}{r}$. Dette ændrer dog intet i det ovenfor udviklede angaaende det Forhold, hvori h og Z forøges.

Digitized by Google

Hvis derimod den øjeblikkelige Aldersudgift bestemtes uden Hensyn til Anlægets Alder af den øjeblikkelige Aarsproduktion og det forudgaa-

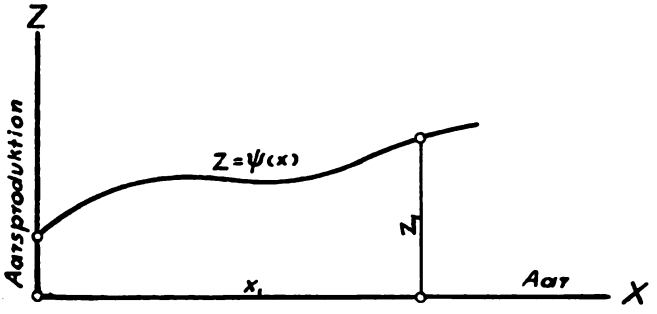


Fig. 6.

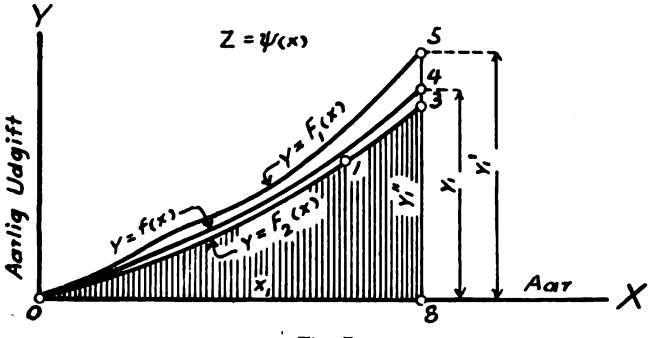


Fig. 7.

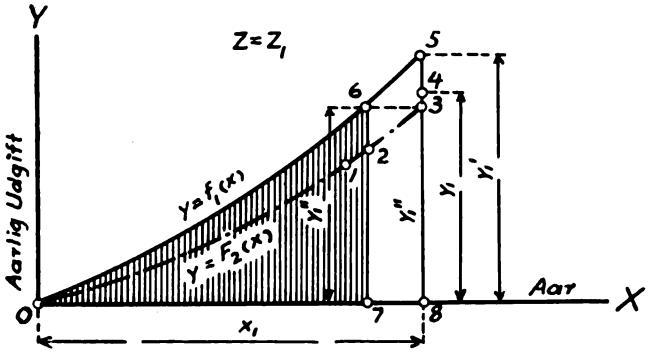


Fig. 8.

ende Slid, som antages proportionalt med Summen af Aldersudgifterne siden Anlægets Ibrugtagelse, saa kunde Aldersudgiften ved Aar x_1 findes som Ordinaten y_1'', der paa Fig. 8 begrænser det mellem Abscisseaksen og Kurven $y = f_1(x)$ (for konstant Aarsproduktion Z_1) afskaarne skraverede Areal af samme Størrelse som det ligeledes skraverede Areal 0—1—3—8

Digitized by Google

paa Fig. 7, naar man i Forvejen af Kurven $y = F_2(x)$ havde fundet Punktet 1 (i passende Nærhed af Punktet 3) samt tilstrækkelig mange Kurvepunkter imellem 0 og 1. Den under denne Forudsætning gældende Aldersudgiftkurve $y = F_2(x)$ for $Z = \psi(x)$ kan saaledes dannes ved successiv Opbygning, idet man gaar ud fra Begyndelsespunktet[12]).

Naar saavel Anlægets Alder som det foregaaende Slid er bestemmende, faar den søgte Aldersudgift ved Aar x_1 en Værdi y_1, der ligger imellem y_1' og y_1'' og desto nærmere ved y_1'', jo stærkere Virkningen af Slidet er i Forhold til Forringelsen ved »Tidens Tand«[13]).

Den søgte Aldersudgiftkurve $y = f(x)$ for $Z = \psi(x)$ kommer da til at ligge imellem Kurverne $y = F_1(x)$ og $y = F_2(x)$ som vist paa Fig. 7[14]).

Kurven for Kassationsværdien $K_x' = \varphi(x)$, der sædvanlig vil have mindre Betydning end Aldersudgiftkurven, vil det som Regel være tilstrækkelig nøjagtigt at bestemme efter Middelværdien af Z for en paa Forhaand skønnet Længde af Brugstiden.

2. *Fornyelse af et Anlæg.*

Har man faaet optegnet Aldersudgiftkurven for den variable Aarsproduktion samt Kurven for Kassationsværdien, kan man bestemme Summen af den øjeblikkelige Aldersudgift, Henlæggelsen til Afskrivnings- og Vedligeholdelsesfondene samt Forrentningen af Anlægskapitalen saaledes, at den er proportional med den øjeblikkelige Aarsproduktion (Beskæftigelsesgrad), altsaa konstant k pr. Produktionsenhed. Summen af alle disse Afskrivningsperiodens Udgifter, henført med Renter til dens Begyndelse, bliver da:

$$kK_{zn} = \int_0^n \frac{kZ}{(1+r)^x}\,dx = k\int_0^n \frac{Z}{(1+r)^x}\,dx = k\int_0^n \frac{\psi(x)}{(1+r)^x}\,dx.$$

Naar Anlæget er uden Kassationsværdi, skal de samme Udgifter, henført til Aar 0, imidlertid være:

$$K + K_{an} = K + \int_0^n \frac{y}{(1+r)^x}\,dx = K + \int_0^n \frac{f(x)}{(1+r)^x}\,dx,$$

---

[12]) Paa Fig. 8 er fra Fig. 7 med stiplet Linie indtegnet det Stykke 0–1 af Kurven $y = F_2(x)$, som tænkes allerede at være opkonstrueret. Kurven skal da forlænges til et saadan Punkt 3 paa Ordinaten 5–8, at Arealet 0–6–2 bliver lig med Arealet 2–3–8–7. Stykket 3–8 = 6–7 er da y_1''.

[13]) Forskellen mellem y_1' og y_1'' vil i mange Tilfælde næppe blive saa stor, at selv en ret grov Fejl i Bedømmelsen af dette Forhold betyder væsentligt.

[14]) Kurverne $y = F_1(x)$ og $y = F_2(x)$ kan komme til at skære hinanden i eet eller flere Punkter, idet den førstnævnte som Regel vil synke eller stige i Forhold til den sidstnævnte, naar Z henholdsvis aftager eller vokser tilstrækkelig hurtigt.

Digitized by Google

altsaa: $$kK_{zn} = K + K_{an} \quad \text{eller} \quad k = \frac{K + K_{an}}{K_{zn}}. \qquad (12a)^{15})$$

n skal nu bestemmes saaledes, at k bliver mindst mulig, hvorfor:

$$\frac{dk}{dn} = \frac{1}{K_{zn}^2}\left[K_{zn}\frac{dK_{an}}{dn} - (K + K_{an})\frac{dK_{zn}}{dn}\right] = 0 \quad \text{eller, da} \quad \frac{1}{K_{zn}} > 0,$$

$$K_{zn}\frac{dK_{an}}{dn} - (K + K_{an})\frac{dK_{zn}}{dn} = K_{zn}\frac{y_n}{(1+r)^n} - (K + K_{an})\frac{Z_n}{(1+r)^n} = 0$$

$$y_n = f(n) = (K + K_{an})\frac{Z_n}{K_{zn}} = k\psi(n). \qquad (13a)^{15})$$

n kan da findes grafisk som Abscissen til Skæringspunktet mellem Kurverne $y = f(x)$ og $y = k_x\psi(x)$, hvor n er ombyttet med x i de forskellige Udtryk, og hvor de i k_x indeholdte K_{zx} og K_{ax} kan findes grafisk som nævnt under A 2 for K_{ax}'s Vedkommende, kun at der til Bestemmelse af K_{zx} maa benyttes den ændrede Kurve $Z = \psi(x)$. Svinger Værdien af Z stærkt og hurtigt, kan de to Kurver faa flere Skæringspunkter, svarende skiftevis til en Minimums- og en Maximumsværdi af k, og det, som angiver absolut Minimum, skal da anvendes. En saadan Variation af Z vil dog som Regel vanskeligt kunne kendes eller skønnes forud.

Anlæget skal altsaa kasseres ved Aar n; men bortset fra ganske specielle Tilfælde (som naar Z svinger om en konstant Værdi i ensformede Perioder, hvoraf der udføres et helt Antal i Løbet af Afskrivningsperioden), vil man paa Grund af Z's Ændring finde en anden Afskrivningsperiode paa n_1 Aar og en anden Udgiftskonstant k_1 for det fornyede end for det kasserede Anlæg. Hvis $k_1 < k$, vilde man indvinde en Besparelse før Aar n ved at forny Anlægget inden dette Tidspunkt; men da det nye Anlæg saa skal tages i Brug før Aar n, som var Udgangspunktet for Bestemmelsen af n_1 og k_1, vil disse antage en anden Værdi, ligesom de fremtidige Afskrivningsperioders Længder og Udgiftskonstanter bliver paavirkede, hvorved Besparelsen før Aar n kan blive mere end ophævet af en senere Merudgift. For $k_1 > k$ og Besparelse ved Fornyelse efter Aar n gælder en tilsvarende Betragtning. Undersøgelsen vilde blive

---

[15]) I det specielle Tilfælde, hvor Z er konstant $= Z_n$, bliver

$$K_{zn} = Z_n\int_0^n \frac{dx}{(1+r)^x} = \frac{Z_n[(1+r)^n - 1]}{(1+r)^n \ln(1+r)},$$

som indsat i (13a) samt de i det følgende anførte (13), (14), (15), (16a), (16), (17a), (17), (18) og (19) gør disse identiske med henholdsvis (3a) samt (3), (4), (5), (6a), (6), (7a), (7), (8) og (9). Endvidere bliver $k = g\frac{\ln(1+r)}{Z_n r}$.

Digitized by Google

kompliceret og paa Grund af Usikkerheden med Hensyn til Z's Variation i Fremtiden af tvivlsommere Værdi, jo længere den blev ført frem, hvorfor man vil føle sig opfordret til at overholde Afskrivningsperioden.

I Reglen vil man dog netop paa Grund af det ændrede Z næppe fortsætte med et nyt Anlæg ganske som det første, men afløse dette med et mere eller mindre forskelligt Anlæg, se nedenfor under B 3.

Hvis Anlægget har en Kassationsværdi $K'_x = \varphi(x)$, faas:

$$kK_{zn} = K + K_{an} - \frac{K'_n}{(1+r)^n} \quad \text{eller} \quad k = \frac{1}{K_{zn}}\left(K + K_{an} - \frac{K'_n}{(1+r)^n}\right) \quad (12)^{15})$$

og af $\frac{dk}{dn} = 0$ faas:

$$K_{zn}\left(y_n + K'_n l_n(1+r) - \frac{dK'_n}{dn}\right) - \left(K + K_{an} - \frac{K'_n}{(1+r)^n}\right) Z_n = 0$$

$$\left.\begin{aligned} y_n = f(n) &= \left(K + K_{an} - \frac{K'_n}{(1+r)^n}\right)\frac{Z_n}{K_{zn}} - K'_n l_n(1+r) + \frac{dK'_n}{dn} \\ &= k\psi(n) - \varphi(n)\, l_n(1+r) + \varphi'(n), \end{aligned}\right\} \quad (13)^{15})$$

hvoraf n findes grafisk som ovenfor, idet x indsættes i Stedet for n og k_x for k.

Vi sætter $k = k_c + k_e$, hvori $k_c = \frac{K}{K_{zn}}$ og $k_e = \frac{K_{an}}{K_{zn}}$ eller $\frac{1}{K_{zn}}\left(K_{an} - \frac{K'_n}{(1+r)^n}\right)$ for Anlæg henholdsvis uden eller med Kassationsværdi.

Idet Renten (Annuiteten) Kr svarer til den kontinuerlig fordelte Udgift $Kl_n(1+r)$, bliver Afskrivningsfonden ved Aar x:

$$\left.\begin{aligned} U_x &= (1+r)^x \int_0^x \frac{k_c Z - Kl_n(1+r)}{(1+r)^x}\, dx = \\ (1+r)^x &\left[k_c \int_0^x \frac{Z}{(1+r)^x}\, dx - Kl_n(1+r)\int_0^x \frac{dx}{(1+r)^x}\right] = \\ & k_c K_{zx}(1+r)^x - K((1+r)^x - 1). \end{aligned}\right\} \quad (14)^{16})$$

For $x = n$ faas $U_n = K$.

Vedligeholdelsesfonden ved Aar x er:

$$V_x = (1+r)^x \left[\int_0^x \frac{k_e Z}{(1+r)^x}\, dx - \int_0^x \frac{f(x)}{(1+r)^x}\, dx\right] = (k_e K_{zx} - K_{ax})(1+r)^x. \quad (15)^{16})$$

[16]) Se Note 15, idet bemærkes, at for Z konstant $= Z_n$ er

$$k_c = c^{\frac{l_n(1+r)}{Z_n r}} \quad \text{og} \quad k_e = e^{\frac{l_n(1+r)}{Z_n r}}.$$

Digitized by Google

For $x = n$ og $k_e = \frac{K_{an}}{K_{zn}}$, faas $V_n = 0$ for Anlæg uden Kassationsværdi.

For $x = n$ og $k_e = \frac{1}{K_{zn}}\left(K_{an} - \frac{K'_n}{(1+r)^n}\right)$, faas $V_n = -K'_n$ for Anlæg med Kassationsværdi.

3. *Ændring af et Anlæg.*

Bestemmelsen af det gunstigste Tidspunkt for Afløsningen af det gamle Anlæg (Kn) med et andet ($K_1 n_1$) støder paa de under B 2 omtalte Vanskeligheder, saa at man i større eller mindre Grad er henvist til at anvende et umiddelbart Skøn.

Naar den Besparelse pr. Produktionsenhed k_h, som opnaas i de »øvrige« aarlige Udgifter (se Note 5) ved Anvendelse af $K_1 n_1$ i Stedet for Kn, er stor i Forhold til de Ændringer, der ved en Afløsning før (eller efter) Aar n bevirkes i k_1 (og Udgiftskonstanterne i fremtidige Perioder), kan man imidlertid med en vis Tilnærmelse finde det gunstigste Afløsningspunkt ved at bestemme n_1 og k_1 for $K_1 n_1$ med Aar n som Udgangspunkt og antage k_h konstant. Indføres den i A 3 benyttede Annuitet h, bliver det øjeblikkelige $k_h = \frac{h\,\frac{l_n(1+r)}{r}\,dx}{Z\,dx} = h\,\frac{l_n(1+r)}{Zr}$, som altsaa regnes konstant. Den resulterende Besparelse pr. Produktionsenhed er $k_i = k_h + k - k_1$, der da ligeledes bliver konstant.

For et Anlæg uden Kassationsværdi haves i Afløsningsøjeblikket ved Aar m, idet Forrentningen og Afskrivningen af K først ophører ved Aar n, se A 3:

$$y_m = f(m) = (k - k_i)\,Z_m = (k - k_i)\,\psi(m)\,[= (k_1 - k_h)\,Z_m], \quad (16a)^{17})$$

og m findes grafisk ved Skæring mellem Kurverne $y = f(x)$ og $y = (k - k_i)\,\psi(x)$, hvori k og k_i er konstante.

For et Anlæg med Kassationsværdi $K'_x = \varphi(x)$, haves:

$$\left.\begin{aligned} y_m = f(m) = (k-k_i)Z_m - K_m l_n(1+r) + \frac{dK'_m}{dm} = \\ (k-k_i)\psi(m) - \varphi(m)\,l_n(1+r) + \varphi'(m)\left[= (k_1-k_h)Z_m - K'_m l_n(1+r) + \frac{dK'_m}{dm}\right] \end{aligned}\right\} \quad (16)^{17}$$

og m findes grafisk som ovenfor, idet x indsættes i Stedet for m.

---

[17]) Se Note 15, idet bemærkes, at for Z konstant $= Z_n$ er

$$k_i = (h + g - g_1)\,\frac{l_n(1+r)}{Z_n r} = i\,\frac{l_n(1+r)}{Z_n r}.$$

Digitized by Google

Besparelsen ved den tidligere Afløsning udgør, med Renter, henført til Aar n, for et Anlæg uden Kassationsværdi:

$$S_m = (1+r)^n \left[\int_m^n \frac{f(x)}{(1+r)^x}\, dx - \int_m^n \frac{(k-k_i)\,Z}{(1+r)^x}\, dx \right] = \left| \begin{array}{c} \\ (1+r)^n [K_{an} - K_{am} - (k-k_i)(K_{zn} - K_{zm})] \end{array} \right. \quad (17a)^{17})$$

og for et Anlæg med Kassationsværdi:

$$S_m = (1+r)^n [K_{an} - K_{am} - (k-k_i)(K_{zn} - K_{zm})] + K'_m (1+r)^{n-m} - K'_n. \quad (17)^{17})$$

4. *Brugsværdier.*

En Køber af et x Aar gammelt Anlæg kan under Forudsætning af, at Aarsproduktionen ogsaa for ham vil fortsættes efter Kurven paa Fig. 6, betale Prisen (Brugsværdien):

$$P_x = K - (U_x + V_x), \quad (18)^{16})$$

hvori Værdien af U_x og V_x indsættes efter Formlerne (14) og (15).

Hvis der findes et hensigtsmæssigere Anlæg $K_1 n_1$, bliver:

$$P_x = K + \frac{S_m}{(1+r)^{n-x}} - \left(U_x + V_x + (1+r)^x \int_x^n \frac{k_i Z}{(1+r)^x}\, dx \right) = \left| \begin{array}{c} \\ K + \frac{S_m}{(1+r)^{n-x}} - [U_x + V_x + k_i (K_{zn} - K_{zx})(1+r)^x], \end{array} \right. \quad (19)^{17})$$

som gælder for $x < m$, og naar Afløsningen sker ved Aar m. Hvis $x \geqq m$, kan der kun betales Kassationsprisen K'_x.

Da Formlerne er udledede under visse Forudsætninger, se B 3, kan de kun bruges som en større eller mindre Tilnærmelse, naar Forholdene er nogenlunde i Overensstemmelse hermed.

Resumé.

Der günstigste Zeitpunkt für die Erneuerung oder Änderung einer wirtschaftlichen Anlage ist abhängig von den Unterschied zwischen den augenblicklichen Produktionskosten und den Unkosten, die in einer neuen Anlage vorhanden sein würden *(Alterskosten)* einerseits und von dem Wert der Anlage bei der Kassation *(Kassationswert)* andererseits. Die Alterskosten steigen allmählich aus verschiedenen Gründen, z. B. wegen erhöhten Reparaturkosten und geringerer Nutzwirkung. Ein Beispiel zeigt die Kurve 0—1 Fig. 1. Der Kassationswert dagegen fällt mit dem Alter

Digitized by Google

der Anlage und wird beispielsweise durch die Kurve 1—2 Fig. 2 dargestellt. Die Bestimmung dieser Kurven muss empirisch erfolgen.

Im Folgenden setzen wir voraus, dass die Kurven der Alterskosten $y = f(x)$ und des Kassationswertes $K'_x = \varphi(x)$, worin x das Alter der Anlage in Jahren bezeichnet, bekannt sind. Ausserdem benutzen wir folgende Bereichnungen:

K = Anlagekapital.

r = Zinsfuss.

$K_{an} = \int_0^n \frac{y}{(1+r)^x} dx$ = Summe aller Alterskosten bis zum Jahre n mit Zinsenreduktion bezogen auf das Jahr 0.

$K_{ax} = \int_0^x \frac{y}{(1+r)^x} dx$ = Summe aller Alterskosten bis zum Jahre x mit Zinsenreduktion bezogen auf das Jahr 0.

K'_n = Kassationswert im Jahre n.

Die Preislage wird als konstant vorausgesetzt.

A. Konstante Jahresproduktion.

Sowohl die festen jährlichen Kosten, die Annuität c, siehe (1), bei welchen K in n Jahren verzinst und abgeschrieben werden kann, als auch die entsprechende Annuität e, siehe (2a), für K_{an} sind Funktionen von n. Zur Abkürzung setzen wir $c + e = g$.

Wenn die Anlage keinen Kassationswert besitzt, ist derjenige Wert von n, der g zum Minimum macht, die Dauer der ökonomisch vorteilhaftesten Abschreibungsperiode und ergibt sich aus der Gleichung $\frac{dg}{dn} = 0$. Aus dieser Bedingung folgt die Relation (3a), welche zeigt, dass die Anlage erneut werden soll, wenn die augenblicklichen Alterskosten denselben Wert y_n erreicht haben wie die Summe g der Mittelkosten c und e, weil die Annuitätskosten g, die am Ende des Jahres auf einmal bezahlt werden, der Kosten $g \frac{l_n(1+r)}{r}$ entsprechen, die im ganzem Jahre kontinuirlich bestritten werden. n wird graphisch gefunden, siehe Fig. 1.

Wenn die Anlage einen Kassationswert hat, bedeutet e die Annuität, womit K_{an} verzinst und $K_{an} - K'_n$ in n Jahren abgeschrieben werden kann, siehe (2). n wird wie oben aus $\frac{dg}{dn} = 0$ gefunden, wodurch sich (3) ergibt.

Der Abschreibungsfonds U_x im Jahre x ergibt sich aus (4). Wenn der Unterschied zwischen $e \frac{l_n(1+r)}{r}$ (die der Annuität e entsprechenden kon-

Digitized by Google

tinuirlichen Kosten) und $f(x)$ (die augenblicklichen Alterskosten) zu einem Fonds hingelegt wird, ergibt sich dessen Grösse V_x im Jahre x aus (5). (4) und (5) gelten sowohl für Anlagen mit als auch für solche ohne Kassationswert.

Es kann in Frage kommen, die bisher benutzte Anlage Kn durch eine andere K_1n_1 zu ersetzen, die eine Ersparnis h (eventuell negativ) in den jährlichen Gesamtkosten mit Ausschluss der Annuitäten bringt. Die für K_1n_1 geltenden Grössen $c_1 + e_1 = g_1$ und n_1 findet man in derselben Weise wie bei Kn. Die erzielte Ersparnis ist $i = h + g - g_1$, und wenn $i > 0$, ist K_1n_1 vorteilhafter als Kn. Die Ablösung soll im Jahre m stattfinden, wenn die augenblicklichen Alterskosten y_m die Grösse erreicht haben, die sich aus (6a) oder (6) für die Anlage Kn bezw. ohne oder mit Kassationswert ergibt. m findet man graphisch, siehe Fig. 3.

Die gesamte Ersparnis S_m bei Ablösung im Jahre m statt im Jahre n ergibt sich bezw. aus (7a) oder (7), indem S_m mit Zinsen auf das Jahr n bezogen worden ist. Eine Ablösung im Jahre x ($< m$) würde eine Ersparnis S_x geben, die man dadurch findet, dass man in (7a) oder (7) m durch x und K'_m durch K'_x ersetzt. $S_x < S_m$.

Der Preis P_x für eine x Jahre alte Anlage Kn ergibt sich aus (8), wenn der Anlagetypus K_1n_1 nicht existiert, und nach dessen Auftreten aus (9) für $x < m$, während $P_x = K'_x$ für $x \geqq m$ ist, siehe (10). Setzen wir in (9) $x = 0$, so ergibt sich aus (9a) der Preis P_0, auf den eine neue Anlage vom Typus Kn beim Auftreten von K_1n_1 reduziert werden muss um konkurrenzfähig zu werden. Die Entwertung Q durch das Veralten infolge des Fortschrittes ergibt sich aus (11).

B. Variable Jahresproduktion.

Die Jahresproduktion Z setzen wir als eine bekannte Funktion $\psi(x)$ des Alters der Anlage voraus, siehe Fig. 6. Die Summe der augenblicklichen Alterskosten sowie der Beträge, die zu den Fonds U_x und V_x hinzugeführt werden müssen, samt der Verzinsung des Anlagekapitals wird so bestimmt, das die Kosten k per Produktionseinheit in jedem Augenblick konstant sind. Die Summe aller diesen Kosten der Abschreibungsperiode, mit Zinsen bezogen auf das Jahr 0, ist

$$kK_{zn} = k \int_0^n \frac{Z}{(1+r)^x}\, dx.$$

$kK_{zn} = K + K_{an}$ oder $K + K_{an} - \frac{K'_n}{(1+r)^n}$ für die Anlage bezw. ohne

Digitized by Google

oder mit Kassationswert, siehe (12a) und (12). $\frac{dk}{dn} = 0$ gibt (13a) oder (13), wonach man n graphisch findet.

Man setzt die Untersuchung in derselben Weise wie im Abschnitt A fort, doch unter gewissen vereinfachenden Voraussetzungen. Man findet analoge Resultate. (13a), (13), (14), (15), (16a), (16), (17a), (17), (18) und (19) entsprechen bezw. (3a), (3), (4), (5), (6a), (6), (7a), (7), (8) und (9) und werden bei konstantem Z mit denselben identisch.

Digitized by Google

INGENIØRVIDENSKABELIGE SKRIFTER

A.

UDGIVET AF

DANMARKS NATURVIDENSKABELIGE SAMFUND

VED UDVALGET FOR *INGENIØRVIDENSKABELIG FORSKNING*

A. 1. *M. Rubner:* Aus dem Leben einer Zelle. 1913. (Pris: Kr. 0,50).

2. *Niels Bjerrum:* Nyere Undersøgelser over Atomernes Bevægelser med særligt Henblik paa Kvantehypotesen. 1915. (Pris: Kr. 0,50).

3. *Kølpin Ravn:* Om Agerbruget paa St. Croix. 1915. (Pris: Kr. 0,50).

4. Fru *Kirstine Meyer:* Ole Rømer. Ved Afsløring af Ole Rømer Statuen. 1918. (Pris: Kr. 0,50).

5. *E. Strömgren:* Ole Rømer som Astronom. 1918. (Pris: Kr. 0,50).

6. *M. C. Harding:* Ole Rømer som Ingeniør. 1918. (Pris: Kr. 0,50).

7. *E. S. Mitscherlich:* Om Vækstfaktorernes Virkningslov. 1921. (Pris: Kr. 0,50).

8. *A. Wegener:* 1) Kontinenternes Forskydning. 2) Jordskorpens Natur. 3) Fortidens Klimater. 1922. (Pris: Kr. 0,50).

9. *F. C. Becker, C. Janholm* og *P. E. Raaschou:* Om Tørringsprocessen. 1925. (Pris: Kr. 0,50).

10. *A. Oppermann:* Nyere Principper i Skovdyrkningen. 1925. (Pris: Kr. 1,50).

11. *P. E. Raaschou* med Assistance af *N. C. Janholm* og *A. Ranløv:* En Undersøgelse over Varmeøkonomien ved Gasværksovne. 1926. (Pris: Kr. 1,00).

12. Ingeniørkaptajn *K. Prytz* i Samarbejde med Professor *G. Schønweller* og Ingeniør *Th. Claudi Westh:* Sammenhængen mellem Nedbør og Tilstrømning til Nissum Fjord. 1926. (Pris: Kr. 1,50).

13. *P. E. Raaschou* og *V. Ahrend Larsen:* En Undersøgelse over Bomuldsstoffernes Paavirkning ved Vask, specielt med perboratholdige Vaskemidler. 1927. (Pris: Kr. 1,50).

14. *H. I. Hannover:* Om Molersten, — en betydningsfuld dansk Specialindustris Udvikling. 1927. (Pris: Kr. 2,50).

15a & b. *P. O. Pedersen:* The Propagation of Radio Waves. 1927. (Pris: Kr. 15).

16. *A. Ostenfeld:* Polyteknisk Læreanstalt Laboratorium for Bygningsstatik 1. 1928. (Pris: Kr. 1,50).

17. *K. W. Johansen:* Om Virkningen af Bøjler og Skraajærn i Jærnbetonbjælker. 1928. (Pris: Kr. 2,00).

18. *P. O. Pedersen:* Et Par Anvendelser af elektriske Udladninger i Maaletekniken: Smaatidsmaaling og Klydonograf. (Pris: Kr. 1,00).

19. *A. Ostenfeld:* Exzentrisch beanspruchte Säulen, Versuche mit Holzsäulen, Querschnittsbemessung. With an english summary. 1929. (Pris: Kr. 3,00).

20. *Vilhelm Marstrand:* Ingeniøren og Fysikeren Ludvig August Colding. Mindeskrift i Anledning af Den polytekniske Læreanstalts Hundredaarsfest. 1929. (Pris: Kr. 2,00).

Digitized by Google

21. *A. Ostenfeld:* Exzentrisch beanspruchte Säulen, Versuche mit Stahlsäulen, Querschnittsbemessung. With an english summary — Avec un resumé en français. 1930. (Pris: 3,00).
22. *Axel Bendixsen:* Beregning af Spændingerne i krumme Flader, specielt Kuglefladen. Mit einem deutschen Resumé. 1930. (Pris: Kr. 3,00).
23. *J. O. V. Irminger* and *Chr. Nøkkentved:* Wind-Pressure on Buildings Experimental Researches. 1930. (Pris: Kr. 10,00).
24. *Jul. Hartmann:* The Jet-Wave Rectifier. 1931. (Pris: Kr. 30,00).
25. *Walter Engel:* Die heutige theoretische Grundlage der Materialprüfung der Metalle. 1931. (Pris: Kr. 3,00).
26. *A. Ostenfeld:* Exzentrisch beanspruchte Säulen III beliebige Exzentrizität Versuche mit Holz- und Stahlsäulen. With an english summary. 1931. (Pris: Kr. 4,00).
27. *K. Prytz:* Messung der Wasserführung von Dränsträngen. 1931. (Pris: Kr. 0,75).
28. *Fr. Johannsen:* Ingeniør C. Winsløw's Teori om Jordoverfladens Udformning ved planetariske Kræfter. Avec un resumé en français. 1931. (Pris: Kr. 0,50).
29. *Dansk Selskab for Bygningsstatik* og *Dansk Ingeniørforenings Udvalg for rationel Betonblanding:* Forsøg med Beton og Tilslagsstoffer. Mit einer deutschen Zusammenfassung. 1931. (Pris: Kr. 2,50).
30. *William Rung:* Tafeln zur Berechnung von Hochspannungsleitungen bis 1000 km Länge nebst kurzer Theorie. 1931. (Pris: Kr. 4,50).
31. *Niels Engel:* Untersuchungen über die Stahlhärtung. 1931. (Pris: Kr. 10,00).
32. *The Technical Staff of the Copenhagen Telephone Company:* The Development of Telephonic Communication in Copenhagen 1881—1931. 1932. (Pris: Kr. 8,00).
33. *K. Prytz:* Der Kreislauf des Wassers auf unberührtem Hochmoor. 1932. (Pris: Kr. 3,00).

B.

UDGIVET AF

DANSK INGENIØRFORENING

B. 1. Isolatorbindinger. Udvalgsberetning. 1929. (Pris: Kr. 1,25).
2. Beretning om Det nordiske Ingeniørmøde i København 28.—31. August 1929 samt om Den polytekniske Læreanstalts 100-Aars Fest. 1930. (Pris: Kr. 10,00).
3. *E. Suenson:* Cementrørs Vandtæthed. With an english summary. 1930. (Pris: Kr. 2,50).
4. *Anker Engelund:* Alssundbroen. With an english summary. 1930. (Pris: Kr. 3,00).
5. *Henry Sjernqvist:* Studier i Elektricitetsværks Statistik. With an English summary. 1931. (Pris: Kr. 2,50).
6. *Emanuel Hansen* & *Povl Vinding:* Undersøgelser angaaende Stofskiftet ved Træningsarbejder for Røgdykkere. 1932. (Pris: Kr. 1,00).
7. *A. Rye Clausen:* Bidrag til en rationel Bestemmelse af Tidspunktet for Fornyelsen eller Ændringen af et producerende Anlæg. 1932. (Pris: Kr. 1,50).
8. *P. Rønne:* Rørkrumning i Vandrørskedlen. Aarsag og Følger. 1932. (Pris: Kr. 1,50).

Digitized by Google

TN43

INGENIØRVIDENSKABELIGE SKRIFTER
B Nr. 8

RØRKRUMNING I VANDRØRSKEDLEN

AARSAG OG FØLGER

AF

P. RØNNE
Dampkedelinspektør, M. Ing. F.

DANSK INGENIØRFORENING
I KOMMISSION HOS G. E. C. GAD · VIMMELSKAFTET 32
KØBENHAVN 1932

Pris: Kr. 1,50

LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF WISCONSIN
Digitized by Google

Digitized by Google

INGENIØRVIDENSKABELIGE SKRIFTER
B Nr. 8

RØRKRUMNING I VANDRØRSKEDLEN

AARSAG OG FØLGER

AF

P. RØNNE
Dampkedelinspektør, M. Ing. F.

DANSK INGENIØRFORENING
I KOMMISSION HOS G. E. C. GAD · VIMMELSKAFTET 32
KØBENHAVN 1932

Digitized by Google

Digitized by Google

RØRKRUMNING I VANDRØRSKEDLEN
AARSAG OG FØLGER

Af Dampkedelinspektør *P. RØNNE,* M. Ing. F.

Enhver, som har haft med den almindelige Vandrørskedel — Skraarørskedelen — at gøre, vil have gjort den Erfaring, at Rørene navnlig i de underste Rækker krummer sig opad — bort fra Fyret —, saaledes at de sidder som en Bue med Konkaviteten nedad. Tyske Forskere har som Forklaring af denne Skade antaget, at Rørene i den rene Kedel krummede sig opad, fordi den øverste Del af Røret, hvor der findes Dampdannelse, og som ikke indvendigt fra bliver tilstrækkeligt afkølet, bliver varmere end den nederste. Naar senere en Kedelstensbelægning modvirker denne ensidige Opvarmning, ja maaske skaber en højere Temperatur i den underste end i den øverste Del af Røret, vil dette dog fortsætte sin Opadkrumning, idet de formentlig har tænkt sig Røret som en ekscentrisk paavirket Søjle.

I Forschungsarbeiten Heft 292 Side 32 har jeg givet en anden Forklaring, som jeg gentager her, da jeg maa antage, at den er ukendt for mange af Læserne, og da den er vigtig for Forstaaelsen af det følgende, som skal fremlægge Erfaringer, som støtter mig.

Jeg vil da først sige, at ogsaa et rent Kedelrør krummer sig nedad. Dette vil simpelthen kunne eftervises ved at opfyre en ren Kedel og lægge en lang Vægtstang ind under eet af Rørene med sin ene Ende hvilende mod dette, medens den anden peger paa en Skala. Lader man, efter at den er bragt paa Plads, Fyrtemperaturen stige, vil det iagttages, at den frie Ende af Stangen bevæger sig opad, det vil sige, at Røret krummer sig nedad. Talværdier er dog vanskelige at faa fat paa, fordi Vægtstangen snart bliver glødende og bøjer sig nedad paa Grund af sin Egenvægt. Jeg har gjort Forsøget og fundet en Nedbøjning paa c. 6 mm til Glødning indtraadte. En rationel Maaling vil vistnok blive vanskelig og bekostelig paa Grund af den høje Fyrtemperatur.

Den tyske Forklaring har glemt et for hele Fænomenets Forstaaelse vigtigt Moment, nemlig Straalevarmen, som ogsaa ved det rene, nye Rør,

Digitized by Google

vil skabe en højere Temperatur i den mod Ilden vendende Side af Røret end i den anden Side. Ogsaa i den nye Kedel maa Røret krumme sig nedad. Men selve Driften vil forøge Temperaturdifferensen mellem den underste og den øverste Del af Røret. Kedelstenslaget lægger sig i den underste Del, formindsker Varmeafgivelse til Vandet og forhøjer Rørvæggens Temperatur. Aske og Slagger samler sig ovenpaa Røret og beskytter den øverste Del mod Røgens Paavirkning, saa at Temperaturstigningen her bliver mindre. Endnu et Par Forhold vil faa Indflydelse paa Størrelsen af den ensidige Opvarmning af Rørene. Den ene er Retningen af Røgbevægelsen og den anden er Røghastigheden. Jo mere vinkelret paa Røret Røgen rammer, jo mere Varme overføres der paa Forsiden og jo mere ensidig bliver Opvarmningen. Jo større Hastighed Røgen har, jo mere Læ bliver der bag ved Røret, og jo større vil Temperaturdifferensen i Rørmaterialet blive.

Jo stærkere forceret Kedlen er, jo større vil Forskellen mellem Temperaturen i underste og i øverste Del af Røret blive. Det maa, som jeg før har gjort Rede for, se Hefte 292, føre en Nedadkrumning af Røret med sig.

Men det sidder i kold Tilstand med en Opadkrumning.

Der maa altsaa ske noget med Røret under Nedadkrumningen, og dette maa være foraarsaget af de Temperaturspændinger, der optræder i Røret under denne. Der optræder i et ensidigt opvarmet Rør Trykspændinger i den varmeste Del og Trækspændinger i den koldeste Del, og det er ud fra dette vi maa ræsonnere. Bliver disse Spændinger saa smaa, at Formforandringerne er elastiske, saa vil der kun ske dette, at Røret svinger op og ned og op og ned, og at det stadigt holder sig retlinet, men hvis der sker blivende Formforandringer, maa der dels ske en Forkortelse af Røret som Helhed og dels en Ekstraforkortelse af Fibrene i den varmeste Del — den underste —. Hvis Rørenderne sidder urokkelig fast, og naar der ved et Fald i Fyrtemperaturen eller i Vandtemperaturen sker en Udligning og et Fald i Rørmaterialets Temperatur, saa vil til en Begyndelse Trykspændingerne formindskes; den totale Trykspænding vil paa et vist Tidspunkt blive Nul, og ligesaadan vil det gaa med den lokale Trykspænding i den underste Del af Røret. Skrider Afkølingen yderligere frem, vil Røret ende med at komme til at sidde med en Trækspænding, som er større i den underste end i den øverste Del, maaske saa stor, at der nu sker en Forlængelse af de under Nedadkrumningen sammentrykte Fibre. Det vides, at saadanne Rør kan blive udsat for Trækspændinger, ja, der haves Erfaringer for, at de kan trække sig selv over, hvis Materialet ved særlig Behandling er blevet ødelagt og dets Vægtykkelse forringet, hvilket sker inden for Valsestedet.

Røret vil, naar Kedlen er kold, ende med at sidde med en mindre Krum-

Digitized by Google

ning opad end Nedadkrumningen, og man maa vente, at Røret vil svinge op og ned med den Nedadkrumning, Temperaturen har foraarsaget, som Maksimaludslag. Fig. 1 viser en Opmaaling af et ved Temperaturpaavirk-

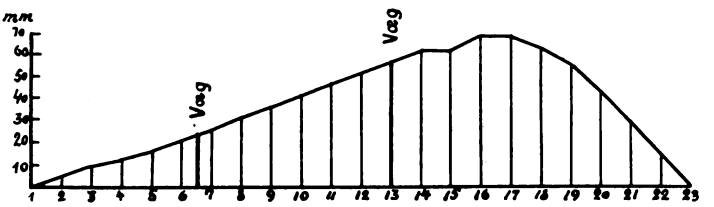


Fig. 1.

ning krummet Rør efter at det er frigjort, og man ser, at det har en Pilhøjde opad paa c. 70 mm. Man ser, at Røret fra Bagenden til bageste Røgføringsvæg er retliniet. Her spores et Knæk, som fortæller, at denne ikke har tilladt det store Udsving; dernæst kommer der en retliniet Del til næste Røgskillevæg, og derfra til Rørets Forende kommer der en Krumning, hvis Radius ved Hjælp af Ordinaterne i Krumningslinien er bestemt til meget nær 19,5 m, men hvis Form paa Grund af de valgte Maalestoksforhold har forvrænget sig.

Vi har altsaa faaet en meget større Nedbøjning end vi maatte, og det kan altsaa ikke være rigtigt, at Rørenderne sidder urokkelig.

Der er her to Muligheder

1) at selve Understøtningen for Rørenden — Vandkammeret — flytter sig, eller
2) at Forbindelse mellem Rør og Vandkammer løsner sig.

I Virkeligheden kan begge Dele ske. Forholdene her ligger lidt forskellig for Kedler med fulde Kamre — Steinmüllertypen — og for Sektional Kedler — Babcock & Wilcoxtypen. En tvangfri Bevægelse af Kamrene i Steinmüller Kedlen vil vel vanskeligt lade sig tænke, fordi den maa forudsætte en ganske kontinuerlig og bestemt Variation af Rørkrumningerne fra den underste Del af Vandkamrene til den øverste og fra den ene Side til den anden. Ved denne Kedeltype maa vi vel derfor forudsætte en Forandring i Rørets Understøtningspunkt — Røret glider i Valsestedet. Ved Babcock & Wilcox Kedlen, hvor Sektionerne, der er særlig elastisk forbundne med Overkedlen, kun forbinder en Søjle Rør, er Eftergivning af de enkelte Sektioner meget vel muligt, saa at vi her kan faa en omtrent tvangfri Forflyttelse af Rørets Understøtning. Jeg har i Virkeligheden ogsaa kunnet konstatere en saadan.

Vi vil nu undersøge, under hvilke Forhold en Løsning af Rørene i Understøtningsstederne er mulig, og under hvilke Forhold den lettest sker. Mulig er en saadan Eftergivenhed altid, fordi vi staar overfor en Valseforbindelse, som løses ved en tilstrækkelig stor Kraft. Ved Forsøg er

Digitized by Google

denne Kraft bekendt; den afhænger af hvorledes Hullet er tildannet, om det er konisk, glat cylindrisk eller forsynet med Riller e. l., og af Valsningens Udførelse, Valsetryk og om den udstikkende Ende er udvidet. Forsøgsresultater giver 400 à 900 kg pr. cm Rørperiferi. Glidning kan derfor formentlig ikke ske i en veludført Valseforbindelse, og navnlig ikke, naar der findes Sikring for Valsningen.

Under Driften kan der optræde Forhold, som faar Indflydelse paa Valsningens Styrke. Under en tilstrækkelig langsom Opvarmning eller Afkøling af et Valsested vil de to sammenstødende Plader — Røret og Kammeret — omtrent udvide sig lige meget og Valsningen vil tilnærmelsesvis beholde sin oprindelige Styrke, men ved en pludselig Stigning af Temperaturen vil Rørets Temperatur stige hurtigere end Kammerets, da dets Godstykkelse er meget mindre, og Trykket mellem Rør og Væg vil derfor stige, hvorfor Valsningens Styrke forøges. Ved en pludselig Afkøling vil Rørvæggen derimod afkøles hurtigere end Kammervæggen, og Valsningens Styrke vil aftage. Her maa jeg erindre om, at en Afkøling ved Kedeldriften ikke alene kan skyldes en Formindskelse af Fyrtemperaturen, men ogsaa et Fald i Vandtemperaturen, hvilket, som jeg ved en tidligere Lejlighed har paavist, virkelig kan indtræffe i visse Tilfælde, hvor Cirkulationen i Kedlen midlertidig standser.

Dette Forhold spiller en Rolle ved Sammenligningen mellem Kammerkedlen og Sektionskedlen. Sektionens Vægtykkelse er kun omtrent det halve af Kammervæggens, og dette betyder, at Temperaturforskellen mellem Sektionsvæggen og Rørvæggen bliver langt ringere end Forskellen mellem Kammervæg og Rørvæg under Temperaturændringen, da der er opmagasineret en langt ringere Varmemængde i Sektionen end i Kammeret. Faldet i Valsespændingen bliver derfor langt ringere ved Sektionskedlen end ved Kammerkedlen, saa at der skal en større Trækkraft til at foraarsage Glidningen af Røret i den første end i den sidste Kedel.

Rørene krummer sig vel lige saa meget ved Sektionskedlen som ved Kammerkedlen, men Krumningen fuldbyrdes uden saa store Spændinger i Materialet og er derfor heller ikke saa farlig.

Paa Grund af disse to Forhold maa vi vente i langt højere Grad at finde Glidninger ved Kammerkedlen end ved Sektionskedlen, og dette stemmer ogsaa med de praktiske Erfaringer.

Vi maa efter det sagte, idet vi forudsætter en forsvarlig haandværksmæssig Udførelse af Valsningen, regne med, at der kan ske en Skridning under en Afkøling af Kedel og Fyrsted. Men det var netop under Afkølingen, at vi fik den store Trækkraft i Røret, som kan give Anledning til Skridning. Under Opvarmningen fik vi en Trykkraft af tilnærmelsesvis samme Styrke, men her er Valseforbindelsen stærkere end den oprin-

Digitized by Google

delig udførte. Derfor maa vi vente en Indadtrækning af Rørene gennem Rørhullerne.

For at bedømme disse Forhold rigtigt maa man erindre, at Valsningen, endskønt den delvis løsner sig under Afkølingen, vil naa sin oprindelige Styrke, naar Afkølingen er afsluttet — naar Røret og Pladen atter har antaget samme Temperatur, hvilket selvfølgelig ikke naas, naar Glidningen foraarsages ved Vold.

Jeg skal nu forsøge at gengive Forklaringen i faa Ord.

1) Røret opvarmes som Helhed og desuden ensidigt.
2) Der opstaar en Trykspænding og en Krumning.
3) Spændingerne bliver saa store, at der sker Sammentrykninger i Rørmaterialet.
4) Ved Afkølingen bliver Røret for kort, og der opstaar Trækspændinger, som er størst i den underste Del.
5) Valsetrykket formindskes paa Grund af Afkølingen.
6) Røret glider i Valsestedet og
7) ender med en Krumning opad paa Grund af Spændingstilstanden i Røret.

Tænker vi os nu dette overskaaret nær ved Forkammeret, vil Trækspændingerne i Rørets underste Del foraarsage, at den bageste Del af Røret vil krumme sig, fordi der sker en Forkortelse, idet Trækspændingerne udlignes, og dets frie Ende vil bevæge sig nedad.

Saafremt Krumningen var foraarsaget ved en mekanisk Paavirkning — f. Eks. ved at Kasserne under Kedlens Drift ændrede deres Stilling, saa at de kom til at danne en spids Vinkel med Aabningen opad — saa maatte en Overskæring af Rørene føre et Udslag med sig, der gik i samme Retning som Krumningen — for et opadkrummet Rør altsaa opad — men dette ses aldrig, Rørene slaar altid ud opad for et nedadkrummet Rør og nedad for et opadkrummet Rør.

Vi har her talt om de underste Rørrækker i Skraarørskedlen, fordi Fænomenet er mest kendt herfra, men det er klart, at det ogsaa vil optræde andre Steder, nemlig hvor Røret ligger saaledes i Forhold f. Eks. til en opvarmet Flade, at den ensidige Opvarmning bliver tilstrækkelig stor til at frembringe blivende Formforandringer under Krumningen. Røret maa under Temperaturstigningen af Fladen krumme sig mod den Side, hvorfra den ensidige Opvarmning stammer, og det maa under Afkølingen faa en Krumning den modsatte Vej, saa at det i den kolde Kedel maa ligge med en Krumning bort fra denne Side. Erfaringen bekræfter dette.

Vi vil nu undersøge, om de Temperaturdifferenser, der optræder under almindelige Forhold, faar en saadan Størrelse, at denne vor Forklaring sandsynliggøres.

Digitized by Google

I Heft 292 — se ogsaa »Ingeniøren« 1921 Nr. 87 — har jeg gjort Rede for en Fremgangsmaade, der kan anvendes til Beregning af Temperaturerne i ildpaavirkede Kedelplader, og de Konstanter, der kan benyttes.

Jeg opstiller følgende to Ligninger

$$K(T - t_1) + \sigma \cdot \varphi \cdot \left(\frac{(273 + T)^4}{100^4} - \frac{(273 + t_1)^4}{100^4} \right) = K_1 (t_1 - t_3)$$

$$t_1 - t_2 = \frac{s}{56{,}2} \cdot Q.$$

Her er

$K = 20$ = Overgangskoefficienten fra Røg til Plade

T = Røgtemperaturen

t_1 = Temperaturen af Pladens Ildside

$\sigma = 4{,}25$ = Straalingskoefficienten

φ er Vinkelforholdet, et Tal, der giver den Del af Straalevarmen, der overføres paa det paagældende Sted

$K_1 = \frac{1}{\frac{s}{56{,}2} + \frac{1}{8000}}$ er Overgangskoefficienten fra Pladens Ildside til Vandet, idet

s er Pladetykkelsen og

56,2 er Varmeledningsevnen, medens

$\frac{1}{8000}$ er Overgangskoefficienten fra Plade til Vand

t_2 = Temperaturen af Pladens Vandside

t_3 = Vandtemperaturen — 180^0 svarende til et Tryk 9 At.

Som Beregningsgrundlag er benyttet en bestemt Vandrørskedel med 150 m² Hedeflade.

Som Eksempel gennemføres Beregningen for et Punkt af Rørvæggen, der ligger lige bag ved Kammervæggen i Rørets underste Frembringer, for en Temperatur paa 1000^0, idet Vinkelforholdet her — φ — er beregnet til 0,204 efter en Fremgangsmaade angivet af *Gerbel* i »Die Wärmestrahlung« Springer Verlag 1917.

$$20\,(1000 - t_1) = 4{,}25 \cdot 0{,}204 \left(\frac{1273^4}{100^4} - \frac{473^4}{100} \right) = 5340\,(t_1 - 180),$$

idet Pladetemperaturen i Straalingsstedet er regnet til 200^0. Kammervæggens Tykkelse er regnet til 16 mm, Rørvæggens til 3,5 mm. Heraf faas $t_1 = 187^0$ og den transmitterede Varmemængde (den ene Side af Ligningen) til 38 900 Kal.

$t_1 - t_2$ beregnes til 2,80 og t_2 deraf til $184{,}2^0$.

Middeltemperaturen bliver 185,6.

Resultatet og Beregningerne gives i Tabel 1.

Digitized by Google

TABEL 1.

beregnet for	Ildside-temperatur	Middel-temperatur	Vandside-temperatur	Transmitteret Kalorier	Fyrtem-peratur	Vandtem-peratur
Rørvæg.....	187	185,6	184,2	38 860	1000	180
Kammervæg ...	200	194,7	189,3	37 600	1000	180
Rørvæg.....	198	195,1	192,3	92 000	1400	180
Kammervæg (B)	222	209,4	196,6	89 200	1400	180

Ved Forceringsstigningen fra Fyrtemperatur 1000° til 1400° stiger Middeltemperaturen af

Rørvæg fra 185,6 til 195,1

og af

Kammervæg fra 194,7 til 209,4.

Det ses af disse Tal, at en Valseforbindelse vil være stærkere ved den Temperatur, hvorved den er fremstillet, end ved en højere Temperatur, da Hullet i Kammervæggen vil udvide sig mere end Rørenden.

Ved en pludselig Temperaturstigning vil den tynde Rørvæg næsten straks antage sin Middeltemperatur, medens den meget tykkere Kammervæg først langt senere vil naa *sin* Middeltemperatur, og der vil derfor komme et Tidspunkt hvor Valseforbindelsen er stærkere end i kold Tilstand, og dette vil falde sammen med det Øjeblik, da hele Røret har sin højeste Temperaturtilstand, sin største Krumning og sine største Paavirkninger, og da de blivende Formforandringer i Røret indtræder.

Omvendt ses det, at der under den pludselige Afkøling sker en Løsning af Valseforbindelsen, idet Rørvæggen saa godt som øjeblikkeligt antager sin laveste Middeltemperatur — 185,6, medens Kammervæggens Temperatur falder langt langsommere. Den størst mulige Temperaturforskel bliver 209,4 — 185,6 = 23,8°, hvilken selvfølgelig ikke naas, baade fordi der jo ogsaa sker et Fald i Kammervæggens Temperatur, og fordi vi har betragtet et Punkt af Røret lige uden for Kammeret, medens Rørenden strækker sig ind i Kammeret.

Sker der nu som forudsat et Fald i Vandtemperaturen samtidig med Faldet i Fyrtemperaturen, saa bliver selvfølgelig Forholdene endnu alvorligere, og her vil hele den igennem Kammeret stikkende Rørende afkøles.

Tabel 2 giver Pladetemperaturen under Forudsætning af en Vandtemperatur paa 150°.

Tænker vi os nu Forhold A Tabel 2 som sammenfaldende med Forhold B Tabel 1 har vi Mulighed for en maximal Temperaturdifferens paa 209,4 — 156,8 = 52,6° til Raadighed under Temperaturfaldet.

Nu rejser der sig det Spørgsmaal for os, om Valseforbindelsens Styrke formindskes saa stærkt, at en Glidning er mulig, og til Besvarelse af dette

Digitized by Google

TABEL 2.

beregnet for	Ildside-temperatur	Middel-temperatur	Vandside-temperatur	Transmitteret Varmemgd.	Fyrtem-peratur	Vandtem-peratur
Rørvæg (A) ...	158	156,8	155,6	39 400	1000	150
Kammervæg ...	170	165	159,2	38 200	1000	150
Rørvæg.....	168	165	162,2	92 600	1400	150
Kammervæg ...	191	178,3	165,6	89 700	1400	150

Spørgsmaal benytter jeg en Fremgangsmaade, der er angivet af *Heinrich Holzer*, se Zeitschrift des Bayerischen Revisions Vereins 1918, Side 6, som har benyttet et Par Formler fra Zeitschrift f. d. ges. Turbinw. 1913, Side 425, Lign. 21 A, og Side 402, Lign. 2.

Tangentialspændingen i et Rør, som udøver Fladetrykket p_0 kg/cm² paa Kammervæggen, er udtrykt ved

$$\sigma = p_0 \frac{\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 + 1}{\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 - 1}.$$

Vi sætter $\sigma = 2000$ kg/cm², $d_2 = 10$ cm og $d_1 = 9{,}3$ cm. Herved faas

$$\sigma = 2000 = p_0 \frac{\left(\frac{100}{93}\right)^2 + 1}{\left(\frac{100}{93}\right)^2 - 1} = p_0 \cdot 14{,}4,$$

hvoraf $$p_0 = 138 \text{ kg/cm}^2.$$

Idet vi sætter Friktionskoefficienten til 0,4 faas Kraften, der vil bevirke Udtrækning af Røret til

$$K = p_0 \cdot \pi \cdot d \cdot s \cdot 0{,}4 = 138 \cdot \pi \cdot 10 \cdot 1{,}6 \cdot 0{,}4 = 2800 \text{ kg}.$$

Den Formindskelse af Rørendens Radius r, der er sket paa Grund af de virkende Valsespændinger, er

$$\frac{\varrho}{r} = \frac{\sigma + 0{,}4 p_2}{E} = \frac{2000 + 0{,}4 \cdot 138}{2\,000\,000} = \frac{1}{998}.$$

Hvis en Afkøling af Rørenden frembringer samme Formindskelse, er Valseforbindelsens Styrke helt ophævet. Er Temperaturforskellen mellem Rørvæg og Kammervæg t, saa er det samme Forhold $\frac{\varrho}{r}$ bestemt ved

$$\frac{\varrho}{r} = \alpha t = \frac{t}{85\,000} = \frac{1}{998},$$

Digitized by Google

saa at en Temperaturdifferens $t = \text{c. } 85^0$ vil bevirke en fuldstændig Løsning af Valseforbindelsen.

Vi ser, at de beregnede Temperaturdifferenser er af en saadan Størrelsesorden, at de virkelig betyder en væsentlig Svækkelse af Valseforbindelsen, saa at vi meget godt kan tænke os, at en ret lille Trækkraft i Røret vil foraarsage en Glidning af det i Valsestedet under Temperaturfaldet.

Vi vil derpaa ad Beregningens Vej bestemme Krumningen og Spændingerne i et saadant Rør, og jeg vælger dertil det midterste Rør i underste Række i den tidligere benyttede Kedel. Vi forudsætter det foreløbigt frit for Kedelsten og beregner Temperaturen i Oversiden og Undersiden af Røret, idet vi forneden forudsætter Ledning og Bestraaling, hvis Vinkelforhold er beregnet til 0,5, medens vi foroven kun forudsætter Ledningsoverførelse af Varmen.

Tabel 3 giver de beregnede Temperaturer og Varmemængder.

TABEL 3.

beregnet for	Ildsidetemperatur	Middeltemperatur	Vandsidetemperatur	Varmemængde	Fyrtemperatur	Vandtemperatur
Overside	184	183	182	31 700	1400	180
Underside	216	210	204	198 000	1400	180

Temperaturforskellen mellem underste og øverste Fibre i Røret er altsaa 27^0.

Til Beregning af Krumning og Paavirkninger benyttes Fremgangsmaaden i Hefte 292, Side 9, se ogsaa »Ingeniøren« 1922 Nr. 6 og 8, idet vi forudsætter $^2/_3$ af Rørperiferien bestraalet.

Formlerne til Beregning af Krumningsradius for et ensidigt opvarmet Rør er

$$\varrho = \frac{\pi \cdot r}{\beta \cdot \alpha \cdot t}.$$

r = Radius her 5 cm

β er Forholdet mellem Korden til den opvarmede Bue og Radius her $\sqrt{3} = 1{,}73$.

α er Varmeudvidelseskoefficienten $= \frac{1}{85\,000}$ og

t Temperaturdifferensen her 27^0.

$$\varrho = \frac{\pi \cdot 5 \cdot 85\,000}{1{,}73 \cdot 27} = 280 \text{ m}.$$

Paavirkningerne bestemmes ved

Digitized by Google

$\sigma_u = \frac{E\alpha t}{n}\left(1 + \frac{y}{r}\cdot\beta\cdot\frac{n}{\pi}\right)$ og

$\sigma_0 = \frac{E\alpha t}{n}\left(1 - n + \frac{y}{r}\cdot\beta\cdot\frac{n}{\pi}\right)$ henholdsvis for den uopvarmede og opvarmede Del af Røret, hvis Betegnelserne er de samme som ovenfor, og hvor desuden

y = Afstanden til den paagældende Fiber positiv nedad og

n = Forholdet mellem hele Tværsnittet og den opvarmede Del af Tværsnittet, altsaa 1,5.

$\sigma_{-r} = \frac{E\alpha t}{1{,}5}(1 - 0{,}825) = E\alpha t\cdot 0{,}116$ med $t = 27 + 73$ kg/cm²

$\sigma_{-\frac{r}{2}} = \frac{E\alpha t}{1{,}5}(1 - \frac{1}{2}\cdot 0{,}825) = E\alpha t\cdot 0{,}394$ » » + 248 »

$\sigma_{-\frac{r}{2}} = \frac{E\alpha t}{1{,}5}(-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cdot 0{,}825) = E\alpha t(-0{,}606)$ » » — 380 »

$\sigma_{+r} = \frac{E\alpha t}{n}(-\frac{1}{2} + 0{,}825) = E\alpha t\cdot 0.216$ » » + 135 »

Forudsætter vi en Kedelstensbelægning paa Røret af $^1/_2$ mm, bliver Temperaturforskellen mellem Rørets øverste og underste Fibre 67°, og Spændingerne de samme Steder som før:

$\sigma_{-r} = +181$ kg/cm²
$\sigma_{-\frac{r}{2}} = +615$ »
$\sigma_{-\frac{r}{2}} = -942$ »
$\sigma_{+r} = +335$ »

De saaledes bestemte Paavirkninger er de, der optræder, fordi Røret krummer sig, men der optræder ogsaa Trykspændinger, fordi Røret opvarmes til en højere Temperatur end Kedlen som Helhed, saa at det bliver længere end Kasseafstanden.

For at faa et Tal for dette sammenligner vi Røret med et Rør lidt højere oppe i Systemet, idet vi som eneste Forskel regner Mangelen af Bestraalingen for det sidste Rør, som i Virkeligheden vil være lidt koldere end det underste Rør, fordi Røgtemperaturen her er lidt lavere.

Omtrent Halvdelen af Røret — 2400 mm — ligger i første Træk.

Middeltemperaturen for Tværsnittet af rent Rør er $\frac{2}{3}\cdot 210 + \frac{1}{3}\,183 = 201°$ i første Træk d.v.s. paa 2400 mm, medens det højere liggende Rør regnes at have en Temperatur paa 4800 mm paa 183°. Differensen er 18° og Merforlængelsen for det varme Rør er da $\frac{2400\cdot 18}{85\,000} = 0{,}5$ mm, som frembringer en Trykspænding i Røret paa

Digitized by Google

$$\sigma = \frac{0{,}5 \cdot E}{L} = \frac{0{,}5 \cdot 2\,000\,000}{4800} = 210 \text{ kg/cm}^2.$$

For det kedelstensbelagte Rør er Middeltemperaturen i første Træk 236, Temperaturdifferensen 45°, Forlængelsen 1,27 mm og Trykspændingen 530 kg/cm². Vi faar nu de virkeligt i Røret optrædende Spændinger ved Addition af disse Tal til σ.

Additionen er sket i Tabel 4.

TABEL 4.

σ kg/cm²	Rent Rør			Kedelstensbelagt Rør		
	Bøjning	Rent Tryk	Samlet	Bøjning	Rent Tryk	Samlet
$y = -r$	+ 73	−210	−137	+181	−530	− 349
$y = -\frac{r}{2}$	+248	−210	+ 38	+615	−530	+ 85
$y = +\frac{r}{2}$	−380	−210	−590	−942	−530	−1472
$y = +r$	+135	−210	− 75	+335	−530	− 195

Over Tværsnittet varierer Spændingerne efter Formlen retliniet, og Variationer er vist i Fig. 2 for det kedelstensbelagte Rørs Vedkommende.

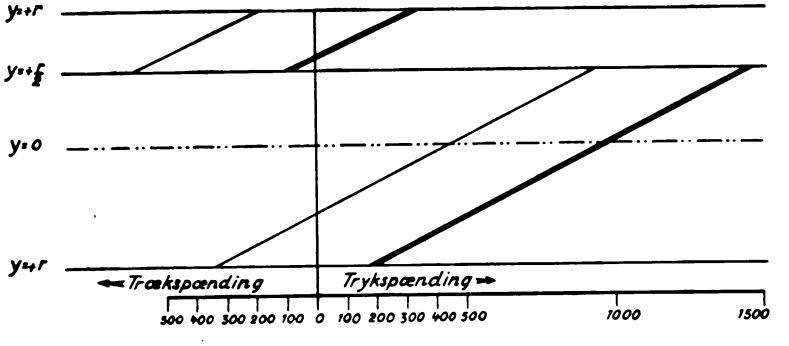


Fig. 2.

De beregnede Spændinger viser, at der under normale Driftsforhold særdeles godt kan optræde Paavirkninger i disse Rør, som giver blivende Forkortelser i Røret under Nedadkrumningen, og naar dette er Tilfældet, og naar det erindres, at denne Paavirkning optræder i Røret maaske mange Gange om Dagen, og stadig under additive Forhold, idet Glidningen i Valsestedet ofte bringer nye Forhold til Veje, vil det forstaas, at der her er givet en teoretisk Begrundelse af Fænomenet.

Vi vender os nu til Erfaringerne fra Praksis for at undersøge om ogsaa disse passer med Forklaringen.

Digitized by Google

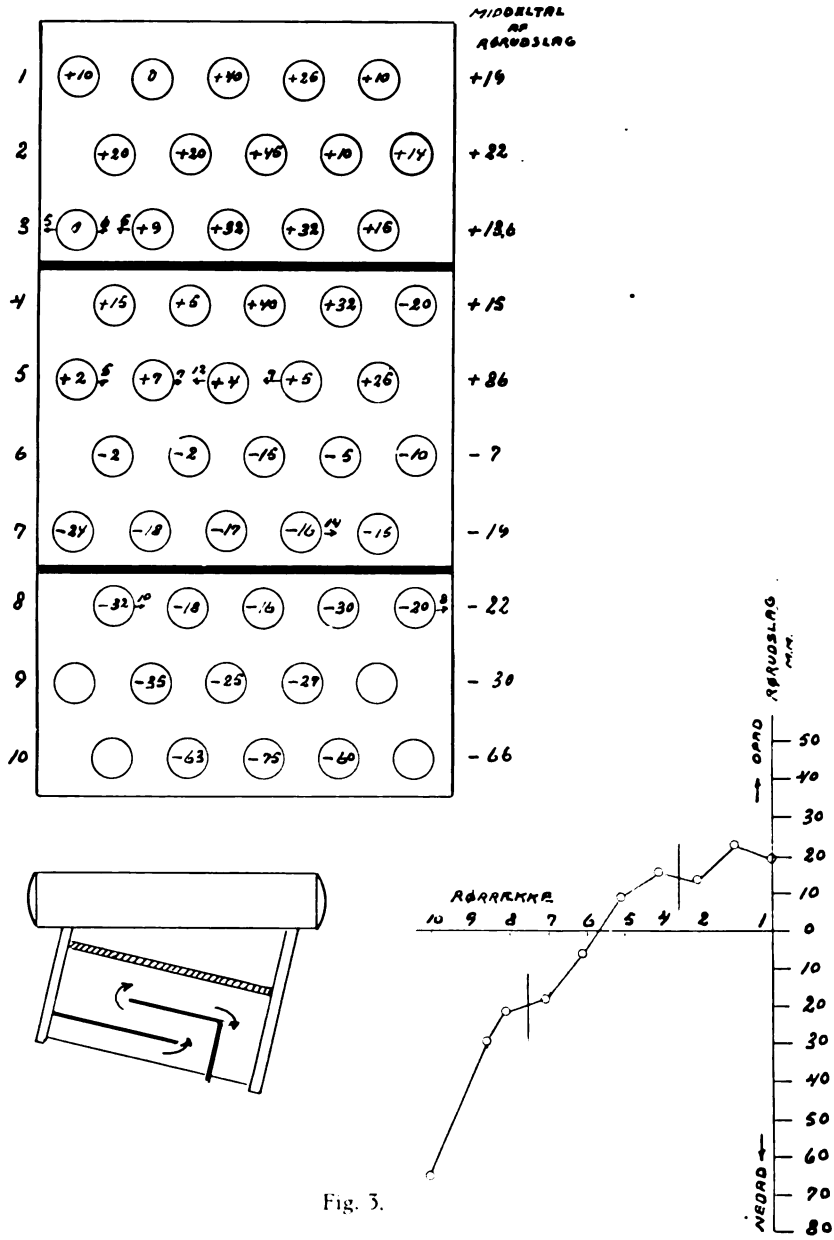


Fig. 3.

Er denne rigtig, maa vi kunne konstatere,

1) Krumninger bort fra den Side, der foraarsager den ensidige Opvarmning.
2) Indadskridninger af Rørene i Valsestederne.
3) Udslag, idet Røret skæres over, imod den varme Side.

Digitized by Google

Jeg har allerede nævnt den af mange gjorte Erfaring, at de underste Rækker i Skraarørskedlen ligger med en Krumning opad, naar Kedlen er kold, men det er maaske ikke saa mange bekendt, at der i Vandrørskedlen for Rør, der ligger i Nærheden af Murmasser eller andre stærkt opvarmede Flader, f. Eks. Overhedere, findes Krumninger bort fra Fladen. Det almindeligste Eksempel herpaa haves i den almindelige Steinmüllerkedel i sin oprindelige Indmuring, hvor Overkedlen laa ganske frit og Murværket opadtil afsluttedes med en Hvælving, der laa lige over Rørsystemet; man vil ved Kedler af denne Type næsten altid finde de Rør, der ligger lige under Hvælvingen, nedadkrummede, og Rør, som ligger i Nærheden af Sidemuren, krummede paa en saadan Maade, som det efter den dobbelte Paavirkning af to paa hinanden vinkelrette Flader maa ventes omtrent i Halveringsplanet for Vinkelen mellem de to Flader. Jeg skal i et senere Billede vise et direkte Bevis paa denne Krumning.

Fig. 3 viser forneden et skematiseret Snit i en lille Steinmüllerkedel. Kedlen var utæt i Svejsesømmen ved Bagkammeret. Den blev sat fra og undersøgt, og der viste sig en Revne i Svejsningen. Da Kedlen ikke kunde undværes paa Grund af et stort Forbrug af varmt Vand, foretoges en ganske midlertidig Reparation ved Autogensvejsning, og Kedlen sattes atter for med et ganske lavt Tryk — 0,7 At — til Opvarmning af Vand. Da der var Lejlighed til det, blev en ny Kedel anskaffet, og derfor skulde den gamle skæres i Stykker. Man viste mig den Venlighed at lade mig lede Ophugningen, saa at jeg fik Lejlighed til at bestemme og maale Rørudslaget under Overskæringen af Rørene. Resultatet ses foroven. Det kan vel ikke betvivles, at Hvælvingen foroven har betinget en Opadkrumning af de øverste Rækker, at den øverste Røgføringsplade har været medvirkende til de Rørudslag, der er sket i Rækkerne i dens Nærhed. Der findes ligesom en neutral Flade midt imellem de to Røgføringsplader, hvor Rørene ikke har haft nogen bestemt Vej at slaa ud, og den underste Røgføringsplade har skabt et Udslag nedad af Række 7's Rør, samt paavirket Udslaget af 8. Rækkes Rør, maaske ogsaa af 9. Rækkes, men 10. Rørrækkes Udslag nedad er tydeligvis bestemt af Brændselslaget. Tilfældigheder i Rørvægstykkelse og Valsestyrke spiller naturligvis ind, og udelukket er det ikke, at enkelte Rør kan være skiftede.

I Hovedsagen synes jeg, man kan sige, at Sætningen om, at Rørudslaget sker mod den Flade, der foraarsager Rørkrumningen, er bekræftet.

Fig. 4 viser en noget større Steinmüllerkedel skematisk. Undersøgelsen viste en tvivlsom Revne i en Svejsesøm, men da man ønskede Sikkerhed, udskares et Prøvestykke af Bagkammeret til nærmere Undersøgelse, som gav et negativt Resultat, men da en Tilsvejsning af Hullet skulde ske, aabnede Revnen sig. Ved Ophugningen af Kedlen var jeg til Stede og maalte Rørudslagene, som gengives foroven. Det ses, at kun en Række — den

Digitized by Google

øverste — slog ud opad, medens de øvrige slog ud nedad. Skillevæggene var Støbejærnsplade, og Røgføringen har ført med sig, at dennes Temperatur ikke har været ret høj, idet Røgen har passeret en Overheder. Først

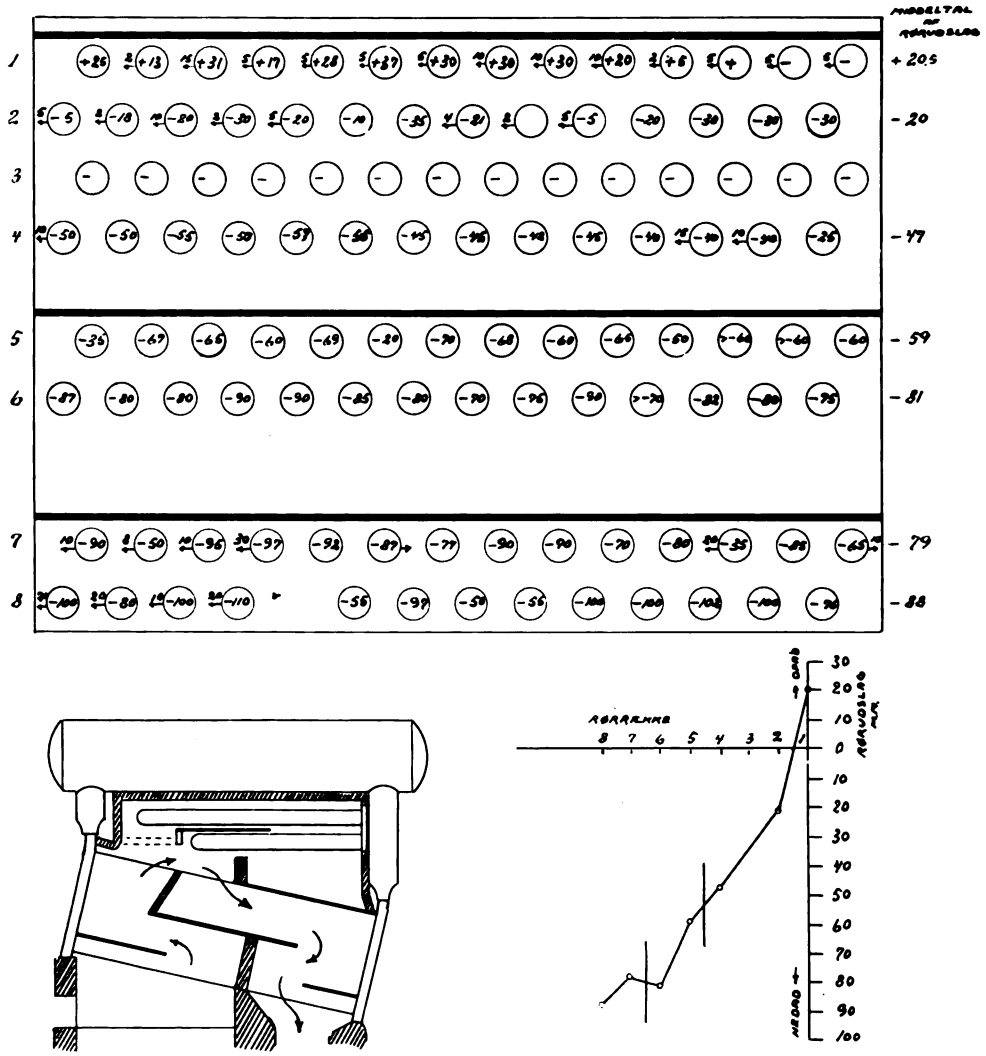


Fig. 4.

i et af Kedlens sidste Leveaar blev Adgangsaabningen til Overhederen tilmuret. Desuden har Røgføringen ført med sig, at den midterste Røgføringsvæg har været stærkt opvarmet, saa at den sikkert har haft Overmagten. Dens Virkning ses dog dels paa de store Udslag i 4. Række og dels paa den lille Udslagsforøgelse i 5. Række, medens den nederste Skillevægs Indflydelse ses i den store Udslagsforøgelse for 6. Række og

Digitized by Google

7. Rækkes abnormt lille Udslag. Saadan som Trækket er ført, hvor de fleste af Rørene udsættes for Bestraaling fra flere Flader, som endda ligger afvekslende fortil og bagtil, saa at man uden Kendskab til de enkelte Fladers Temperatur ikke kan faa noget sikkert Holdepunkt, er Forholdene saa usikre, at Bevis næppe kan bygges hverken for eller imod Sætningen. Hertil kommer yderligere, at Røgføringen er en Slags Blanding af en Tværføring og en Langføring.

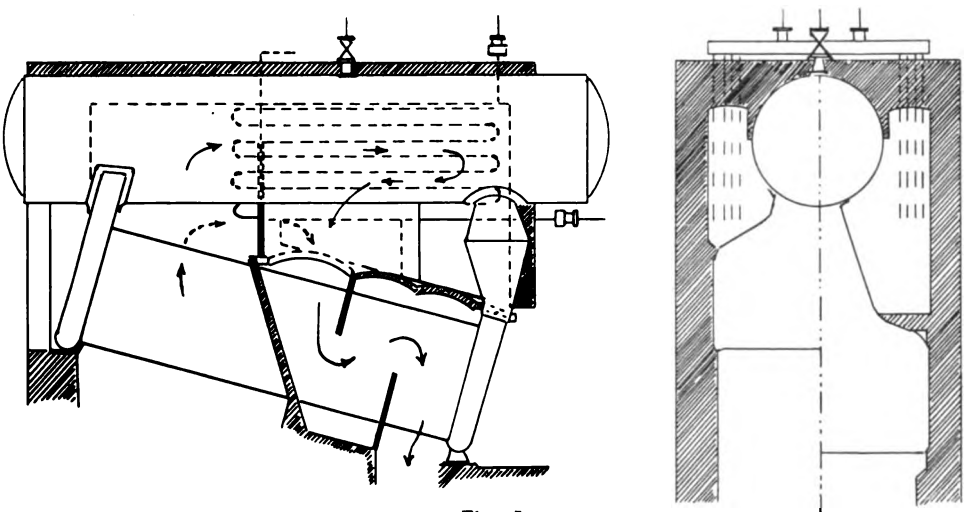


Fig. 5.

Fig. 5 viser skematisk en Kedel bygget af en tysk Fabrik. Efter at den var opstillet som ny, skete der efter c. 6 Maaneders Brugstid et Havari, idet mange Rør pludseligt blev utætte; der viste sig Utætheder ved Kassernes Forbindelser med Overkedlen og i Overkedlens Sømme. Mulighed for Vandmangel benægtedes, og der fandtes heller ikke noget Tegn paa en saadan. Ved den nærmere Undersøgelse viste det sig, at Rørene var krummede, var skredet i Valsningerne eller rettere, at der fandtes mange Rørender, som kun stak ganske kort igennem Rørvæggene, ja enkelte Rør naaede ikke engang igennem Rørhullerne. Begge Kasser var hvælvede indad mod Ildsiden, og det var muligt at føre et Knivsblad ind imellem Rørvæg og Valseflade. Rør, som blev skaaret over, lod sig med faa, lette Slag drive igennem Rørhullet. Jeg skønnede, at Aarsagen til Skaden maatte søges i, at der under en tilfældig lav Temperatur i Kedeltræk og Vand umiddelbart efter en stærk Forcering var sket en Skridning i Rørhullerne, idet hele Kedlen havde ligesom trukket sig sammen. En formentlig mindre god haandværksmæssig Udførelse af Valsningen var medvirkende.

For nu at bestemme, hvilke Rør der skulde skiftes, foretoges en Opmaaling af alle Rørender, hvis Resultat ses øverst i Fig. 6. Der er i Bil-

Digitized by Google

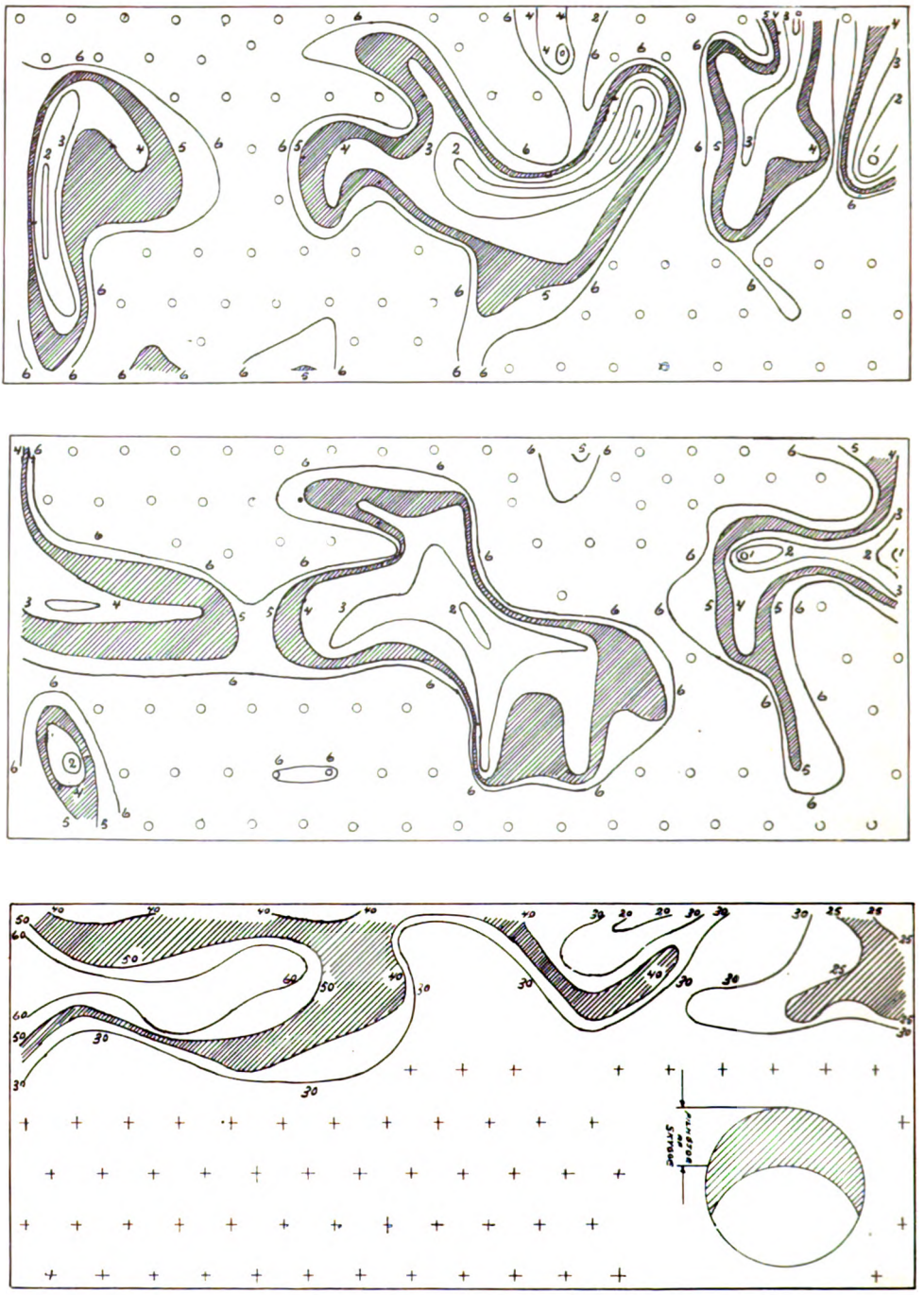


Fig. 6.

Digitized by Google

ledet indtegnet en Slags Niveaulinier, som forbinder Rørender af samme Længde. Billedet gælder Bagkammeret. Forudsætningen for den efterfølgende Beskrivelse er, at Rørene ved Kedlens Fabrikation er indsat saaledes, at Rørenderne er lige lange, hvad der jo kun tilnærmet er rigtigt. Den Linie, der gælder 6 mm Rørende, er indtegnet og er den yderste; de indre gælder Linier, der svarer til 5, 4, 3, · · · 0mm Rørender. Det ses, at de korte Rørender grupperer sig i tre Grupper — to Sidegrupper og en Midtergruppe, og at Grupperne ligger i den øverste Del af Rørfeltet. Forkammerets Rørender viser et lignende Billede, men den Skævhed, som findes her, at Skridningerne er større i højre Side end i venstre, er mere udpræget ved Forkamrene. Den er muligvis foraarsaget ved, at Modstanden mod Luftbevægelsen er lidt større paa den ene Side end paa den anden. Maaske kan ogsaa en Ikkeparallelisme af Kamrene have foraarsaget, at den oprindelige Rørende var længere i den ene Side end i den anden.

Kedlen blev nu repareret, idet alle de Rør blev skiftet, hvis Rørender var kortere end 6 mm, altsaa væsentlig flere end der er angivet paa Billedet, der jo kun omhandler Bagkammerets Forhold. Fem Aar senere viste det sig ved en Undersøgelse, at der atter var sket en Skridning i Valsestederne, og der foretoges derpaa en Opmaaling som sidst. Resultatet ses Fig. 6 i Midten, hvis Ovensstemmelse med Diagrammet fra 1921 ikke kan miskendes. Skridningsfordelingen er øjensynlig ikke tilfældig.

Allerede i 1921 rejste det Spørgsmaal sig for mig: hvorledes ligger nu Rørenes Krumning?, men det lod sig ikke besvare paa anden Maade end ved at Krumningsregelen passede, Rørene krummede bort fra den opvarmende Flade. I 1926 fandt jeg paa en Maade, hvorved jeg kunde danne mig en Forestilling om Krumningsstørrelse og Fortegn.

Der blev anbragt en stærk Lysgiver i den ene Ende af Røret, saaledes at Lyset kastedes igennem Røret og belyste et Stykke lysfølsomt Papir, der holdtes for den anden Ende. Der dannedes derved en Slagskygge paa Papiret. Ved Fiksering bestemtes derved Slagskyggen, som vist nederst paa tredje Diagram, og dermed var der fundet et Billede af Krumningen. Dette Billede giver nu hverken et Tal for Krumningen eller alle krumme Rør, og højst sandsynligt giver det kun de stærkest krummede Rør af en enkelt Gruppe, idet Krumningens Plads i Rørets Længderetning og Krumningens Karakter — om den er mere eller mindre brat — vil influere paa Skyggen, men den giver dog sikkert noget om en bestemt Gruppe af Krumninger. Paa Fig. 6 nederst har jeg angivet Niveaulinierne for de Slagskygge-Pilhøjder, der er 60, 50, 40 o. s. v. Millimeter. Det er ligesom dette Billede fylder de to andre ud, og det er derfor muligt, at det giver den Krumning, som de ikke skiftede Rør har faaet i hele Drifttiden, saaledes at Krumningen af de skiftede Rør ikke er bleven saa stor, at den

Digitized by Google

har givet sig til Kende ved Gennemlysningen. Af den antydede Skygge ses det, at Rørene krummer nedad og dette er Tilfældet for samtlige Rørs Vedkommende.

Man kan naturligvis ogsaa tyde dette Diagrams Sammenhæng med de to andre saaledes, at de er to forskellige Følger af samme Forhold, og her vilde det da være naturligt og i fuld Overensstemmelse med min Forklaring at søge Aarsagen til Krumningen nedad ved de øverste Rørrækker i Kedlens Indmuringsforhold. Fig. 5. Bagtil er der over alle Rørene lagt en Hvælving, som for de fire yderste Rørrækker i hver Side har en Længde paa c. 1 m, medens den for de midterste 10 Rørrækker har en Længde paa c. 2 m. De øverste 2 × 4 Rækker er overdækket fremefter til c. 2 m foran Baghvælvingen ved Bunden af Overhedermurværket. Det vilde falde naturligt her at tale om Nedadkrumninger paa Grund af det varme Murværk. Der bør lægges Mærke til, at den tidligere omtalte Skævhed i Trækføringen har virket modsat her, idet de største Krumninger ligger paa venstre Side, medens de største Skridninger ligger paa højre Side. Dette støtter jo ogsaa det Synspunkt, at de to Undersøgelsesmaader viser to forskellige men sammenhængende Fænomener.

Det drejer sig her, som de øverste Diagrammer i Fig. 6 viser, om de to midterste Rørrækker. Disse er de eneste, som frit passerer de to sidste Røgføringsvægge, og som derfor under Røgpassagen bliver meget intensivt bestrøget af Røg endda i skiftende Retning, og jeg kan ikke lade være med at sætte Rørtrækket i Forbindelse hermed; det vil sige, at disse Rørs Forhold, at de uden nogen Krumning, der har givet sig til Kende ved Belysningen, dog viser en meget betydelig Skridning i Valsestederne, maa søges forklaret ud fra dette. Jeg tænker mig — uden at have noget Holdepunkt derfor — at disse Rør vil vise flere mindre Krumninger — at de er ligesom krøllede. Gennemlysningen vil ikke vise dette, men en stor Rørskridning vil foraarsages derved. Jeg har ved andre Lejligheder set Rør i en kompliceret Krumningstilstand.

Det forekommer mig dog, at ogsaa denne Undersøgelse leverer et Bevis for at Rørene krummer sig bort fra den bestraalende Flade.

Vi skal nu se paa de Skader, hvis Aarsag vi maa søge i Rørkrumningen, og her maa det da specielt være den Trækkraft, der optræder i Rørene, som er den egentlige Skadeaarsag. Dette Træk skal optages af Kamrene, saaledes at Kammerkonstruktionen maa faa Indflydelse paa Skadebilledet.

Vi ser først paa selve Røret. Ja, der er naturligvis selve Krumningen en Skade. Den er dog uden Indflydelse paa Kedlens Drift, og er i Virkeligheden nærmest at betragte som en Skønhedsfejl, og der er ingen Grund til at skifte Rør ud, fordi de er lidt krumme.

Som tidligere sagt sker det, at der optræder Brud og forøvrigt ogsaa

Digitized by Google

Tæringer i selve Røret lige indenfor Valsestedet, og her har vi en Rørskade, som nødvendiggør en Udskiftning af Røret, og dette maa ogsaa gøres, hvis Skridningen i Valsestedet bliver ved at skride frem, thi saa optræder den Fare, et hele Røret trækkes ud af Rørhullet. Der sker selvfølgelig ingen Eksplosion, fordi et Rør trækkes ud; jeg kender et Tilfælde, hvor to Rør blev trukket ud paa een Gang, og hvor der heller ikke skete noget, men der kommer et eller andet Punkt, hvor Aabningerne i Kedlen tilsammen faar et saa stort Areal, at Eksplosion indtræder. Hvor dette ligger ved ingen, saa der er vist foreløbig Grund til at være meget agtpaagivende overfor Skridningerne i Valsestederne, saa at der sker en Rørskiftning, førend vi naar Grænsen. Der kan dog være een Grund til at skifte Rørene i en Kedel, naar Krumningerne bliver for store, og det er Hensynet til de Paavirkninger, som Kamrene bliver udsat for, og der er derfor Grund til at gaa til en Skiftning af samtlige Rør for derved at udløse Kammerspændingerne, naar en væsentlig Del af dem skal udskiftes.

Det vil af det foregaaende forstaas, at selve Rørkrumningen modvirkes ved

1) en forsvarlig Kedelrensning og en rationel Vandrensning.
2) at holde Kedlens Forcering tilstrækkeligt lille,
3) ved at holde Driften saa regelmæssig som muligt, da det er de store Temperaturspidser, der er farlige,
4) ved Anvendelse af saa tykvæggede Rør som muligt, og
5) ved en sikker Valseforbindelse.

Om dette sidste Punkt et Par Ord. En simpel og effektiv Sikring er en Opdorning eller Udvalsning af den Rørkant, der gaar igennem Hullet, dette benyttes af mange Fabrikker og giver en Forhøjelse af Modstanden mod Glidning paa over 100 %. Desuden anvendes Konicitet i Hullerne, Reifning af den yderste Hulkant og Inddrejning af Riller af forskellig Form i Valsefladen, hvori Rørmaterialet valses ind.

Derpaa ser vi paa Kammeret. Her er det vist nødvendigt først at se paa de Paavirkninger af Kammeret, som frembringes af Rørtrækket. Dette bestaar af to Dele. Den ene Del er frembragt ved den Aflastning af Kammerets ene Væg, der skyldes Rørforbindelsen mellem de to Kamre. Denne Dels Størrelse er kendt, og den er for hvert Rør lig Rørets Lysningsareal Gange Kedeltrykket, det vil ved et 100 mm Rør i en 15 Atm Kedel sige 1180 kg. Den anden Del er selve Rørtrækket fra Krumningen. Dettes Størrelse kender vi ikke, men vi kan maaske danne os en Forestilling om dets Maximalværdi; forudsætter vi, at Røret sidder med en Krumning paa 70 mm — det maalte Rørs — og sætter vi den største Materialspænding i Røret til c. 2000 kg/cm^2, saa kan P bestemmes ved

Digitized by Google

$$\sigma = \frac{P + 1180}{\pi \cdot d \cdot s} + \frac{(P + 1180) f}{0{,}8 \cdot d^2 \cdot s} = 2000,$$

hvorved P findes til 3800 kg med $d = 10$, $f = 7$ og $s = 0{,}3$.

Den maa jo dog være væsentlig mindre, da en saa stor Paavirkning som 2000 vilde føre mange Brud med sig, hvilket ikke sker.

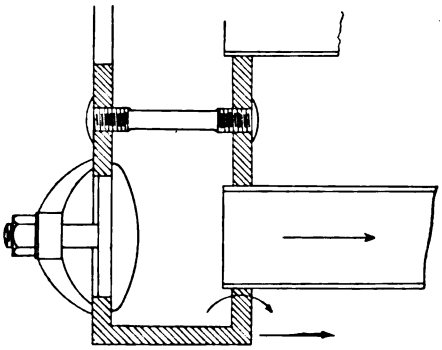


Fig. 7.

Denne Kraft paavirker nu Kammeret i Rørets Længderetning (Fig. 7) og optages dels af de Stagbolte, der afstiver Rørplade og Rensehulsplade i Forhold til hinanden og dels af Kammerets Svøbplade, saaledes at Samlingen mellem Svøbet og de to Plader vil blive udsat baade for et Træk og en Bøjningspaavirkning, som dels vil søge at trække Stuksvejsningen i Stykker og dels vil brække Rørhulspladen fra Svøbet. Trækket virker lige alvorligt paa Samlingen mellem Svøb og Rørhulsplade og paa Samlingen mellem Svøb og Rensehulsplade.

Af Skader, der kan stamme herfra, nævner jeg tre

1) Brud af Støttebolte,
2) Brud i begge Svejsesømme,
3) Deformering af Kassen som Helhed.

En Undersøgelse af et Kammer maa altsaa gaa ud paa at undersøge disse Ting.

1) og 3) lader sig forholdsvis let konstatere. I Bruddene i Stagene vil der altid ske et Tæringsangreb, idet Bruddene ikke sker pludseligt, men lidt efter lidt. Der danner sig en lille, udyb Revne, Tæringsangrebet begynder, Revnen bliver dybere, Tæringen skrider frem. Processen er ret langsom og et Stag vil gaa i Stykker og røbe Skaden. Deformeringen af Kamrene, som vil bestaa af en Indadtrækning af den midterste Del, — det hvælver indad — lader sig let konstatere ved en Retskinne, og er sikkerhedsmæssigt set af mindre Betydning, men derimod som Diagnosetegn meget værdifuld.

I Modsætning til disse to er Revnedannelsen ved Svøbpladen meget vanskelig at opdage, saa at der kræves en ret betydelig Erfaring til med nogenlunde Sikkerhed at kalde det, man ser, en Revne, idet en hel Del forskellige Tegn maa benyttes, thi selve Revnen er jo ikke direkte synlig før den er saa langt fremskreden, at den har aabnet sig. Der findes disse

Digitized by Google

ydre Tegn, jeg allerede har omtalt: Krumning af Rørene, Indtrækning af Rørenderne, Brud af Stagboltene og Indhvælving af selve Kammeret. Hertil kommer Utætheder ved Kamrenes Forbindelse med Overkedlen, og endelig vil en stærk Forcering af Kedlen være en Vejledning. De behøver ikke alle at være til Stede, og blot nogle af dem vil indicere en Kammerundersøgelse. Saa er der selve Kammerets indre Tilstand. Her er et meget vigtigt Kendetegn, at Hjørnet er skarpt og om man mærker ligesom en Modstand, naar Spidsen af en Kniv eller Ridsestift føres paa tværs af Hjørnet; en lokal Misfarvning af Kedelstenen i Hjørnet er ogsaa et vigtigt Tegn, men det hele er i høj Grad en Følelsessag. Undersøgelsen maa udstrækkes baade over Sømmen ved Rørhulspladen og over Sømmen ved Rensehulspladen og maa ved denne sidste foretages ved Spejl.

Er man saa kommet til den personlige Overbevisning, at Kammeret er revnet, ja, saa kan man jo som Tilsynsmand ganske simpelt sige, at det

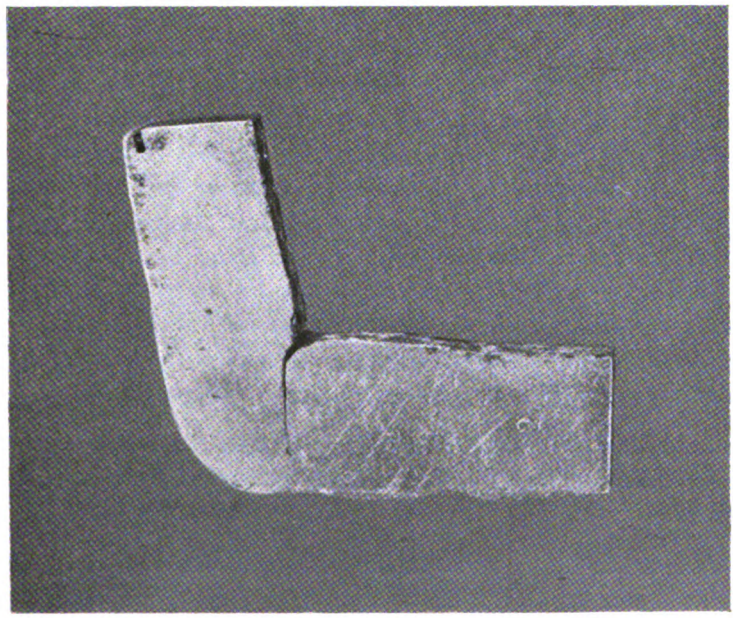


Fig. 8.

er revnet, hvad der af let forstaaelige Grunde ofte vil møde Modstand hos Kedelejeren, og saa er der intet andet at gøre end at vise ham Revnen. Jeg har med dette Formaal for Øje ladet et Snit lægge igennem Svejsningen. Dette kan gøres med en Nedstryger og leverer et eklatant Bevis. Min Bedømmelse af en Revne har ikke slaaet fejl en eneste Gang.

Fig. 8 viser en fotografisk Gengivelse af et Snit i en Svejsning.

Digitized by Google

Ved Kedler af Babcock & Wilcox Typen finder man naturligvis væsentligt samme Skadebillede: Rørkrumning ganske som ved Kammerkedlen, Rørtrækning, som dog her giver sig til Kende som en Flytning af Sektionerne og derfor er uden væsentligt Faremoment, og Brud ved Sammenstødet mellem Svøb og Rørplade, men ogsaa denne Skade er her mindre farlig.

Paa de ældre Babcock Kedler, hvor Sektionsbunden er svejset ind, finder man, at Sektionsvæggen trækkes fra Bunden, saa at Svejsningen brydes; samtidig finder man ofte, at selve Sektionsvæggen revner franeden opad mod Rørhullet. Undertiden findes et Tæringsangreb. Jeg har tilladt, at denne Skade repareres ved Autogensvejsning, og disse Svejsninger har holdt. Ved nyere Sektionskedler, hvor Sektionen er trykket op af et Stykke, finder man en mindre betydende Tæring paa dette Sted. Saa vidt mig bekendt har denne Skade aldrig givet Anledning til Eksplosion ved Sektionalkedlen.

Ved den sidste Gruppe af Vandrørskedler, Stejlrørskedlen, maa selvfølgeligt det samme Fænomen vise sig. Typen har jo ikke været meget anvendt her i Danmark. og kun en enkelt Konstruktion har været anvendt i noget Antal. Det er Stirling Kedlen. Jeg har derfor kun en enkelt Erfaring. Da disse Kedlers Rør er mere eller mindre krumme, vil Krumningen ikke være direkte iagttagelig, og den kan derfor kun konstateres ved en Overskæring af Rørene, og det er kun en Gang lykkedes mig at .overvære en saadan Overskæring. Det drejede sig om et Rør i første Række, der vendte lige mod Fyret, hvor Straalevarmen fra den store Hvælving bestraaler det. Udslaget var ret stort, saa vidt jeg husker c. 100 mm, og skete i den rigtige Retning mod Hvælvingen.

Jeg er nu kommet Skaderne igennem, og man vil forhaabentlig af denne min Gennemgang forstaa, at der er to særlig farlige Skader

1) Udtrækning af et større Antal Rør paa en Gang,
2) Revnedannelse ved Svøbets Forbindelse med Rør- og Rensehulsplader.

Ved den første har jeg omtalt Modforanstaltningerne, den anden kræver en vis Forcering for at indtræffe, og det er derfor rigtigt, naar Tyskerne forlanger Sikring af Svejsesømmene, naar Kedlens Ydeevne overstiger 25 kg Damp pr. m^2 Hedeflade.

Fig. 9 viser en Reparation af et revnet Kammer foretaget her i København. Det er forsynet med en Sko, der ligesom erstatter Svøbpladen paa det revnede Sted.

Fig. 10 og 11 viser to Sikringer, som begge tilsigter dels at holde Rør- og Rensehulspladerne sammen og dels at sikre Svøbpladen mod at rives ud.

En vigtig Ting er det at indskrænke den direkte Ildbestraaling af Rø-

Digitized by Google

rene ved Forkammeret og af selve Forkammeret, hvorfor man bør etablere en Murbue under Rørene fortil.

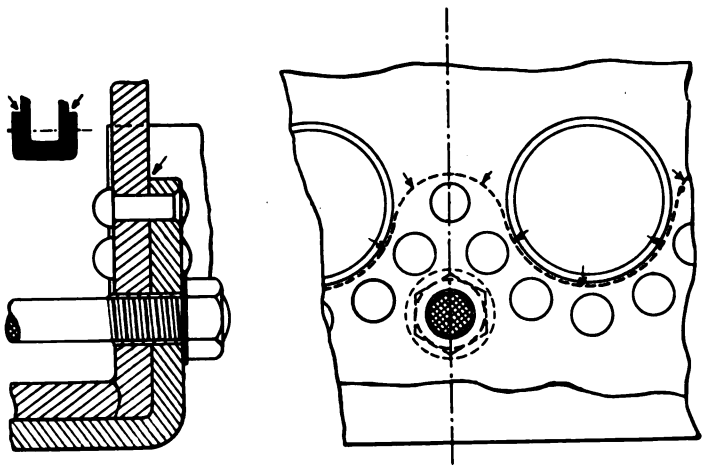


Fig. 9.

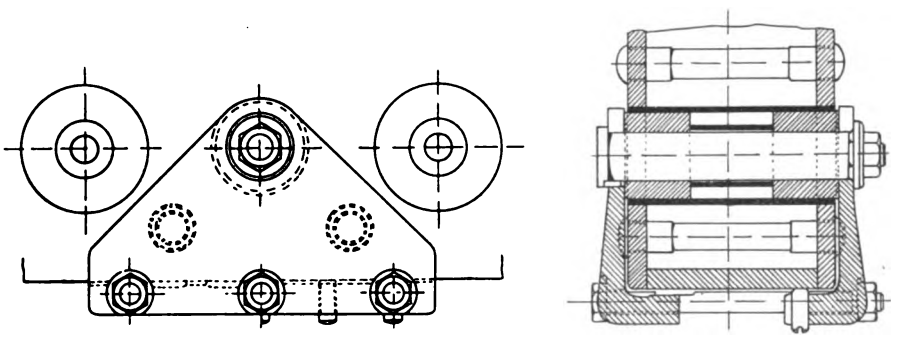


Fig. 10.

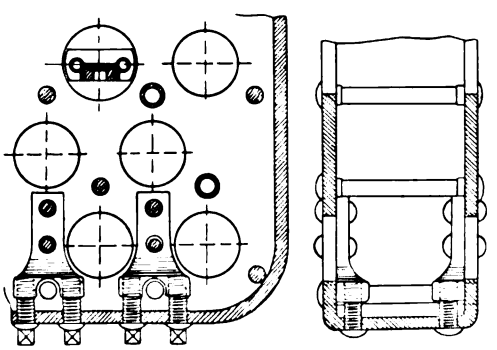


Fig. 11.

Digitized by Google

De alvorlige Ulykker, der indtraf i Tyskland paa Grund af disse Skader, foraarsagede en Bekendtgørelse, der forbød en direkte ildpaavirket Svejsesøm. Fig. 12 viser de forskellige tilladte Konstruktioner af Forbindelsen mellem Kammerbund, Rørhulsplade og Rensehulsplade.

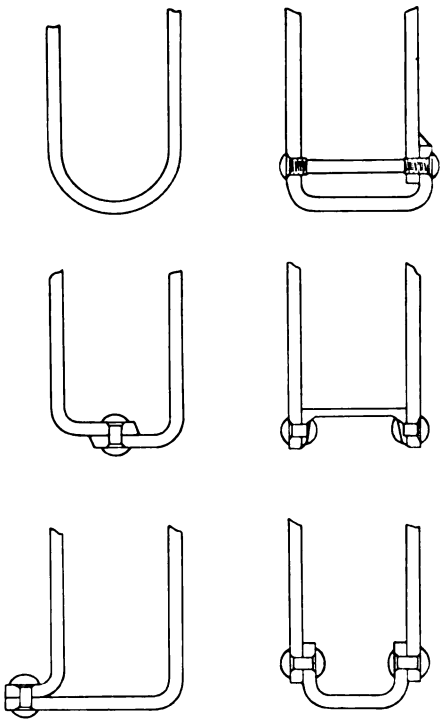


Fig. 12.

Medens vi her i Danmark har været forskaanede for de Eksplosionsulykker, som de ved Rørkrumning foraarsagede Skader fører med sig, saa har dette som sagt ikke været Tilfældet i Tyskland. De samler sig i to Grupper. Den ene Gruppe Eksplosioner er betinget af Brud i Vandkamrenes Svejsesømme, og den anden Gruppe i en Udtrækning af det ene Sæt Rørender af Vandkamrene. Ofte findes der samtidig med Bruddet i Svejsesømmen en Udtrækning af Rørene, og dette hænger sammen med, at de to Skader har samme Grundaarsag, nemlig Rørkrumningen.

I Virkeligheden har man ikke i Tyskland gjort sig disse Forhold helt klare, og Grunden hertil er vel nok den, at man har mistydet Aarsagen til Rørkrumningen.

Digitized by Google

Zusammenfassung.

In der vorliegenden Arbeit habe ich eine Erklärung für die Krümmung der Wasserrohre in Schrägrohrkesseln gegeben, welche nicht mit derjenigen übereinstimmt, welche deutsche Forscher gegeben haben. Diese meinen, dass sich das Rohr im reinen Kessel aufwärts krümmt, weil der obere Teil wärmer wird als der untere, da sich dort Dampfblasen sammeln. Wird später die untere Hälfte wärmer als die obere, vergrössert sich die Krümmung in der begonnenen Richtung.

Die obenstehende Erklärung hat ein für das Verständnis wichtiges Moment vergessen, nämlich der Strahlung von der Brennstoffschicht, die auch in der reinen Rohrwand eine so hohe Temperatur verursachen wird, dass der bestrahlte Wandteil wärmer wird als der nicht bestrahlte. Das freie Ende eines zweiarmigen Gewichtshebels, der mit dem anderen Ende unten an einem Rohr der untersten Reihe aufliegt, wird sich aufwärts bewegen, solange er genügend steif ist. Das reine Rohr krümmt sich nach abwärts, dem Feuer zu. Im Laufe des Betriebes wird der Temperaturunterschied zwischen dem unteren und dem oberen Teil des Rohres grösser, da die Kesselsteinschicht unten dicker ist als oben, und da sich Flugasche u. dgl. auf der oberen Fläche des Rohres ablagert. Wir müssen im Betrieb eine wachsende Abwärtskrümmung bekommen.

Die Rohre im abgekühlten Kessel sind aber nach aufwärts gekrümmt. Im einseitig erwärmten Rohr finden sich Druckbeanspruchungen auf der erwärmten Seite und Zugbeanspruchungen auf der anderen Seite vor. Ausserdem ist das ganze Rohr erwärmt und hat eine höhere Temperatur als der übrige Teil des Kessels. Speziell die untersten Rohre werden eine höhere Temperatur annehmen als die darüber befindlichen Rohre, welche auch die Wasserkammern verbinden. Diese Rohre werden also zu lang, wodurch im ganzen Rohrquerschnitt eine Druckbeanspruchung entsteht. Das erwärmte Rohr wird also über seinem ganzen Querschnitt druckbeansprucht, jedoch so, dass die Beanspruchungen in den unteren Fasern grösser als in den oberen sind. Sind diese Beanspruchungen nicht grösser, als dass sie nur elastische Formänderungen ergeben, müssen sie sich mit ab- und zunehmender Erwärmung verkleinern und vergrössern, und das Rohr schwingt auf- und abwärts. Weiters wird nichts geschehen.

Sind die Beanspruchungen so gross, dass bleibende Formänderungen entstehen, dann verkürzern sich die Rohrfasern, und bei der Abkühlung ist die Verkürzung bei den unteren Fasern grösser als bei den oberen. Im abgekühlten Zustand muss dass Rohr also nach aufwärts gekrümmt sein, da dann die auftretenden Zugspannungen unten grösser sein werden als oben.

Digitized by Google

Sofern die Rohrenden unbedingt fest sind, bewegt sich das Rohr auf- und abwärts ohne dass weitere Folgen eintreten.

In Abb. 1 ist die Aufwärtskrümmung eines Rohres wiedergegeben, welches aus einem Kessel in kaltem Zustand ausgebaut war. Die Aufwärtskrümmung beträgt 70 mm, was gar nicht durch die Ab- und Aufwärtskrümmung allein erklärlich ist. Wir müssen deshalb annehmen, dass die Rohrenden nicht unbedingt fest sitzen. Hierfür gibt es zwei Möglichkeiten:

1) Dass die Wasserkammer sich bewegt hat und
2) dass sich die Verbindung zwischen Wasserkammer und dem Rohr gelöst hat.

Am elastischen Sektionalkessel ist ersteres möglich und ich habe da auch ein solches Ergebnis beobachtet. Am Kammerkessel ist jedoch eine Bewegung der Kammern gegen einander in grösserem Masse nicht möglich, es muss also eine Bewegung der Rohrenden in den Walzstellen eingetreten sein, was auch von mir festgestellt ist.

Diese Bewegung ist dadurch möglich, dass die Walzstellen plötzlicher Temperaturschwankungen ausgesetzt sind. Das dünne Rohr erwärmt und kühlt sich schneller ab als die dickere Kammerwand, während der Abkühlung lockert sich die Walzverbindung und verkürtzt sich gleichseitig das Rohr; es treten Zugbeanspruchungen auf, welche das Rohr aus der Walzstelle ziehen. Während der Erwärmung setzt sich das Rohr in der Walzstelle fest und die Verbindung ist gleichzeitig mit der grössten Druckbeanspruchung am festesten.

Meine Erklärung dieser Erscheinung gebe ich in wenigen Worten:

1) Das Rohr wird sowohl als Ganzes wie auch einseitig erwärmt.
2) Es entsteht eine Druckbeanspruchung und eine Krümmung.
3) Die Beanspruchungen werden so gross, dass das Rohrmaterial gestaucht wird.
4) Durch die Abkühlung verkürzt sich das Rohr und Zugbeanspruchungen, welche im unteren grösser als im oberen Teil sind, entstehen.
5) Der Walzdruck vermindert sich infolge der Abkühlung.
6) Das Rohr gleitet in der Walzstelle und
7) nimmt schliesslich eine Krümmung nach aufwärts an, dem Beanspruchungszustand des Rohres entsprechend.

Wird ein Rohr in der Nähe der Vorderkammer durchschnitten, dann verursachen die Zugbeanspruchungen im unteren Teil des Rohres, dass das Rohr sich nach unten krümmt, da sich die unteren Fasern mehr verkürzen als die oberen. Das Rohrende bewegt sich also nach unten. Wäre die Krümmung durch mechanische Beanspruchungen verursacht, müsste das Rohr in der Krümmungsrichtung ausschlagen.

Rechnerisch ist auf Seite 8 u. ff. die Temperatur eines Rohrs der untersten Reihe festgestellt. Zahlentafel 1 und 2, worin Wassertemperaturen von 180° beziehungsweise 150° vorausgesetzt sind, geben das Resultat wieder.

Digitized by Google

Verhältnis B, Zahlentafel 1 und Verhältnis A, Zahlentafel 2 zusammengenommen zeigen, dass die Temperaturunterschiede zwischen Kammerwand und Rohrwand bis $209{,}4^0 - 156{,}8^0 = 52{,}6^0$ steigen können.

Auf Seite 10 ist nach einem Verfahren von Heinrich Holzer — Zeitschr. d. Bayerischen Rev. Verein 1918 Seite 6 — gezeigt, dass die Walzspannungen bei einem Temperaturunterschied von 85^0 ganz verschwinden. Innerhalb des gewöhnliches Temperaturbereiches ist eine teilweise Lösung der Verbindung recht wohl möglich.

Auf Seite 11 sind nach eigenem Verfahren — Heft 292 Seite 8 — die Rohrwandtemperaturen und die Beanspruchsverteilung über dem Querschnitt eines Rohrs bestimmt. Abb. 2 und Zahlentafel 4 geben das Resultat, welches zeigt, dass so beträchtliche Beanspruchungen während des Betriebes entstehen können, dass bleibende Formänderungen zu erwarten sind.

Die einseitige Erwärmung tritt nicht allein in den unteren Rohrreihen auf, sondern überall, wo grössere Mauermassen, Rauchlenkwände u. dgl. die Rohre einseitig durch Strahlung erwärmen. Als bekanntestes Beispiel ist hier der Steinmüllerkessel in seiner ursprünglichen Form zu nennen, bei welchem das Rohrsystem von Mauerwerk überdeckt ist. Man findet die Rohre in der Nähe des Gewölbes durch dieses gekrümmt.

Abb. 3 zeigt ein Diagramm, das die Ausschläge wiedergibt, die durch Durchschneiden der Rohre eines Steinmüllerkessels gleich hinter der Vorderkammer entstanden sind. Est ist nicht zu bezweifeln, dass das Gewölbe oben eine Aufwärtskrümmung der oberen Rohre verursacht hat, und dass die obere Rauchlenkwand die Ausschläge in ihrer Nähe beeinflusst hat. Es findet sich gleichsam eine neutrale Fläche in der Mitte zwischen den zwei Wänden; auch die untere Rauchlenkwand hat die Rohrausschläge in ihrer Nähe bestimmt. Endlich ist es deutlich zu erkennen, dass die Ausschläge der unteren Rohrreihen durch die Strahlung der Brennstoffschicht bedingt sind.

Abb. 4 zeigt die Verhältnisse bei einem anderen, grösseren Kessel und bestätigt hauptsächlich, was ich gesagt habe.

Abb. 6 zeigt in den zwei oberen Diagrammen Niveaulinien, welche durch gleich lange Rohrenden in der Hinterkammer des Kessels Abb. 5 gezogen sind. 6 Monate nachdem der Kessel als neu in Betrieb gesetzt war, wurden die Rohre undicht und es zeigte sich, dass sie in der Walzung gekrochen waren, mehrere Rohrenden erreichten sogar die Wasserseite der Rohrwand nicht vollständig. Wassermangel ist aussgeschlossen. Meiner Meinung nach war die Ursache des Schadens darin zu suchen, dass ein Gleiten der Rohre während einer plötzlicher Abkühlung unmittelbar nach einer starken Forcierung eingetreten war. Die Rohre, welche kleinere Enden als 6 mm aufwiesen — also wesentlich mehr, als die auf Abb. 6 angedeuteten — wurden ausgewechselt. Nachdem der Kessel

Digitized by Google

durch 5 Jahre im Betrieb gewesen war, zeigte es sich, dass wieder eine Gleitung eingetreten war. Abb. 6 Mitte zeigt die neuen Niveaulinien für 6 mm Rohrende. Es ist deutlich, dass die zwei Diagramme dieselbe Erscheinung zeigen. Um ein Bild der Krümmung zu bekommen, durchleuchtete ich die Rohre, an deren anderem Ende lichtempfindliches Papier angelegt wurde. Dadurch wurde ein Teil des Papiers beleuchtet, und es war damit möglich die Schattenhöhe zu bestimmen. Abb. 6 unten gibt die Ergebnisse dieser Untersuchung, indem die Niveaulinien die Rohre mit derselben Schattenhöhe verbinden. Man sieht dass die Krümmung überall nach unten gerichtet ist und dass das Bild sozusagen die zwei anderen ausfüllt. Es können auf diese Weise zwar weder sämmtliche Krümmungen, noch deren Lage und Verlauf in der Längsrichtung oder Zahlenwerte der Grösse der Krümmungen festgestellt werden; auch werden wohl nur stärkere Krümmungen den Schatten beeinflussen. Immerhin gibt das Bild aber Aufschluss über eine bestimmte Gruppierung der Krümmungen. Ich bin nun der Meinung, dass die Krümmungen mit den Rohrzug in Abb. 6 oben und Mitte in Zusammenhang stehen, und dass beide durch Strahlung von Überhitzermauerwerk und Gewölbe verursacht sind.

Die Rohrkrümmung muss durch folgenden Vorkehrungen bekämpft werden:

1) Genügende Kesselreinigung und rationelle Wasserreinigung.
2) Nicht zu grosser Anstrengungsgrad des Kessels.
3) Regelmässiger Betrieb, weil die Temperaturspitzen gefährlich sind.
4) Verwendung dickwandiger Rohre.
5) Sichere Walzverbindungen.

Die Rohrkrümmungsschäden dürften hauptsächlich durch den Rohrzug verursacht sein. Abb. 7 zeigt, dass die Beanspruchung der Verbindung zwischen Kammerwand und Randblech teils durch Biegung und teils durch Zug verursacht ist. Der Rohrzug ist, die Beanspruchung des Rohmaterials mit 2000 kg/cm² vorausgesetzt, zu 3800 kg gefunden, was die Eckbrüche in der Kammer erklärt. Die Schäden, welche dadurch entstanden, sind:

1) Bruch der Stehbolzen.
2) Bruch der beiden Schweissverbindungen.
3) Deformierung der Kammer als solche.

Die Untersuchung ist schwierig und umständlich.

Abb. 8 zeigt den Bruch einer Schweissverbindung, Abb.9—11 verschiedene Verstärkungen der Kammerwand und endlich Abb. 12 verschiedene Kammerkonstruktionen.

Die Ursache der Zerknalle von Wasserkammerkesseln ist somit in folgendem zu suchen, wenn wir am Rohrzug denken:

1) Bruch in der Schweissnaht.
2) Herausziehen einer genügenden Zahl von Kesselrohren.

Digitized by Google

INGENIØRVIDENSKABELIGE SKRIFTER

A.

UDGIVET AF

DANMARKS NATURVIDENSKABELIGE SAMFUND

VED UDVALGET FOR *INGENIØRVIDENSKABELIG FORSKNING*

A. 1. *M. Rubner:* Aus dem Leben einer Zelle. 1913. (Pris: Kr. 0,50).
2. *Niels Bjerrum:* Nyere Undersøgelser over Atomernes Bevægelser med særligt Henblik paa Kvantehypotesen. 1915. (Pris: Kr. 0,50).
3. *Kølpin Ravn:* Om Agerbruget paa St. Croix. 1915. (Pris: Kr. 0,50).
4. Fru *Kirstine Meyer:* Ole Rømer. Ved Afsløring af Ole Rømer Statuen. 1918. (Pris: Kr. 0,50).
5. *E. Strömgren:* Ole Rømer som Astronom. 1918. (Pris: Kr. 0,50).
6. *M. C. Harding:* Ole Rømer som Ingeniør. 1918. (Pris: Kr. 0,50).
7. *E. S. Mitscherlich:* Om Vækstfaktorernes Virkningslov. 1921. (Pris: Kr. 0,50).
8. *A. Wegener:* 1) Kontinenternes Forskydning. 2) Jordskorpens Natur. 3) Fortidens Klimater. 1922. (Pris: Kr. 0,50).
9. *F. C. Becker, C. Janholm* og *P. E. Raaschou:* Om Tørringsprocessen. 1925. (Pris: Kr. 0,50).
10. *A. Oppermann:* Nyere Principper i Skovdyrkningen. 1925. (Pris: Kr. 1,50).
11. *P. E. Raaschou* med Assistance af *N. C. Janholm* og *A. Ranløv:* En Undersøgelse over Varmeøkonomien ved Gasværksovne. 1926. (Pris: Kr. 1,00).
12. Ingeniørkaptajn *K. Prytz* i Samarbejde med Professor *G. Schønweller* og Ingeniør *Th. Claudi Westh:* Sammenhængen mellem Nedbør og Tilstrømning til Nissum Fjord. 1926. (Pris: Kr. 1,50).
13. *P. E. Raaschou* og *V. Ahrend Larsen:* En Undersøgelse over Bomuldsstoffernes Paavirkning ved Vask, specielt med perboratholdige Vaskemidler. 1927. (Pris: Kr. 1,50).
14. *H. I. Hannover:* Om Molersten, — en betydningsfuld dansk Specialindustris Udvikling. 1927. (Pris: Kr. 2,50).
15a & b. *P. O. Pedersen:* The Propagation of Radio Waves. 1927. (Pris: Kr. 15).
16. *A. Ostenfeld:* Polyteknisk Læreanstalt Laboratorium for Bygningsstatik 1. 1928. (Pris: Kr. 1,50).
17. *K. W. Johansen:* Om Virkningen af Bøjler og Skraajærn i Jærnbetonbjælker. 1928. (Pris: Kr. 2,00).
18. *P. O. Pedersen:* Et Par Anvendelser af elektriske Udladninger i Maaletekniken: Smaatidsmaaling og Klydonograf. (Pris: Kr. 1,00).
19. *A. Ostenfeld:* Exzentrisch beanspruchte Säulen, Versuche mit Holzsäulen, Querschnittsbemessung. With an english summary. 1929. (Pris: Kr. 3,00).
20. *Vilhelm Marstrand:* Ingeniøren og Fysikeren Ludvig August Colding. Mindeskrift i Anledning af Den polytekniske Læreanstalts Hundredaarsfest. 1929. (Pris: Kr. 2,00).

Digitized by Google

21. *A. Ostenfeld:* Exzentrisch beanspruchte Säulen, Versuche mit Stahlsäulen, Querschnittsbemessung. With an english summary — Avec un resumé en français. 1930. (Pris: 3,00).
22. *Axel Bendixsen:* Beregning af Spændingerne i krumme Flader, specielt Kuglefladen. Mit einem deutschen Resumé. 1930. (Pris: Kr. 3,00).
23. *J. O. V. Irminger* and *Chr. Nøkkentved:* Wind-Pressure on Buildings Experimental Researches. 1930. (Pris: Kr. 10,00).
24. *Jul. Hartmann:* The Jet-Wave Rectifier. 1931. (Pris: Kr. 30,00).
25. *Walter Engel:* Die heutige theoretische Grundlage der Materialprüfung der Metalle. 1931. (Pris: Kr. 3,00).
26. *A. Ostenfeld:* Exzentrisch beanspruchte Säulen III beliebige Exzentrizität Versuche mit Holz- und Stahlsäulen. With an english summary. 1931. (Pris: Kr. 4,00).
27. *K. Prytz:* Messung der Wasserführung von Dränsträngen. 1931. (Pris: Kr. 0,75).
28. *Fr. Johannsen:* Ingeniør C. Winsløw's Teori om Jordoverfladens Udformning ved planetariske Kræfter. Avec un resumé en français. 1931. (Pris: Kr. 0,50).
29. *Dansk Selskab for Bygningsstatik* og *Dansk Ingeniørforenings Udvalg for rationel Betonblanding:* Forsøg med Beton og Tilslagsstoffer. Mit einer deutschen Zusammenfassung. 1931. (Pris: Kr. 2,50).
30. *William Rung:* Tafeln zur Berechnung von Hochspannungsleitungen bis 1000 km Länge nebst kurzer Theorie. 1931. (Pris: Kr. 4,50).
31. *Niels Engel:* Untersuchungen über die Stahlhärtung. 1931. (Pris: Kr. 10,00).
32. *The Technical Staff of the Copenhagen Telephone Company:* The Development of Telephonic Communication in Copenhagen 1881—1931. 1932. (Pris: Kr. 8,00).
33. *K. Prytz:* Der Kreislauf des Wassers auf unberührtem Hochmoor. 1932. (Pris: Kr. 3,00).

B.

UDGIVET AF

DANSK INGENIØRFORENING

B. 1. Isolatorbindinger. Udvalgsberetning. 1929. (Pris: Kr. 1,25).
2. Beretning om Det nordiske Ingeniørmøde i København 28.—31. August 1929 samt om Den polytekniske Læreanstalts 100-Aars Fest. 1930. (Pris: Kr. 10,00).
3. *E. Suenson:* Cementrørs Vandtæthed. With an english summary. 1930. (Pris: Kr. 2,50).
4. *Anker Engelund:* Alssundbroen. With an english summary. 1930. (Pris: Kr. 3,00).
5. *Henry Stjernqvist:* Studier i Elektricitetsværks Statistik. With an English summary. 1931. (Pris: Kr. 2,50).
6. *Emanuel Hansen & Povl Vinding:* Undersøgelser angaaende Stofskiftet ved Træningsarbejder for Røgdykkere. 1932. (Pris: Kr. 1,00).
7. *A. Rye Clausen:* Bidrag til en rationel Bestemmelse af Tidspunktet for Fornyelsen eller Ændringen af et producerende Anlæg. 1932. (Pris: Kr. 1,50).
8. *P. Rønne:* Rørkrumning i Vandrørskedlen. Aarsag og Følger. 1932. (Pris Kr. 1,50).

Digitized by Google

IN43
13
9

INGENIØRVIDENSKABELIGE SKRIFTER
B Nr. 9

ON SOME

HYDRAULIC MODEL TESTS

PERFORMED IN 1929–31 FOR THE BOARD OF MARITIME WORKS OF THE STATE OF DENMARK

BY

G. SCHØNWELLER

DANSK INGENIØRFORENING
ON COMMISSION BY G. E. C. GAD · 32 VIMMELSKAFTET
COPENHAGEN
1933

Pris: 2,00 Kr.

LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF WISCONSIN
Digitized by Google

Digitized by Google

INGENIØRVIDENSKABELIGE SKRIFTER
B Nr. 9

ON SOME

HYDRAULIC MODEL TESTS

PERFORMED IN 1929–31 FOR THE BOARD OF MARITIME WORKS OF THE STATE OF DENMARK

BY

G. SCHØNWELLER

DANSK INGENIØRFORENING
ON COMMISSION BY G. E. C. GAD · 32 VIMMELSKAFTET
COPENHAGEN
1933

Digitized by Google

COPYRIGHT, 1933, BY G. SCHØNWELLER
COPENHAGEN, DENMARK

Printed by J. Jørgensen & Co. Copenhagen

Digitized by Google

ON SOME HYDRAULIC MODEL TESTS

PERFORMED IN 1929—31 FOR THE BOARD OF MARITIME WORKS
OF THE STATE OF DENMARK

1. INTRODUCTION.

During the construction of the improvements at Hvide Sande (White Sands), built by the Danish Government in the years 1928-31 according to a Bill of the 29th of March 1924 concerning improvements in the outlet conditions at *Ringkøbing Fjord* (Ringkøbing Firth), the planning of these works brought forward certain questions concerning the detailed elaboration of some parts of the structure, and it was considered advisable to have these questions further examined by laboratory tests of models. As neither the Royal Technical College in Copenhagen nor any other Institutions in Denmark possessed a hydraulic laboratory in which the experiments concerned could be carried out, the Board of Maritime Works decided therefore to erect for themselves a temporary laboratory[1]) adapted to deal with the problems in view, and intrusted to the writer, together with Mr. *Sv. Svendsen*, engineer of the Board of Maritime Works, the planning of the construction and arrangement of a temporary laboratory suitable for the purpose, and also the performance of the experiments concerned.

2. THE HYDRAULIC LABORATORY AND ACCESSORIES THERETO.

The Royal Technical College, the Ministry of Public Instruction and the Ministry of War kindly permitted the Hydraulic Laboratory to be built behind the former military hospital on Rigensgade, on a plot which subsequently will belong to the Royal Technical College.

As shown in Fig. 1, the laboratory building is 26 m long and 6 m wide, but for the central 10 m of the length the width is increased to 9 m. In accordance with its provisional character the building is of

[1]) The laboratory has subsequently been acquired by the Royal Technical College as a laboratory for harbour construction and foundation.

Digitized by Google

very light construction, viz. a steel-skeleton structure with walls of »Martini« plates and a wooden roof.

The greater part of the floor area of the laboratory is taken up by a 3 m wide experimental flume A-B (Fig. 1) with bottom of concrete and sides consisting of plank walls on wooden posts. For a length of about 4 m one of the side walls is formed by sheets of plate glass. At one end of the building two centrifugal pumps C and a corre-

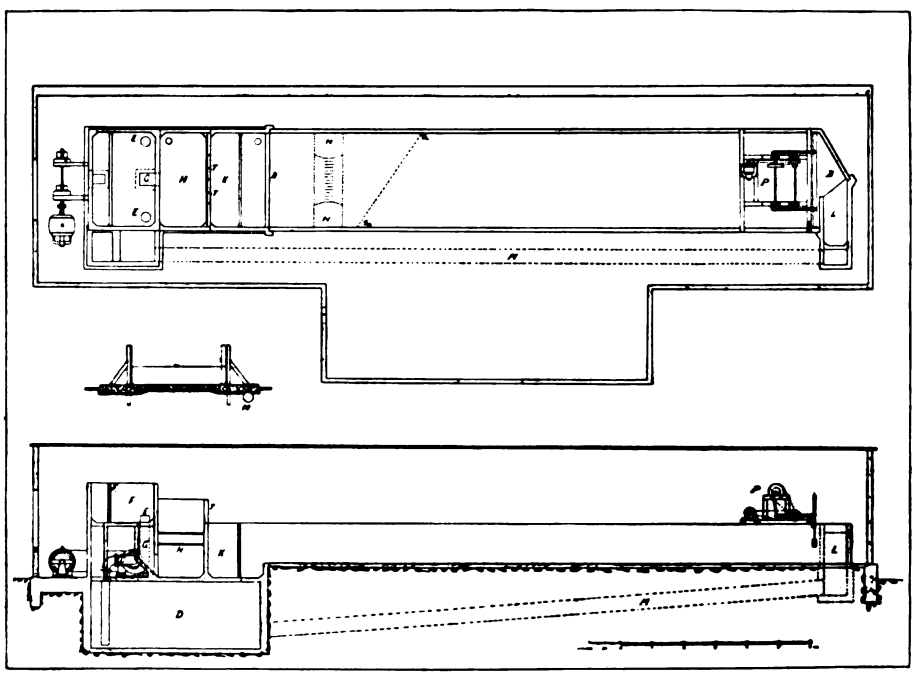


Fig. 1.

sponding electromotor are provided. The capacity of the two pumps together is 250 l/sec. The suction pipes of the pumps lead to a low-level tank D situated below the floor. From the pumps the water is directed through the pressure pipes E of the pumps to a tank F situated above the pumps and fitted with a weir F_1, above which the water that is not directed into the experimental flume runs back to the low-level tank. From the tank F the water is directed through the channel G, which terminates at the bottom of the tank H, and into the latter, and passes then a horizontal grate construction and flows, through two apertures T with Thomson measuring weirs, into the chamber K situated at the end of the experimental flume. From here the water flows into the experimental flume through a grate formed by a plank wall fitted with numerous holes about 3 cm wide. After having passed

Digitized by Google

the flume the water flows back to the low-level tank, through a discharge chamber L fitted with a sand trap, to a return duct M situated below the floor of the building and consisting of pipes 0,46 m wide. The return duct and the low-level tank together will hold about 38 m^3 of water.

The channel G is fitted with a valve by means of which the supply

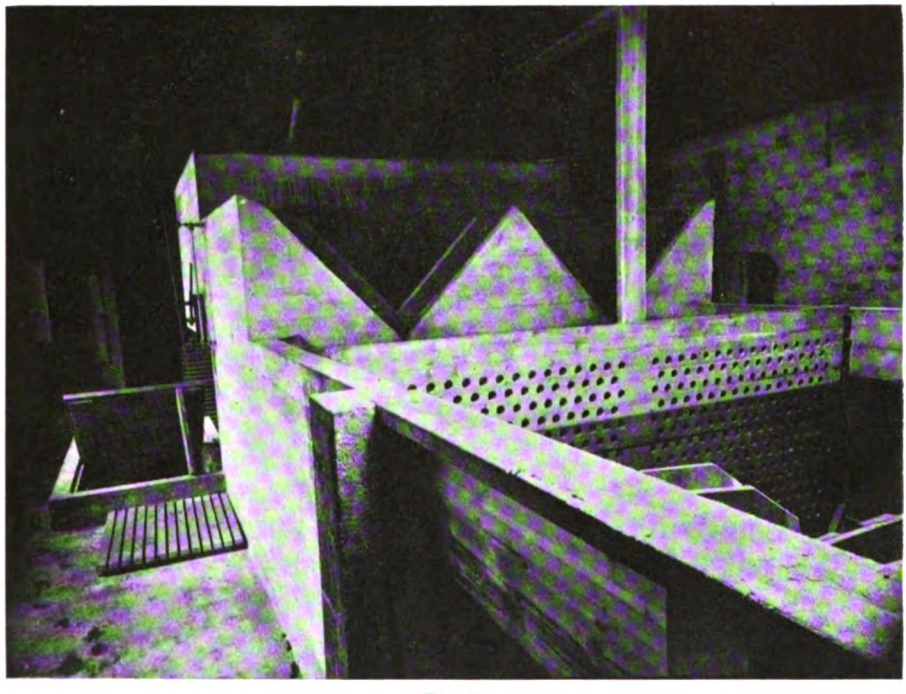


Fig. 2.

of water to the high-level tank can be regulated. The magnitude of the quantity of water flowing at any time to the experimental flume is found by reading the position of the water surface in the high-level tank H by means of a water gauge provided on the outer face of the tank.

The before mentioned grate serves to dampen the motions in the water coming from the Thomson weirs, in such a manner that the inflow into the experimental flume will be quiet and free of eddies. Fig. 2 shows one end of the experimental flume with the grate and the said two Thomson weirs.

The observation of the amount of water flowing into the experimental flume is effected, as mentioned above, by reading off the water level in the tank H, relatively to the apex of the notch. The dimen-

Digitized by Google

sions of each of the two Thomson weirs appear from Fig. 3. Corresponding values of the head h and the quantity of water flowing through the notches per second, when the width of the opening is twice the heigt, are found by using the formula:

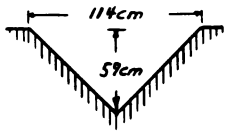


Fig. 3.

$$q = 0.014\, h^{\frac{5}{2}},$$

where q is the quantity of water in l/sec, and h the head in cm. By some experiments consisting in the pumping of water from the low-level tank and the return duct to the experimental flume for various positions of the water surface in the high-level tank, and measuring the quantity of water flowing through the weirs during the experiment by reading the rise of the water level in the experimental flume, the agreement with the quantities of water calculated from the formula was found to be sufficiently close for the experiments planned. The correlative values of h and q (for discharge through both notches) appear from the discharge diagram given in Fig. 4.

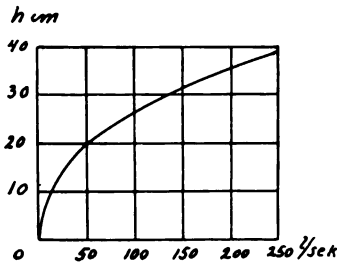


Fig. 4.

3. THE STRUCTURES AT HVIDE SANDE, THEIR PURPOSE AND FUNCTIONS.

In order to facilitate the understanding of the model experiments made in the laboratory and mentioned in the following, some information will be given here concerning the above mentioned structures at *Hvide Sande* and their functions, while further information may be had by reference to the literature listed below[1]).

Ringkøbing Fjord, the total water surface of which is about 330 km², and which receives from the River *Skern-aa* and several smaller streams the fresh-water run-off from an area of about 3800 km², is really a lagoon. It is separated from the North Sea by a relatively narrow, viz. only one or two km wide, tongue of land (*Holmslands Klit* or the Klit Tongue). A connection between the lagoon and the sea is provided

[1]) *The Commission appointed on the 1st of September 1914 by the Ministry of Public Works*: Betænkning angaaende Tilvejebringelse af en endelig Ordning af Afløbsforholdene ved Ringkøbing Fjord. 1915. Copenhagen. *G. Schønweller*: Ringkjøbing Fjord. Den Tekniske Forenings Tidsskrift. Copenhagen. March 1916, No. 7. *C. F. Lillelund*: Det nye Udløb fra Ringkøbing Fjord ved Hvide Sande. Ingeniøren. Copenhagen 1931, No. 41. *G. Schønweller* and *Th. Claudi West*: Sluseanlægene ved Hvide Sande og ved Thorsminde. Hedeselskabets Tidsskrift. Viborg. Denmark. 1931, No. 23.

Digitized by Google

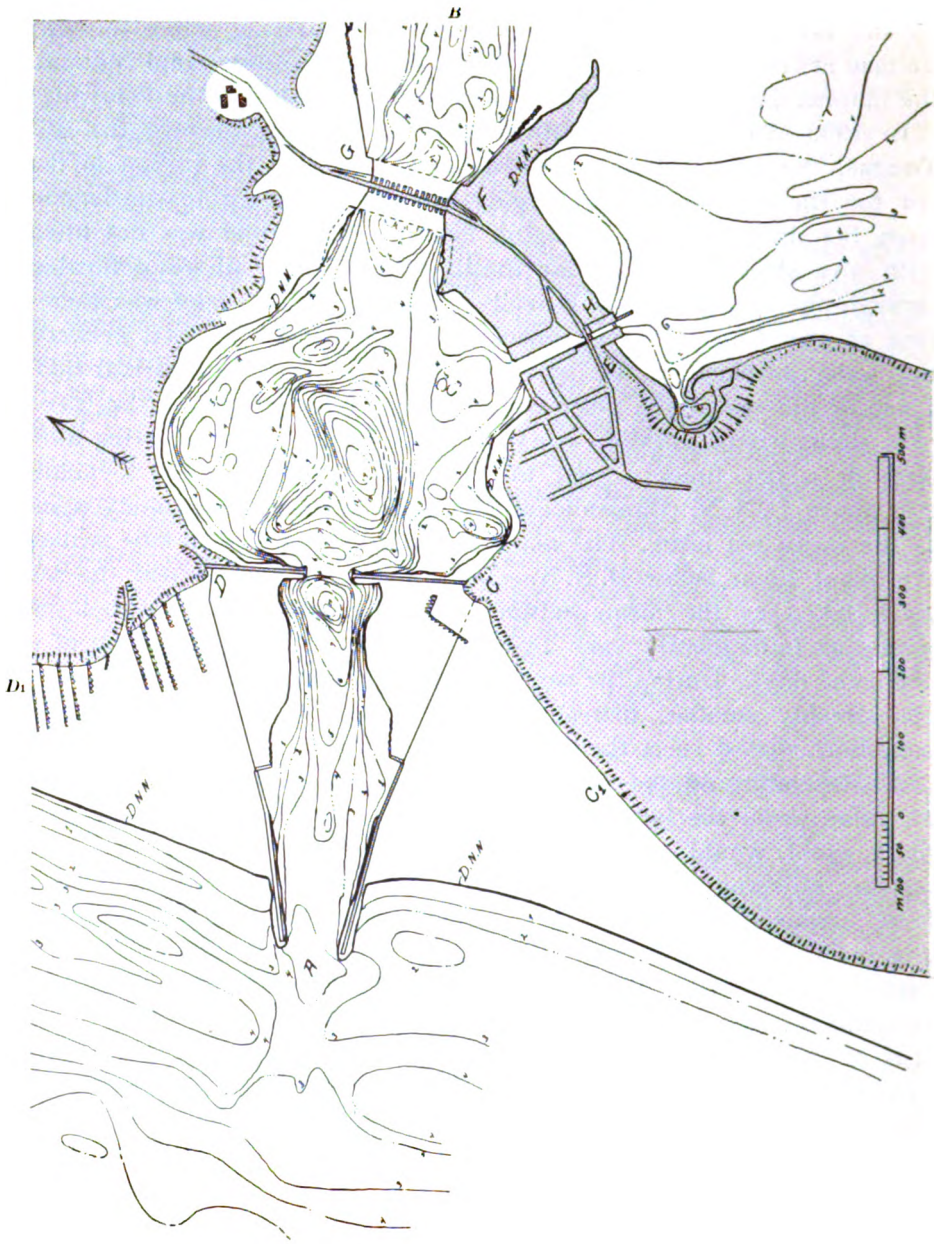
by the canal A-B (se the general plan Fig. 5) passing across the Klit Tongue at Hvide Sande. The rather peculiar shape of this canal is due to the manner in which it was created, which briefly told is the following:

In 1909—10 a canal about 26 m wide was dug through the Klit Tongue, the idea being to provide an outlet from the lagoon to the sea for the purpose of discharging the water coming to the lagoon from the drainage area belonging thereto. The outlet was not fitted with any structures at all for limiting the quantity of water flowing through the canal, and the velocity of the streaming water was therefore at any time only dependent on the difference in level between the water surfaces of the lagoon and of the sea. The normal tidal range of the sea at the place concerned is about 0.6 m. During gales of a strength and duration equal to those of the gales occurring only once or a few times a year the level of the sea may rise to about 2 m above D. N. N. (Danish standard datum point, approximately equal to the mean sea level). The not unfrequently occurring lowest waters are about 1.5 m below D. N. N. During the winter half year the sea level (taken as the mean between the flow level and the ebb level) does not unfrequently vary by 1.0 or 1.5 m during the course of a couple of days. During the summer the variations in the sea level are considerably smaller, disregarding the cases when special weather conditions (gales) exert their influence.

All depending on the sea level varying with the tide and the wind, an efflux (from the lagoon to the sea) or an influx through the artificial canal would take place. The variations in the level of the lagoon, however, were much slower than the variation in the sea level, because the lagoon is very large and only by a relatively narrow channel communicates with the sea, and consequently great differences between the levels of the sea and the lagoon and correspondingly high velocities of flow in the canal could occur. As the Klit Tongue consists of sand the consequence was then that the canal, which originally had been dug with a width of 26 m and a depth of 2 m, during the course of about a year and a half was expanded to 250 or 300 m in width and 4 m in depth, owing to the rapid flow of water eroding the sand along the canal. The effect hereof was that the water level in the lagoon followed the varying sea level — to a much greater extent than would have been the case, if it had been feasible to maintain the canal as narrow as had been intended, — in such a manner that for every high sea level, of even moderate duration, the water in the lagoon actually rose to about the same level as in the sea.

As the water conditions in the lagoon resulting from such a large and uncontrollable efflux could not be tolerated, one of the reasons being the damage that might be done on low areas along the lagoon

Digitized by Google



The Klit Tongue: grey.
The Strand: uncolored.
Depths of Sea and Canal A-B in m below D. N. N.

Fig. 5.

by a high water level occurring in the lagoon at inconvenient times, it was decided to erect a regulating dam with a free passage area of

Digitized by Google

Fig. 6.
An Aërial View of the Entire Construction. The picture was taken in February 1932. The grey parts inside of the sluice and the sand dam are ice floes.

about 140 m². This dam was situated on the line marked C-D in Fig. 5, and was made from concrete.

Digitized by Google

The construction of the regulating dam met great difficulties, owing to the constant and very rapid flow through the canal, and to the fact that the ground consisted of sand, so that scourings up to 35 m deep were formed opposite the passage opening in the concrete dam, both on the lagoon side and on the sea side. Also at the ends of the concrete dam the erosion due to the flowing water in connection with attacks from the waves of the sea formed a trumpet-like expansion of the outlet of the canal into the sea. This trumpet-shaped canal mouth extended to the lines marked $C\text{-}C_1$ and $D\text{-}D_1$ in Fig. 5.

In 1915 it was decided to arrange the outlet conditions of the lagoon on another basis than the provision of a free passage opening in the regulating dam. The canal was closed by continuing the concrete dam across the entire width of the canal, and somewhat further in the inland direction a sand dam was constructed on the line marked E-F-G in Fig. 5. At the same time a provisional connection from the lagoon to the sea was established in the shape of an outlet passing to the sea from *Nymindestrøm* (Nyminde Stream) near the southern end of the lagoon.

By the improvements made at *Hvide Sande* in 1928-31 and taken into use in August 1931, a connection (outlet) between the lagoon and the sea has again been provided across the Klit Tongue at Hvide Sande, but this connection between the lagoon and the sea is arranged in such a manner that the flow of water can be regulated. The main principles governing the arrangement of the outlet from the lagoon thus once more established are that the connection between the lagoon and the sea, besides the discharge of the fresh water reaching the lagoon from the drainage area of the same, shall also be able to allow an influx of sea water into the lagoon, and further that during summer time the water level in the lagoon is to be maintained as low as permitted by the sea-water level, although not lower than 0.1 m below D. N. N., but during winter time the level should be varied as much as consistent with the sea-water level, the aim being, however, that the water level in the lagoon should not be higher than 0.5 m above D. N. N.

The connecting canal at Hvide Sande is divided by the sand dam E-F passing across the canal. At the north end of this dam, which separates the sea from the lagon, a regulating sluice F-G is provided, through the passage openings of which the efflux from and the influx into the lagoon are effected. The sluice is shown in Figs. 7 and 8. The total passage area, distributed over 14 openings, amounts to 350 m^2. Each of the sluice openings is fitted with a gate (segmental gate) for regulating or stopping the flow of water. The sill of the

Digitized by Google

sluice is situated at El.—4.0 m. The bottom of the sluice is horizontal. In front of and behind the sluice proper there is provided on either side an apron, the bottom of which slopes down to El.—7.0 m at the outer edge of the apron. At the edge of the sea-side apron a dentated overflow sill is provided.

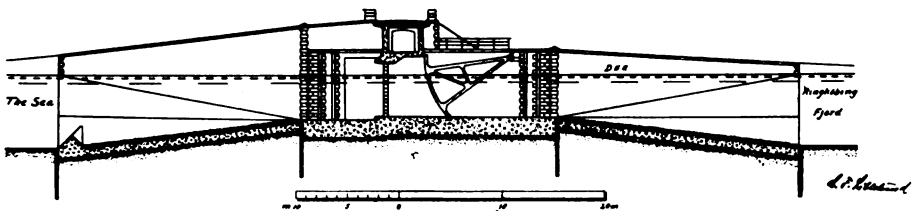


Fig. 7.

At the southern end of the sand dam a ship lock (H) has been built for the passage of vessels (fishing vessels and sand-pumping vessels). About 500 m west of the sand dam the before mentioned concrete dam C-D is situated, in which there is an opening about 70 m wide and about 5.3 m deep. The two parts of the concrete dam enter into the present structure as inner protecting moles for the area of water situated between the said moles and the sand dam, and they form a protection against the sea for the regulating sluice and the

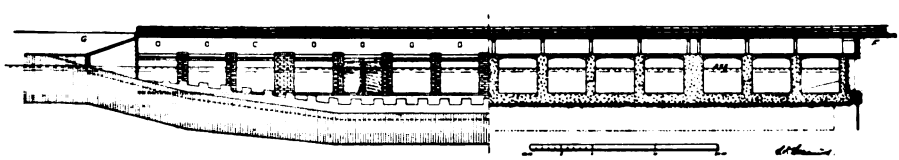


Fig. 8.

ship lock. From the shore ends of these moles two guide jetties extend out to a water depth of about 3 m. The parts of these jetties that are situated inside of the shore line serve mainly as a protection against deposits of sand in the part of the canal that is situated outside of the said inner moles. The outer parts of the jetties serve to guide the outflowing water and to hold the same together, the object being to utilize the flushing effect of the outflowing water in removing the sand that the coastwise motion of material causes to pass in front of the outlet of the canal at the beach, and which might form more or less disturbing obstructions to the efflux from the lagoon if deposited in greater quantities in and opposite the outlet.

Digitized by Google

4. THE KINDS OF BOTTOM MATERIAL USED IN THE MODEL EXPERIMENTS IN THE LABORATORY.

In the laboratory the following three series of researches were preformed by model tests:

I. Researches concerning scouring of the bottom in front of the sluice.
II. Researches concerning the formation of sand deposits at the outlet of the canal into the sea and concerning the flushing away of these deposits by the water discharged from the lagoon.
III. Experiments for determining the velocity of flow at which a motion of the bottom material occurs, all depending on the size of grain of the material.[1])

In the experiments here referred to, natural sand was used in the various model tests for forming the sand bottom in the model. The following kinds of sand were used:

L: Sand from *Lappegrund* in *Øresund* (The Sound), excavated by sand-pumping vessel,
D: Sand from *Dragør*, excavated by sand-pumping vessel,
H-S. Bea.: Sand taken from the beach at *Hvide Sande*, and
H-S. Du.: Dune sand from the dunes at *Hvide Sande*.

As to the sizes of grain of these four kinds of sand, the results given in Table 1 were found by screening tests.

TABLE 1.

Sifting Residues (in per cent of the weight of the sand).

Width of Meshes	Kind of Sand			
	L.	D.	H-S. Bea.	H-S. Du.
3.327 mm	0.3 %	0.2 %	0.7 %	0.0 %
1.651 —	0.7 -	0.4 -	0.0 -	0.0 -
0.883 —	2.7 -	0.3 -	0.1 -	0.0 -
0.417 —	24.6 -	1.5 -	14.1 -	2.8 -
0.208 —	63.8 -	26.2 -	75.5 -	78.7 -
0.104 —	7.8 -	64.1 -	9.5 -	18.4 -
0.0 —	0.1 -	7.3 -	0.1 -	0.1 -
	100.0 %	100.0 %	100.0 %	100.0 %

[1]) The detailed report of this series of researches has not been included in the present paper.

Digitized by Google

In accordance with *A. Schoklitsch*'s [1]) method of characterizing sand according to the contents of grains of various sizes, the diagram in Fig. 9a-d was dravn for the four kinds of sand mentioned above. The sizes of grain are plotted as abscissas. The ordinates indicate, for each size of grain, the percentage of sand (by weight) that consists of grains smaller than the size of grain indicated by the abscissa.

The characteristic of the sand is indicated (according to Schoklitsch) by $k = \frac{A}{B}$, A and B being the areas situated, respectively, above and below the curve drawn through the end points of the ordinates

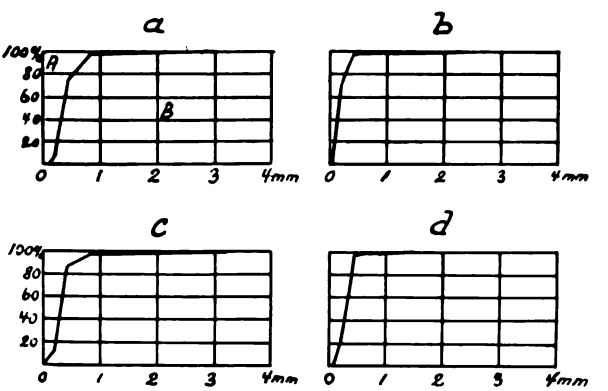


Fig. 9.

(see Fig. 9a). The use of this manner of characterizing the sand is subject to the condition that for all the kinds of sand to be compared the same maximum size of grain, equal to or larger than the coarsest grains, should be used in the graphical representation based upon the sieve residues found. For the four kinds of sand here referred to (Figs. 9a-d) this maximum size of grain is 4 mm. The maximum size used in any given case is indicated by the addition of an index to the letter k, thus for instance corresponding to Figs. 9a-d: k_4.

For the said four kinds of sand we have:

L: $k_4 = 0.118$, D: $k_4 = 0.061$, H-S. Bea.: $k_4 = 0.102$,
H-S. Du.: $k_4 = 0.082$.

As to the size of grain (d) of the main quantity of each of the four kinds of sand we have:

[1]) *A. Schoklitsch*: Geschiebebewegung in Flüssen und an Stauwerken. Wien 1926.

Digitized by Google

L: $0.2 \text{ mm} < d < 0.42 \text{ mm}$
D: $0.1 \text{ mm} < d < 0.2 \text{ mm}$
H-S. Bea.: $0.2 \text{ mm} < d < 0.42 \text{ mm}$
H-S. Du.: $0.2 \text{ mm} < d < 0.42 \text{ mm}$

5. INVESTIGATIONS CONCERNING SCOURING OF THE BOTTOM IN FRONT OF THE SLUICE.

These investigations had for their principal object to provide information as to the advantages to be attained, by fitting the concrete bottom of the sluice front with a dentated sill (cf. Fig. 7) in respect to absorbing the kinetic energy of the outflowing water and, thereby, reducing or entirely avoiding any erosion of the sand bottom in front of the sluice that otherwise would be produced by the outflowing water, and to provide information as to how the various forms of overflow sills that might be used would act in the said respect and, finally, whether it might have to be considered necessary to provide a bottom protection of shingle and small boulders outside of the sluice in order to prevent the formation of larger scourings in the sand bottom. The investigations were performed by means of the model experiments mentioned in the following.

In the model experiments the following scales were used: vertically 1 : 40, horizontally 1 : 80; vertically 1 : 80, horizontally 1 : 80 and vertically 1 : 20, horizontally 1 : 20. The model of the sluice was built along the line marked NN in Fig. 1, and the bottom in the flume filled with sand was formed so as to correspond to the depths in the canal planned for the *Hvide Sande* improvements outside of the sluice (cf. Fig. 5).

About 6.5 m from the sluice model a model of the above mentioned concrete dam (C-D, Fig. 5) was installed.

In some of the experiments the bottom material employed was the kind of sand referred to in the above as L, in other experiments the sand D was used.

Figs. 10a-k show the various forms of sills used at the front edge of the bottom of the sluice front. The line A-B in Fig. 10a and the corresponding lines in the other Figures indicate the surface of the sluice apron of the model. The forms shown in Figs. 10a-f were used in the experiments with a model scale of 1 : 40 for heights, 1 : 80 for lengths, the form shown in Fig. 10g was used in experiments with a model scale of 1 : 80 for heights as well as for lengths, and those shown in Figs. 10h-k were used in the experiments with a model scale of 1 : 20 for heights and lengths. In the sill constructions

Digitized by Google

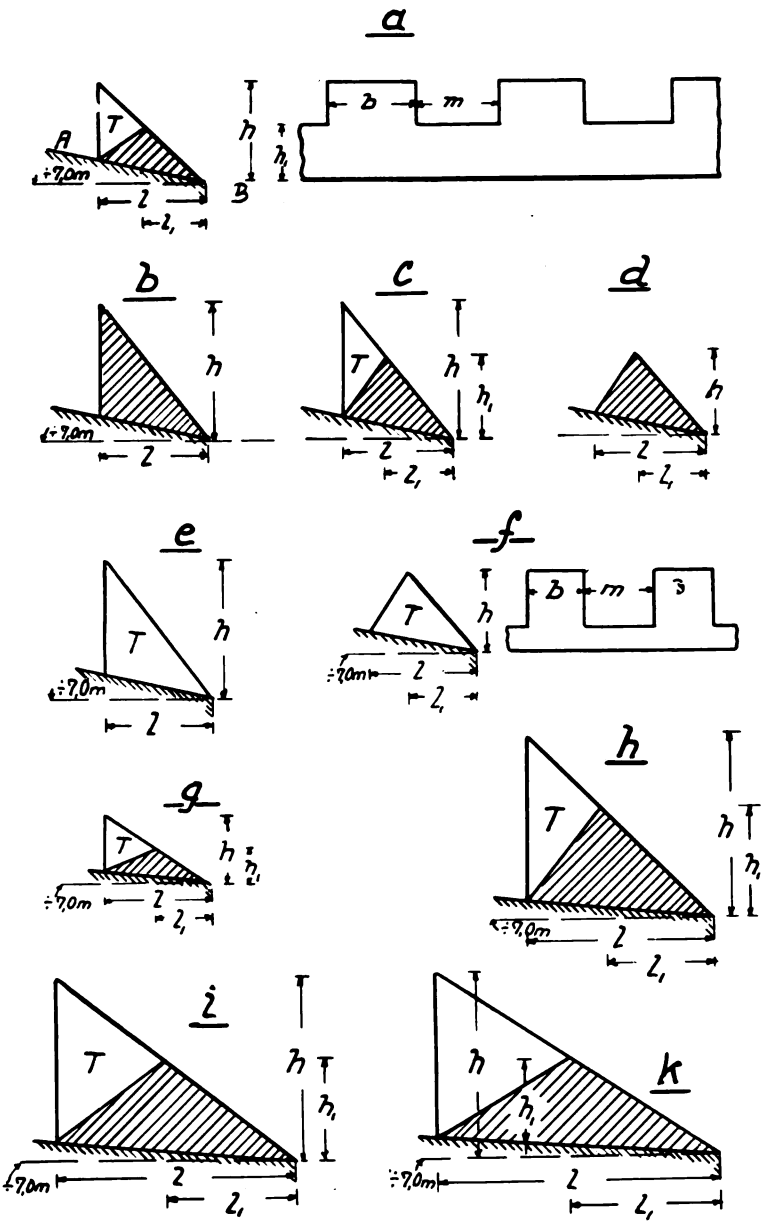


Fig. 10.

marked: a, c, g, h, i and k in Fig. 10, the cross-hatched part extends through the entire length of the edge of the apron. The part marked: T consists of »teeth« disposed at definite mutual intervals. In the forms marked: b and d no teeth are provided, and in the

Digitized by Google

forms marked: c and f there is no sill in the spaces between the teeth. The attached Table 2 gives the dimensions of the overflow sills shown in Figs. 10a-k. Lower-case letters indicate the model dimensions, and capitals the dimensions corresponding to actual conditions.

TABLE 2.

Dimensions of Overflow Sills.

Scale of Model	Heights 1 : 40 Lenghts 1 : 80						1 : 80 1 : 80	1 : 20 1 : 20		
Form of Sill	a	b	c	d	e	f	g	h	i	k
	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm
l	3.8	3.8	3.8	3.8	3.8	3.8	3.8	10.0	12.4	14.8
L	304	304	304	304	304	304	304	200	248	296
l_1	2.2	—	2.3	2.4	—	2.4	2.0	6.0	7.0	8.0
L_1	176	—	184	192	—	192	160	120	140	160
h	3.3	4.8	4.8	2.9	4.8	2.8	2.3	9.5	9.5	9.7
H	132	192	192	116	192	112	184	190	190	194
h_1	1.9	—	3.0	—	—	—	1.2	5.7	5.4	5.2
H_1	76	—	120	—	—	—	96	114	114	104
b	3.0	—	2.0	—	2.0	2.0	2.5	7.5	7.5	7.5
B	240	—	160	—	160	160	200	150	150	150
m	3.0	—	2.5	—	2.5	2.5	1.8	10.0	7.5	10.0
M	240	—	200	—	200	200	144	200	150	200

In order to be able to judge about the extent to which the model experiments, with the velocities of flow and quantities of water used there, could be assumed to hold good under the actual conditions prevailing at *Hvide Sande*, the following calculated correlating values of quantities and velocities of water corresponding to various positions of the sea level relatively to the lagoon level are to be mentioned.

Fig. 11 shows, diagrammatically, a longitudinal profile of the connection between the sea and the lagoon (cf. Fig. 5). At A (in the sea) the outer ends of the guide jetties are shown, at C-D the original concrete dam with the present 5.3 m deep and 70 m wide passage opening, at E-F the regulating sluice and at B the lagoon. During efflux from the lagoon, where the water surface is supposed to be at El. + 0.3 m, the water surface between the lagoon and the sea will be situated as shown in the Figure. On the stretch from B to F-G, where the canal is supposed to have a cross-sectional area of about 600 m^2, the slope h_1 of the water surface will be:

$$h_1 = 9.38 \cdot 10^{-7} \cdot Q^2,$$

Q being the flow of water in cubic metres per second.

Digitized by Google

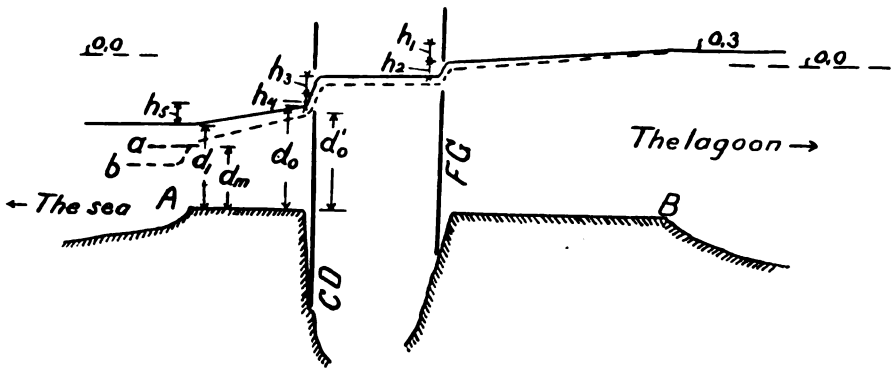


Fig. 11.

The sill of the regulating sluice is situated at El. — 4.0 m. The aggregate width of the passage openings is 87.5 m. The slope h_2 of the surface of the water passing through the regulating sluice F-G will be:

$$h_2 = \frac{1.5 \cdot Q^2}{2g \cdot 87.5^2 \cdot (4.3 - h_1 - h_2)^2} - \frac{Q^2}{2g \cdot 600^2}.$$

On the stretch from F-G to C-D the width and depth are very considerable, and the slope on this stretch will therefore be so small, relatively to the other slopes, that it may be disregarded.

The head h_3 lost by the flow of the water through the opening C-D will be:

$$h_3 = \frac{1.5 \cdot Q^2}{2g \cdot 70^2 \cdot (5.6 - h_1 - h_2 - h_3)^2}.$$

On the stretch from C-D to A (about 550 m) there is assumed to be a canal with its bottom at El. — 3.0 m, the width of the bottom being 55 m, the inclination of the banks 1 in 4. In the calculations a rectangular profile 67 m wide and with its bottom at El. — 3.0 m is substituted for this trapezoidal profile. The loss of head h_4 at the entry into this canal and the loss of head h_5 by the flow through the canal are found by the equations[1]):

$$h_4 = \frac{1.5 \cdot Q^2}{2g \cdot 67^2 \cdot d_0^2} - \frac{Q^2}{2g \cdot 70^2 (5.6 - h_1 - h_2 - h_3)^2}$$

$$d_0 = 3.3 - (h_1 + h_2 + h_3 + h_4)$$

$$h_5 = d_0 - d_1$$

$$\frac{Q^2}{67^2} = \frac{c^2 (d_0^4 - d_1^4)}{\frac{4\alpha c^2}{g}(d_0 - d_1) + 4 \cdot 550}.$$

[1]) See »Ingeniøren« No. 4. 1928. *G. Schonwelle*r: Beregning af Vandføring i Ledninger med frit Vandspejl.

Digitized by Google

For the coefficients α and c in the last one of these equations we take: $\alpha = 1.1$, and for c: the values according to *Bazin*'s formula corresponding to the depth of the canal being $\frac{1}{2}(d_0 + d_1)$.

As to the determination of the loss of head h_3 there is, as it is well known (see the paper referred to in the note pag. 17), the special circumstance that there exists a certain minimum value for d_1. The sea-water level a indicated in Fig. 11 corresponds to $d_{1(min)} = d_m$. This position of the sea-water level corresponds to a maximum of Σh and of the quantity of flow Q. A further lowering of the sea level (for in-

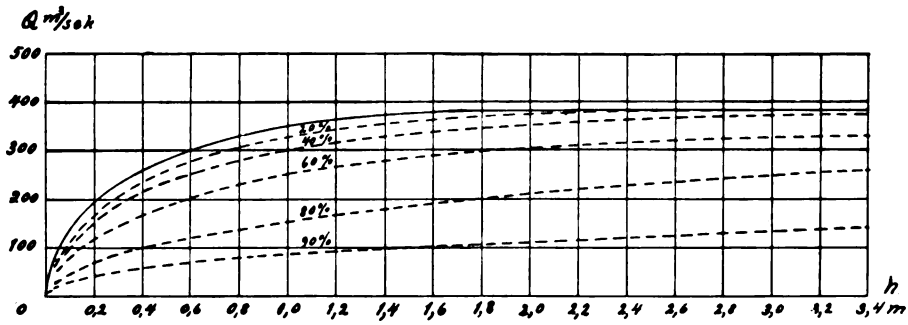


Fig. 12.

stance to *b*) will not cause any alteration in the quantity Q or the heads h.

For determining the magnitude of d_m (and of $Q_{(max)}$ and $\Sigma h_{(max)}$) we have the equation:

$$3\frac{\alpha c^2}{g} d_m^4 - 4\left(\frac{\alpha c^2}{g} d'_0 + 550\right) d_m^3 + \frac{\alpha c^2}{g} (d'_0)^4 = 0$$

in connection with equations corresponding to those given above.

Fig. 12 shows, by the full-line curve, the correlating values of quantities of flow Q and differences (h) between the levels of the sea and of the lagoon, the latter being assumed to be at El. + 0.3 m.

The width and depth at the outer end A (see Fig. 5) of the guide jetties are here counted to be the same as in the canal A-CD. The coastal drift of materials, however, may cause depositions of sand, and the consequence thereof may be that for certain periods the passage area may be smaller at the outer end (A) of the guide jetties than in the adjoining canal, and such a narrowing of the outlet of the canal at A will result in a further drop in the surface of the water here, i. e. for a certain difference h between the levels of the sea and the lagoon the flow of water will be smaller than for the unrestricted canal mouth. In Fig. 12 the dotted lines marked with the percentages: 20 %, 40 %, 60 % and 80 % indicate correlating values of quantities

Digitized by Google

of flow and differences in water levels corresponding to the width of the canal mouth being reduced by 20 %, 40 %, 60 % and 80 %, respectively.

The curves in Fig. 13 show the velocities (V_s) attained in the sluice (F-G) corresponding to various differences between the levels of the lagoon and the sea. The full-line curve corresponds to the canal mouth being obstructed, the dotted curves correspond to restrictions amounting to 20 %-80 % of the width of the canal mouth.

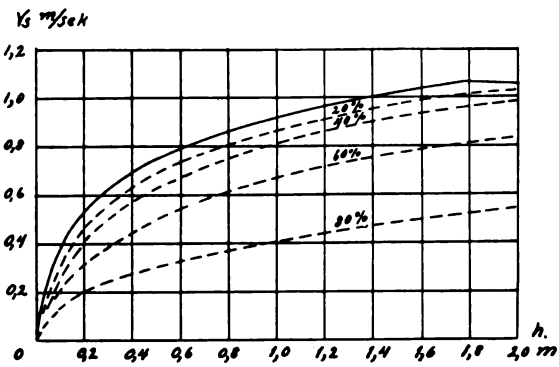


Fig. 13.

Fig. 14 gives in the same manner the correlating values of the differences in level and the velocities (V_k) in the canal mouth.

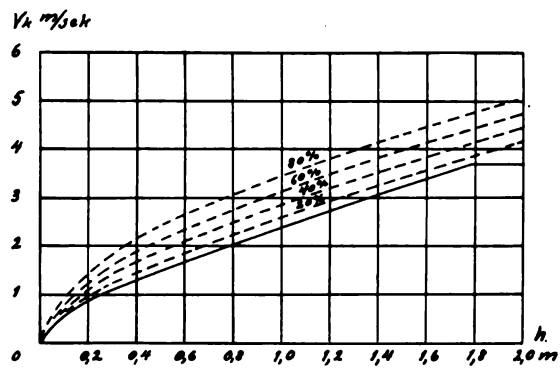


Fig. 14.

While the velocity in the sluice (and the same applies to the entire stretch from the canal mouth to the lagoon) decreases when the canal mouth is restricted, the case is opposite for the velocity in the canal mouth, as the part of the total difference between the water levels of the lagoon and of the sea that is situated at the canal mouth will be greater the more the latter is restricted. This circumstance is of special importance for the ability of the outflowing water to maintain the canal mouth free of sedimentation.

Soundings performed in the canal A-CD some time after the *Hvide Sande* improvements were taken into use have shown the depths in this canal to be somewhat greater than corresponding to El. — 3.0 m, as assumed above, and it may therefore be of interest, in adapting the results of the model experiments to the actual conditions, to know the effect on the quantities and velocities of flow, of the increased depth in the said canal. A calculation similar to the one mentioned above has therefore been made for a depth of — 3.6 m in the canal A-CD. Figs. 15, 16 and 17 show, corresponding to this depth of the

Digitized by Google

canal, the correlating values of differences (h) between the levels of the lagoon and the sea and quantities of flow, velocities in the sluice (V_s) and velocities in the canal mouth at A (V_k).

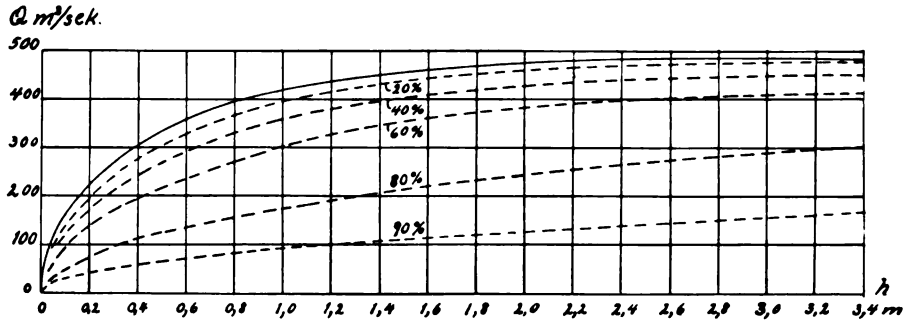


Fig. 15.

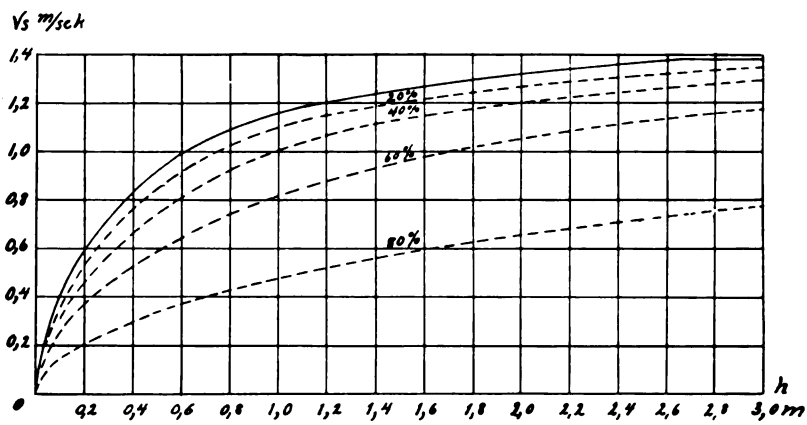


Fig. 16.

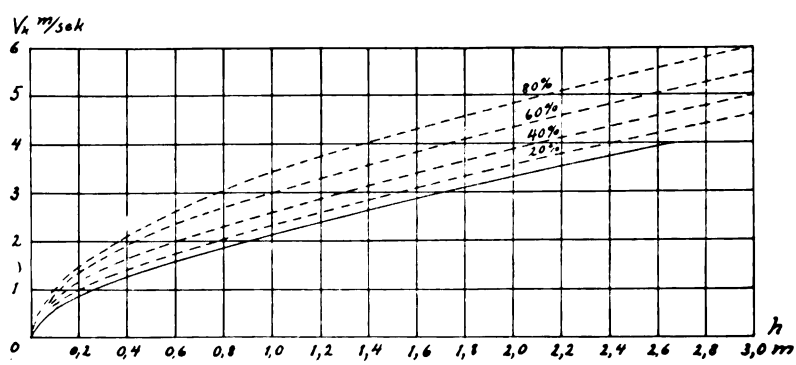


Fig. 17.

According to the information concerning observations of sea levels contained in the Report of the *Commission of Ringkøbing Fjord*[1]), 1.2 m

[1]) See the foot note on page 6.

Digitized by Google

may be taken to be the maximum difference between the level of the sea and of the lagoon at which an efflux from the lagoon is effected with the sluice fully open. It is quite sufficient, however, to restrict the efflux with fully open sluice to periods during which the difference in surface levels is somewhat smaller than the before mentioned maximum difference 1.2 m, as this can be done without the conditions of outflow from the lagoon being thereby caused to deviate from the assumptions regarding permissible water levels in *Ringkøbing Fjord* that were to be followed in the arrangement of the outlet.

According to the curve Fig. 16 a difference of 1.2 between the water-surface levels, for the lagoon level at El. + 0.3 m, corresponds to a velocity in the sluice of: $V_s = 1.2$ m/sec and a quantity of flow $Q = 440$ m³/sec, the corresponding level of the water surface in the sluice being El. + 0.2 m.

Table 3 gives the various data concerning the model experiments performed. The letters in column 5 refer to the forms of sills at the front edge of the apron of the sluice mentioned on page 9 and shown in Fig. 10. A mere dash in the column indicates that in the experiments concerned an entirely smooth sluice-front bottom has been used without any sill at the front edge. In the experiments 1-14 a model of the entire sluice was used, and in the experiments 16 and 17 a model consisting of altogether 2½ sluice openings (out of a total of 14 openings in the entire sluice) arranged in the experimental flume in such a manner that next to the glass wall and bounded by the same there was a three-quarter sluice opening, then a full sluice opening and finally a three-quarter sluice opening, the latter bounded by a wooden wall (see Fig. 21). In the experiments 19-22 a model of about half the width of the sluice was used, viz. a total of 6½ sluice openings (out of the 14 openings of the sluice), and built into the experimental flume in such a manner that the glass wall of the latter formed the outer boundary of the half sluice opening. The columns 6, 8 and 10 indicate the quantities of flow used in the model experiments, the velocities in the sluice (i. e. in the sluice openings) and the velocities outside of the sluice. The last mentioned velocities are determined as $v' = \frac{q}{f'}$, f' being the area of the active cross-section of the canal directly at the edge of the apron of the sluice. The columns 7, 9 and 11 give the actual quantities of flow and velocities corresponding to those used in the experiments and figured according to the scale ratios of the model. viz. $Q = n^{\frac{3}{2}} \cdot mq$ and $V = n^{\frac{1}{2}} v$.

Digitized by Google

As seen from the Table the actual velocities corresponding to the model velocities are considerably in excess of the maximum velocity ($V_s = 1.2$ m) assumed to be likely to occur under actual conditions. The reason why the model experiments were made with such high velocities of flow is that the principal object of the experiments was to find out what effect the shape of the apron in front of the sluice would have in respect to the scouring of the bottom outside of the sluice. The velocities had therefore to be selected so high that the outflowing water would be able to set the bottom materiel of the model into motion, and so high that the final shape of the bottom, corresponding to the form of sill concerned, the scale of the model etc., could be reached within a reasonable time.

The selection of the model velocity was further influenced by the following circumstance. In the actual canal the velocity will never approach the velocity corresponding to the »shooting« water motion[1]). Even at such a low sea level as for instance 1.5 m below mean-water, i. e. with a depth of water of 2.5 m in the sluice opening, the velocity corresponding to the transition from »quietly streaming« to »shooting« water motion will approximately be: $\sqrt{g \cdot 2.5}$ = abt. 5 m/sec. The velocities occurring in the actual canal are, as explained above, far lower. It was therefore necessary to arrange the model tests in such a manner that the velocity could not approach the velocity corresponding to »shooting« motion. For a surface level outside of the sluice corresponding to mean-water there would, for at vertical scale of 1 : 40, be a water depth of 0.1 m in the sluice openings, and with a vertical scale of 1 : 80 the depth of water would be 0.05 m. The corresponding limit velocities for transition to »shooting« flow would consequently be about 1.0 m and about 0.7 m, respectively, and some of the experiments have shown, viz. by the formation af a »rise of water«, that a »shooting« flow occurred also at a somewhat smaller velocity. In order that the desire to maintain the velocity lower than the one corresponding to »shooting« flow might not necessitate the use, outside of the sluice, of velocities too low to produce any fairly great scouring, it was decided to perform the experiments with a somewhat higher water level outside of the sluice, i. e. a greater depth of water in the sluice openings, than corresponding to actual conditions. The surface levels used in the experiments are given in column 12, and the corresponding surface levels for actual conditions are given in column 13.

At the commencement of each of the experiments the canal bottom

[1]) Cf. the paper mentioned in the foot note on page 12.

Digitized by Google

TABLE 3.

Various Data concerning the Model Experiments.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Experiment No.	Scale of Model		Kind of Sand	Form of Sill (Fig. 10	Quantity of Flow		Velocity in the Sluice		Velocity Outside of the Sluice		Sea Level (Above Mean Water) Outside of the Sluice		Duration of the Experiment	
	Heights 1 : n	Lengths 1 : m			Model q 1/sec.	Actual Cond. Q m^3/sec.	Model v m/sec.	Actual Cond. V m/sec.	Model v' m/sec.	Actual Cond. V' m/sec.	Model cm	Actual Cond. m	Model t Hours	Actual Cond. T Hours
1	1 : 40	1 : 80	L	-	100	2.000	0.65	4.1	0.37	2.3	4	1.6	2	12.5
2	1 : 40	1 : 80	L	a	100	2.000	0.65	4.1	0.37	2.3	4	1.6	2	12.5
3	1 : 40	1 : 80	L	a	100	2.000	0.65	4.1	0.37	2.3	4	1.6	5	31.5
4	1 : 40	1 : 80	L	-	100	2.000	0.65	4.1	0.37	2.3	4	1.6	5	31.5
5	1 : 40	1 : 80	L	b	100	2.000	0.65	4.1	0.37	2.3	4	1.6	5	31.5
6	1 : 40	1 : 80	L	c	100	2.000	0.65	4.1	0.37	2.3	4	1.6	5	31.5
7	1 : 40	1 : 80	L	d	100	2.000	0.65	4.1	0.37	2.3	4	1.6	5	31.5
8	1 : 40	1 : 80	L	e	100	2.000	0.65	4.1	0.37	2.3	4	1.6	5	31.5
9	1 : 40	1 : 80	L	f	100	2.000	0.65	4.1	0.37	2.3	4	1.6	5	31.5
10	1 : 40	1 : 80	L	-	100	2.000	0.65	4.1	0.37	2.3	4	1.6	5	31.5
11	1 : 80	1 : 80	D	g	35	2.000	0.51	4.5	0.31	2.8	1.3	1.04	5	45
12	1 : 80	1 : 80	D	-	35	2.000	0.51	4.5	0.31	2.8	1.3	1.04	5	45
13	1 : 80	1 : 80	D	-	55	3.160	0.80	7.1	0.49	4.3	1.3	1.04	5	45
14	1 : 80	1 : 80	D	g	55	3.160	0.80	7.1	0.49	4.3	1.3	1.04	5	45
16	1 : 20	1 : 20	L	-	125	225	0.80	3.6	0.38	1.7	0.0	0.0	$2^1/_2$	10.5
17	1 : 20	1 : 20	L	h	125	225	0.80	3.6	0.38	1.7	0.0	0.0	$2^1/_2$	10.5
19	1 : 20	1 : 20	D	-	235	420	0.58	2.6	0.32	1.4	0.0	0.0	10	45
20	1 : 20	1 : 20	D	i	235	420	0.58	2.6	0.32	1.4	0.0	0.0	10	45
21	1 : 20	1 : 20	D	h	235	420	0.58	2.6	0.32	1.4	0.0	0.0	10	45
22	1 : 20	1 : 20	D	k	260	460	0.64	2.9	0.35	1.6	0.0	0.0	$9^1/_2$	42

Digitized by Google

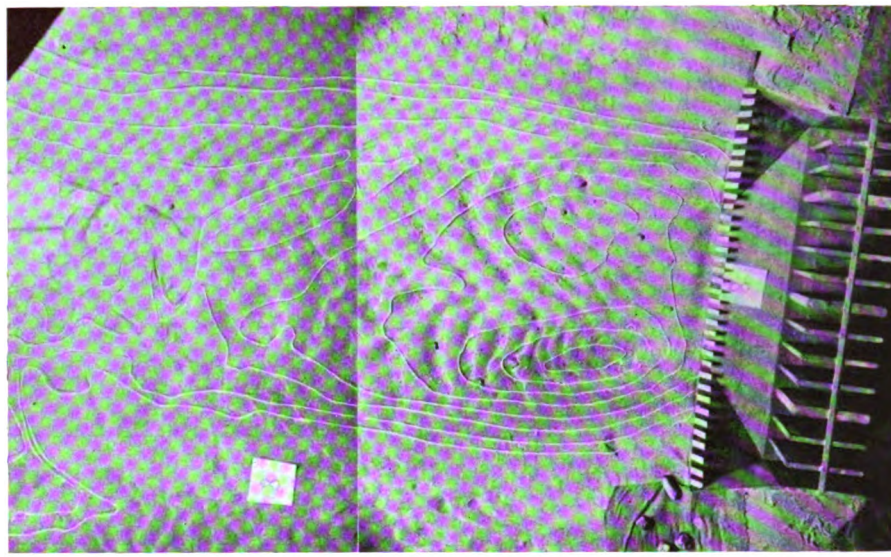


Fig. 18.

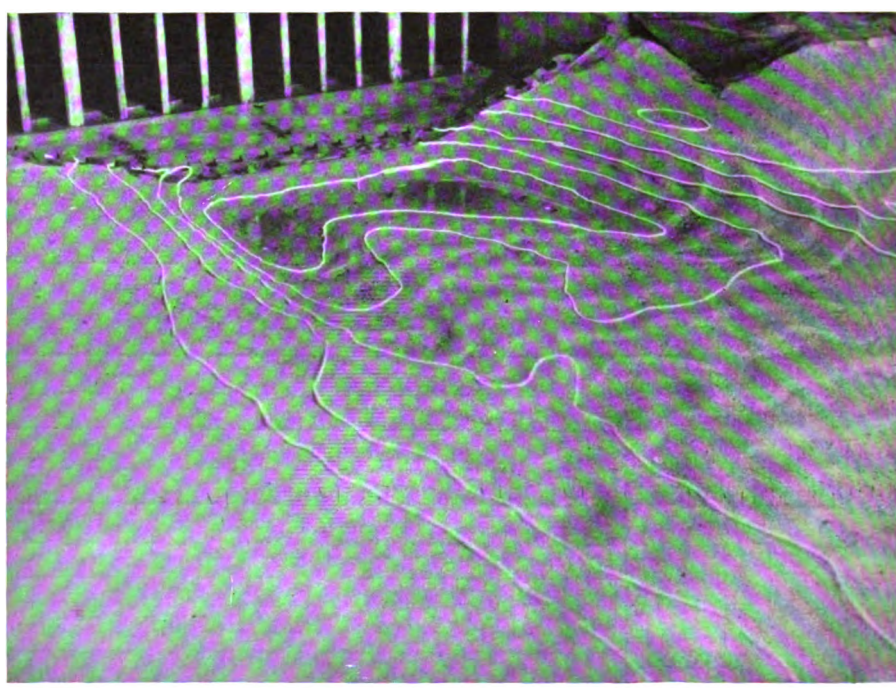


Fig. 19.

Digitized by Google

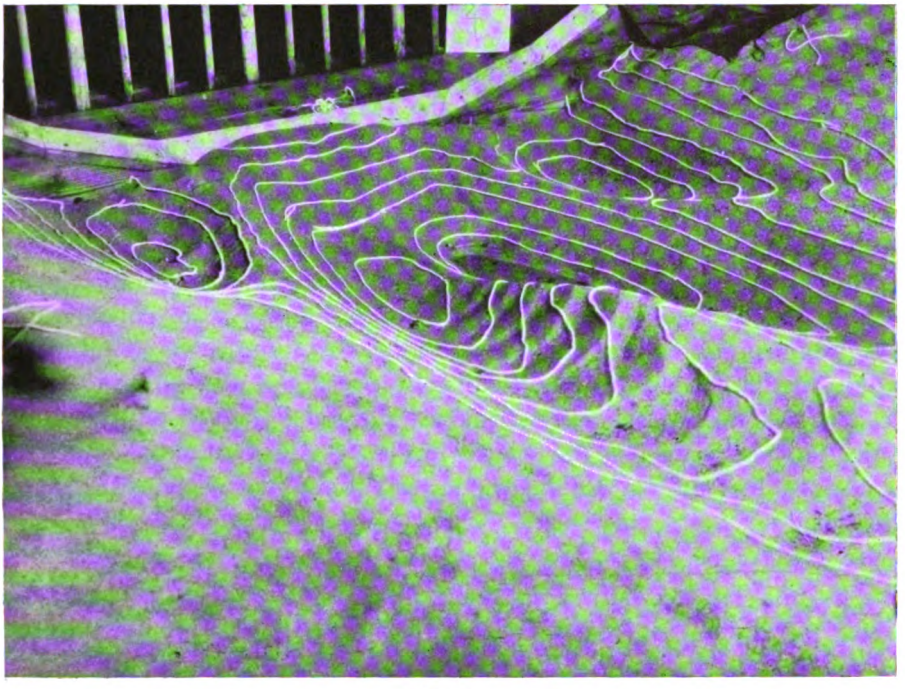


Fig. 20.

outside of the sluice apron was shaped corresponding to the depths in the canal designed for the *Hvide Sande* improvement (cf. Fig. 5), and after the experiment was finished the scourings produced during the experiment were recorded by means of contour lines (white threads) traced thereon and then photographed.

Figs. 18-21 reproduce some of the photographs taken after the experiments. Fig. 18 shows for instance the depths after experiment No. 8 (form of sill *e*), Fig. 19 the depths after experiment No. 3 (form of sill *a*) and Fig. 20 the depths after experiment No. 5 (form of sill *b*, without dentations). The vertical equidistance between the contour lines is here equal to 1.0 m.

Fig. 21 belongs to experiment No. 17, the scale of the model being

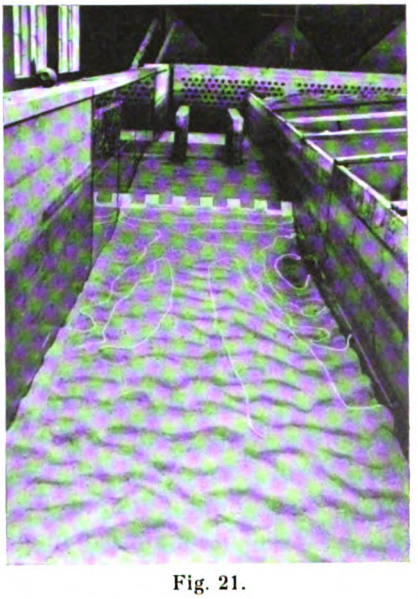


Fig. 21.

Digitized by Google

1 : 20 for heights and for lengths and the model consisting, as mentioned above, of two and a half sluice openings, viz. at the centre one sluice opening and on either side thereof three quarters of a sluice opening. The inequality of the scourings at the two sides of the flume is probably due partly to the skew influx into the sluice openings and partly to the circumstance that one of the boundaries of the flume is formed partly by the glass wall, and the other one by a wooden wall. The equidistance of the contour lines is here 0.5 m.

The model experiments furnished the result that out of the forms of sills tested those marked: b, c and f in Fig. 10 were considerably less adapted to counteract the eroding effect than were the other types in Fig. 10. For the sill forms: b, e and f the scourings were deeper and were especially situated nearer the front edge of the sluice apron than for the other forms of sills. Among the forms: a, c, d, g, h, i and k, the last one was found to be best suited for the purpose.

6. INVESTIGATIONS CONCERNING THE FORMATION OF DEPOSITS OF SAND AT THE OUTLET OF THE CANAL INTO THE SEA, AND CONCERNING THE FLUSHING AWAY OF THESE DEPOSITS BY THE EFFLUX FROM THE LAGOON.

As mentioned above (page 10), the outlet of the canal into the sea is defined by two guide-jetties, the outer parts of which serve to guide and hold together the water discharged through the canal from the lagoon, the object being to attain a suitable flushing effect of the out-flowing water.

Along the shore at *Hvide Sande*, where the connecting canal from the lagoon to the sea, with the regulating sluices etc. belonging thereto, has been built, a considerable coastal drift of materials takes place. The slope of the sea bottom is about 1 : 40 from the shore line to about the 3 m curve, while from there and out to about the 7 m curve the slope is about 1 : 200. From about 5 km north of *Hvide Sande* to about 10 km south thereof the coast line runs approximately in the direction NbW to SbE, and the contour lines of the sea bottom are about parallel to the coast line. The site of the coast line appears to have been nearly unchanged through a number of years. The sea bottom, as well as the Klit Tongue between the sea and the lagoon, consists of sand. The material travelling along the coast consists of sand corresponding about to the sand marked H-S. Bea., in Table 1 (page 12). The material may at times contain some coarse gravel. The drift of material along the coast is directed from north to south

Digitized by Google

as well as in the opposite direction, all depending on the direction of the material-transporting forces off the shore line being situated in the northern or the southern one of the two quadrants formed between the coast line and a line perpendicular thereto. The transport of material is greatest in the direction from north to south, as the strength and duration of the north-western winds are greater than those of the south-western winds, and because the waves have a longer free stretch towards north-west than towards south-west. As mentioned before (page 7), the normal tide range is about 0.6 m. Along the coast the flood stream runs in northern and the ebb stream in southern direction.

The transport of material along the coast is dependent on the water being in wave motion. Nearest the coast the material is transported coast-wise, either directly by the waves, as the material during the passage of the wave hill is moved obliquely towards the shore, and by the retiring surge is moved outward at right angles to the shore, or obliquely thereto, but in any case to the side opposite the direction of the incoming wave, or the material is transported by the waves in connection with the coast-wise current produced in that the waves arriving obliquely relatively to the coast line, when passing along the gradually rising sea bottom, are deflected towards a direction perpendicular to the coast line. In the latter case the material is moved back and forth in the direction of the wave, either along the bottom or suspended in the wave-moved water, and is at the same time actuated by the said coast-wise current.

Farther out from the shore, on greater depths of water, the material is transported by the waves — which move the material along the bottom in the direction of the wave motion or maintain the material in suspension — in connection partly with the current parallel to the shore produced by the deflection of the waves, and partly with the tidal current occurring independently of the wave motion.

A canal mouth through which no current were passing would during the course of a relatively short time be closed up by the material travelling along the coast, the said material being deposited in the mouth and forming a bar across the same in line with the coast. After the outlet from the lagoon at *Hvide Sande* that was in use during the years 1910-1915 had been closed in 1915 (cf. page 10 and the following pages) by the construction of a concrete dam, and the flow through the outlet had consequently been stopped, it took less than ten years for the travelling sand to fill up the part of the former canal that was situated outside of the concrete dam and was forming, as mentioned before, a rather considerable trumpet-like gap

Digitized by Google

(cf. page 9 and Fig. 5). As to the question whether a deposition, across the outlet, of material travelling along the coast will fill an outlet through which no water is flowing, such guide jetties as those mentioned before are hardly of any importance, as they only extend quite a short distance out into the beach, and only reach out to relatively small depths of water. With the quantities of travelling material present at this point of the coast the shore would in the course of a short time have reached out to the ends of the guide jetties, and as to the closing of the outlet by the deposits across the same the conditions would soon become the same as if the guide jetties had not existed.

The principal requirement for maintaining the entire construction as a connection between the lagoon and the sea is the existence of considerable natural forces (viz. the energy contained in the water flowing out from the lagoon) for removal of the material deposited at times in and in front of the outlet, which forces when properly controlled are able to maintain, at relatively low costs, the suitable depths of water in and in front of the outlet, so that only in rarely occurring cases it will be necessary to resort to the use of sand-pumping machines or similar means for removing the deposits of sand in the outlet (cf. the papers referred to in the foot note on page 6).

By the model experiments to be made in the laboratory in order to gain information concerning the formation of sand deposits and the flushing away of the same, it was necessary to make arrangements for working with wave-moved water in the experimental flume and to produce, in the model experiments, a coastal drift of materials similar to the one going on along the shore. For giving the water in the experimental flume a suitable wave motion an apparatus was used, which was of a construction similar to the apparatus employed in the hydraulic laboratory of the Technical University of Danzig and described in *Die Bautechnik*, No. 25, 1928.

The arrangement of the apparatus appears from Fig. 22, which shows the wave-producing apparatus disposed at one end of the experimental flume (with the water emptied out) opposite the end at which the pumps are placed (cf. Fig. 1). The wave motion is produced in that the horizontally disposed plank shown in the picture is moved up and down in the water. The plank is attached to two vertical iron rods, which are guided in their vertical motion by two guide bushes attached to a beam extending transversely over the experimental flume. By means of forks the vertical iron rods are connected to the ends of two two-armed levers running parallel to the longitudinal direction of the experimental flume and being connected each

Digitized by Google

to one of two eccentrics provided on the upper one of the shafts of the wave-producing apparatus. The magnitude of the vertical motion of the plank submerged in the water can be varied by means of the eccentrics. The shaft of the latter is connected, by means of a belt transmission, to a countershaft (the lower shaft), which is driven by a belt from a small electromotor.

In imitation of a sandy coast with drift of material some experiments were made with the following arrangement. Along one of the

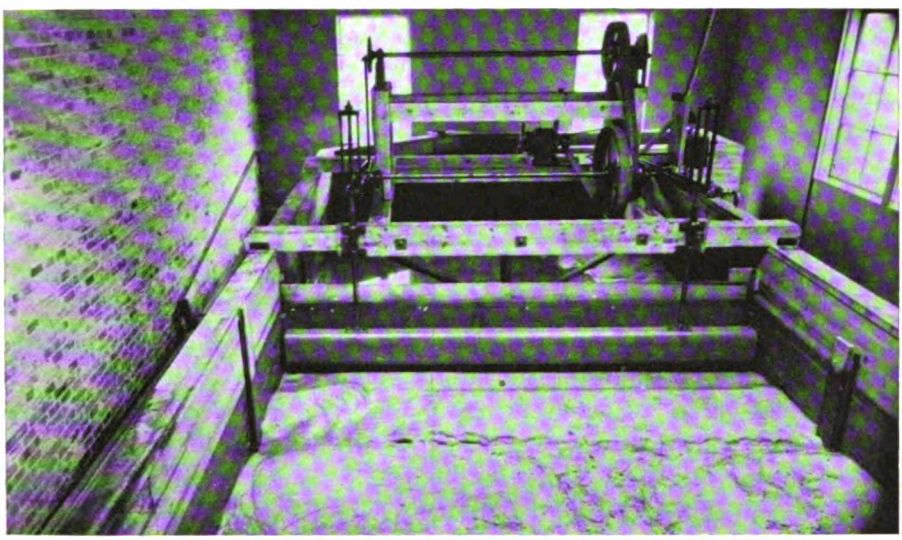


Fig. 22.

longitudinal walls of the experimental flume a sandy coast was reproduced, and in front of the same a sea bottom of sand. The wave apparatus was erected opposite the model beach and close to the other longitudinal wall of the experimental flume. By means of the apparatus waves were produced moving transversely to the flume and running towards the model beach at right angles thereto. At the same time a current was produced in the longitudinal direction of the flume, corresponding to the actual coast-wise current. This arrangement, however, proved unsuitable to reproduce, in the model, conditions of material drift along the coast similar to those occurring in nature. The reason for this was mainly that the model coast-wise current would restrict itself to the deeper water, while the streaming water motion close to the shore was quite faint, and was insufficient to transport along the coast the sand grains that the waves had set into motion back and forth, transversely to the direction of shore.

Digitized by Google

Instead of representing the coastal drift of material, as in the arrangement described above, by operating with waves in connection with a current produced separately, it was then tried to work with waves alone, and this arrangement proved to give results that were satisfactory for the purpose concerned, as by this arrangement it was possible to represent conditions of material travel corresponding sufficiently to those occurring in nature.

The arrangement used in the model experiments mentioned below was as follows.

The wave apparatus was erected at one end, P, of the experimental flume (see Fig. 1), and at the other end of the experimental flume the sand beach and the sea bottom in front thereof were built in such a manner that the shore line (the zero curve s_1-s_2 in Fig. 1) was oblique relatively to the longitudinal direction of the flume. The beach itself and the sea bottom in front thereof were formed in such a manner that the contour lines in front of the shore line and the contour lines of the coast behind the shore line were parallel thereto. The waves produced by the wave apparatus moved longitudinally through the flume so as to strike the beach at an angle corresponding to the oblique position of the shore line, in similar manner as in nature when waves are coming obliquely towards the coast. Close to the shore line the waves were deflected slightly, and they broke when running up along the sea bottom close to the shore line. Close to the shore line and until slightly outside thereof, the wave motion produced a current, although a rather weak one, in the direction s_1-s_2. The sand of the sea bottom was similarly transported in the direction s_1-s_2 and, as appearing from the following description, the quantities of sand transported along the shore by the drift of material produced in this manner were quite considerable.

In most of the experiments the work was done with waves about 5 cm high. The sand material was natural sand of the kind marked H-S. Du. in Table 1 (page 12).

Unless fresh sand were supplied at s_1, while the waves were about to act on the beach and on the sea bottom formed, at the beginning of the experiment, with a uniform slope in front of the beach, the sea bottom and the beach at s_1 and for some distance towards s_2 were scoured away, and a deposition of sand took place towards s_2, as the travelling sand was stopped here by the wall of the flume, whereby the beach and the adjoining sea bottom were transformed in such a manner that the contour lines became approximately perpendicular to the direction of the wave motion. Fig. 23 shows a picture of the model beach and sea bottom after an exposure to

Digitized by Google

waves for about two hours. The direction of the shore line and the contour lines at the beginning of the experiment is indicated by the straight line across the picture.

By the experiments belonging to the researches concerning the conditions of deposition etc. at *Hvide Sande*, the idea was to produce, for the model beach that could be reproduced in an experimental flume, conditions of transport of material similar to those existing in nature on a part of a long stretch of coast corresponding to the beach

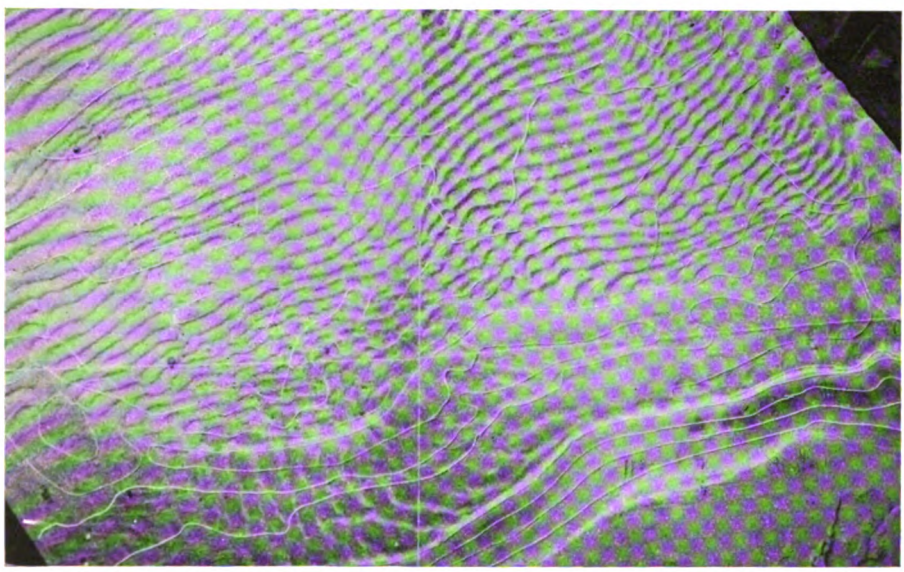


Fig. 23.

of the model, and along the entire extent of which a travel of material is taking place. For such a smaller part of a coast with drift of material the quantity of material supplied, at the windward end of the stretch relatively to the direction of the drift of material, during a period in which the intensity and direction of the travel of material is not altered, is equal to the quantity removed at the other end of the stretch, in the leeward direction. These conditions of drift of materiel were reproduced in the model by supplying fresh sand, at regular time intervals, at s_1 in order to compensate for the sand removed by the wave-moved water along the model beach, and the sand that was stopped by the wall of the experimental flume at s_2 was taken away. By the actual experiments for investigating the conditions of deposition of sand at *Hvide Sande*, however, the quantities of sand to be removed at s_2 were considerably smaller than the quantities supplied at s_1, as during the course of the experiment, in accordance

Digitized by Google

with the object of same, a considerable part of the sand supplied was deposited opposite the beach of the model.

The experiments concerning the *Hvide Sande* improvement had for their principal object to provide information that might serve as a guidance for the final decision as to how the plane outline of the guide jetties at the outlet of the canal into the sea should be shaped, as the main dimensions for this part of the improvement, viz. the length of the jetties and the distance between them at their outer ends, were nearly fixed in advance. The principal guiding factor for the arrangement of these guide jetties was the manner in which the deposits of sand in the outlet would be formed under certain conditions unfavorable to the maintenance of the outlet and likely to occur, if not frequently, at any rate once or a few times yearly. As such conditions unfavorable to the maintenance of the outlet, the situation was assumed that for a period of one or two weeks there was a constant heavy wave motion from one and the same direction (north-west) and, correspondingly, a great drift of material in the direction north-south along the coast and, in connection therewith, the situation that an efflux took place during a few hours at each ebb time.

For the experiments in accordance with these assumptions the following arrangement of the model was used. The beach and the sea bottom in front thereof were built of sand, with the shore line situated obliquely in the experimental flume along the line s_1-s_2 indicated on Fig. 1 (page 4). The model guide jetties, which were made of wood, extended from the beach, and the heads of the jetties were situated at 3 m depth of water and with a distance of 80 m from one another at the extreme ends of the jetties, corresponding to the general arrangement fixed in the project. Between the guide jetties a 3 m deep channel was formed in the sand — similarly corresponding to the dimensions projected for the actual structure —, and this channel communicated with a basin situated behind the shore line. When during the experiment an efflux to the sea was to be produced, the pumps (C, Fig. 1) were started, and the high-level tank (H) was opened. The water passed over the Thomson weirs and through the before (page 5) mentioned grate into the said basin and further out through the channel formed between the guide jetties and out into the model sea. The sea level here was maintained constant by discharge, into the return pipe at the other end of the flume, of the water supplied to the experimental channel by the efflux.

The scales of the model were, for lengths: $1 : m = 1 : 200$, for depths: $1 : n = 1 : 50$. The reason why the scale for depths had to be so large was the same as the reason mentioned on page 22 concerning the

Digitized by Google

selection of model velocity, and owing to the narrow space in the experimental flume the model scale for lengths could not be much larger than 1 : 200. In the model the slope of the sea bottom was therefore four times steeper than for actual conditions, and as the ends of the guide jetties in the model were situated at the model water depth (6 cm) corresponding to the real depth 3 m, the guide jetties had to project relatively less from the model beach than for the actual conditions. This, however, was an advantage in carrying out the experiments, because smaller quantities of sand had then to be deposited on the weather side of the guide jetties before the situation was reached that the sand commenced to pass around the ends of the guide jetties and to deposit itself at and in front of the outlet between the guide jetties. In other words the conditions with regard to the maintenance of the outlet were less favorable than for the real structure.

The scale ratio for time could be selected arbitrarily, as long as the other factors influencing the investigations (drift of material, energy of the water flowing out from the lagoon etc.) were adjusted accordingly. As mentioned above, the waves used in the experiments were 4 to 5 cm high, as such waves proved able to produce a suitable drift of material, and it was then decided to fix the time ratio in such a manner that the wave energy in the model would correspond approximately to the energy of the actual waves.

For a model wave with a height h equal to 0.04 m, at a depth of water d equal to 0.15 m, a wave length l equal to 1.1 m and a wave period t equal to about one second were observed.

Figuring the velocity v of the wave from the length of the wave we find:

$$v = \sqrt{\frac{gl}{2\pi} \operatorname{Tg} \frac{2\pi d}{l}} = 1.09 \text{ m/sec},$$

and consequently the wave period:

$$t = \frac{l}{v} = 1.01 \text{ sec},$$

which is seen to give a good agreement with the observed period.

The number of waves arriving at the model coast per second will then be:

$$\frac{1}{t} = 0.99.$$

The model-wave energy arriving per (actual) second and per (actual) metre is consequently:

Digitized by Google

$$e_{sec} = \frac{1}{8} lh^2 \cdot \frac{1}{t} = \frac{1}{8} \cdot 1.1 \cdot (0.04)^2 \cdot 0.99 \text{ tm/sec} = 2.18 \cdot 10^{-4} \text{ tm/sec.}$$

Indicating by capitals the values corresponding to actual conditions, and the scale for lengths being: $1 : m = 1 : 200$, and indicating by x the time ratio, we have:

$$m \cdot x \cdot e_{sec} = E_{sec}$$

$$x = \frac{E_{sec}}{200 \cdot 2.18 \cdot 10^{-4}}$$

$$E_{sec} = \frac{1}{8} LH^2 \frac{1}{T}$$

$$V = \sqrt{\frac{gL}{2\pi} Tg \frac{2\pi D}{L}}, \quad T = \frac{L}{V},$$

$$E_{sec} = \frac{1}{8} H^2 \sqrt{\frac{gL}{2\pi} Tg \frac{2\pi D}{L}}.$$

For waves the height of which is: $H = 2.0$ m ($n \cdot h$, where $1 : n$ is the scale for heights, $n = 50$), and with the same ratio of wave length to wave height as for the model waves $\left(\frac{l}{h} = \frac{110}{4} = 27.5\right)$, consequently $L = 27.5 \cdot 2 = 55$ m, at a depth of water $D = 7.5$ m (viz.: $n \cdot d = 50 \cdot 0.15 = 7.5$ m), we have:

$$V = 7.75 \text{ m/sec}, \quad T = 7.1 \text{ seconds}, \quad E_{sec} = 3.9 \text{ tm/sec},$$

and thence $x = 90$.

For waves with $H = 2.2$ m, $L = 60$ m and with $D = 7.5$ we find

$$V = 7.85 \text{ m/sec}, \quad T = 7.65 \text{ seconds}, \quad E_{sec} = 4.7 \text{ tm/sec},$$

and thence $x = 108$.

The time ratio in the experiments here concerned is fixed in such a manner that 24 model hours are equal to 14 minutes, which quite closely corresponds to the scale 1 : 100.

The efflux from the lagoon to the sea was supposed to take place twice in every 24 hours (it should in fact be once for each tide period, i. e. twice for every 24 hours and 50 minutes), and the duration of the efflux was counted to be three hours (about half an ebb period). During this period of discharge the quantity of flow was then considered to be constant. Accordingly the model period of efflux should be $\frac{3 \cdot 60}{100} = 1.8$ minutes. Counting from the moment when the pumps

Digitized by Google

were started and until they were stopped, the model period of efflux was fixed at two minutes, considering that after the pumps were started some little time was consumed before the efflux became constant.

As to fixing the model quantity of efflux the following considerations may be taken into account, it being remembered that the sand material used in the model was natural sand.

The actual quantity of efflux from the lagoon was supposed to be the quantity corresponding to a difference of 0.6 m between the surface levels in the lagoon and the sea. Fig. 12 shows this quantity of efflux to be 300 m^3, and Fig. 14 shows the corresponding velocity of water at the outlet between the ends of the guide jetties to be $V_K = 1.7$ m/sec. The said quantity of efflux corresponds to the elevation of the sea level being -0.3 m, i. e. the depth of water: $3.0 - 0.3 = 2.7$ m. With a sea level ± 0 m, i. e. a water depth of 3.0 m, the quantity of efflux will be about $Q = 340$ m^3/sec. The width of the profile of flow at the ends of the guide jetties is counted to be 67 m.

As the quantity of energy in the outflowing water is what enables the current to flush away the sand deposited by the drift of material, and as the cause of the latter is the energy of the wave-moved water, it will be reasonable to adjust the quantity of model efflux in such a manner that the energy thereof will correspond to the energy of the actual quantity of efflux. This can be done by putting:

$$\frac{\text{Actual Efflux Energy}}{\text{Model Efflux Energy}} = \frac{\text{Actual Wave Energy}}{\text{Model Wave Energy}}.$$

For the actual efflux energy during one period of efflux equal to three hours, we have (V_K being the velocity of the water between the ends of the guide jetties):

$$E_S = \frac{1}{2g} Q (V_K)^2 \cdot (3 \cdot 60 \cdot 60) = \frac{1}{2g} \cdot 340 (1.7)^2 (3 \cdot 60 \cdot 60),$$

and for the model-efflux energy:

$$e_s = \frac{1}{2g} q (v_k)^2 \cdot (1.8 \cdot 60),$$

the model-efflux period being counted to be 1.8 minutes (cf. page 34), and q being the quantity of water discharged in the model per second through the outlet between the ends of the guide jetties.

The actual wave energy per m of coast and per period of efflux may be taken to be:

Digitized by Google

$$E_B = \frac{1}{8} \cdot \frac{LH^2}{T} \cdot (3 \cdot 60 \cdot 60),$$

and the model wave energy per model metre of coast and per model period of efflux may be taken to be:

$$e_b = \frac{1}{8} \cdot \frac{lh^2}{tm} \cdot (1.8 \cdot 60),$$

1 : m being the ratio of scale for lengths.

As

$$\frac{E_S}{e_s} = \frac{E_B}{e_b},$$

we have:

$$\frac{Q\,(V_K)^2}{q\,(v_k)^2} = \frac{LH^2\,tm}{lh^2\,T}.$$

Now $V_K = \frac{Q}{F_K}$ and $v_k = \frac{q}{f_k}$, F_K and f_k being the actual and the model areas of the profiles at the ends of the guide jetties.

We further have:

$$\frac{h}{H} = \frac{1}{n},$$ the ratio of scale for heights,

$$\frac{F_K}{f_k} = nm \left(\frac{1}{m} \text{ being the ratio of scale for lengths}\right),$$

whence by insertion into the proportion:

$$\frac{Q^3}{q^3} = \frac{Lt}{lT}(nm)^3$$

the length of the model wave: $l = 1.1$ m and its period: $t = 1.01$ sec., the length of the actual wave: $L = 55$ m and its period: $T = 7.1$ sec. (cf. pp. 33 and 34), $n = 50$, $m = 200$, $Q = 340$ m³/sec., which values after insertion give:

$$\frac{Q^3}{q^3} = 356 \cdot 10^{12}; \quad \frac{Q}{q} = 7.08 \cdot 10^4,$$

$$q = \frac{340}{7.08 \cdot 10^4} \cdot 10^3 \text{ l/sec} = 4.8 \text{ l/sec},$$

$$v_k = \frac{0.0048}{\frac{67}{200} \cdot \frac{3}{50}} = 0.24 \text{ m/sec}.$$

Digitized by Google

The quantity q, however, may also be determined from another point of view, namely that the model energy of efflux, when converted into work (transport of sand), has to correspond to the actual energy of efflux converted into the same kind of work. For actual conditions the work concerned can be expressed by:

$$A = \gamma \cdot P \cdot C \cdot \mu,$$

P being a volume, C a distance, γ a specific gravity and μ a coefficient of resistance, and for the model by:

$$a = \gamma \cdot p \cdot c \cdot \mu,$$

γ and μ being the same quantities in the model as under actual conditions. The actual energy of efflux for one period of efflux (three hours) is:

$$E = \frac{1}{2g} Q (V_K)^2 \cdot (3 \cdot 60 \cdot 60) = A = \gamma P C \mu.$$

For the model the corresponding quantity of energy is:

$$e = \frac{1}{2g} q (v_k)^2 \cdot (1.8 \cdot 60) = a = \gamma p c \mu.$$

Now

$$P = m^2 n P \quad \text{and} \quad C = mc,$$

whence:

$$\frac{Q \cdot (V_K)^2}{q \cdot (v_k)^2} = \frac{Q^3}{q^3} \cdot \frac{(f_k)^2}{(F_K)^2} = \frac{m^3 n \cdot (1.8 \cdot 60)}{3 \cdot 60 \cdot 60},$$

$$\frac{Q^3}{q^3} = \frac{(F_K)^2}{(f_k)^2} \cdot \frac{m^3 n \cdot (1.8 \cdot 60)}{3 \cdot 60 \cdot 60} = \frac{m^5 n^3 \cdot (1.8 \cdot 60)}{3 \cdot 60 \cdot 60} = 4.10^{14},$$

$$\frac{Q}{q} = 7.37 \cdot 10^4,$$

$$q = \frac{340}{7.37 \cdot 10^4} \cdot 10^3 \text{ l/sec} = 4.6 \text{ l/sec},$$

$$v_k = \frac{0.0046}{\frac{67}{200} \cdot \frac{3}{50}} = 0.23 \text{ m/sec}.$$

As to the values thus found for the quantity of model efflux it should be noted that by using the ratios of scales as done here a certain source of error is introduced, which has for its effect that the model efflux will not have the desired similarity to the actual conditions in respect to the ability of the efflux to remove the sand deposited, and the effect of the error is that the model quantity of

Digitized by Google

efflux found by this manner of figuring will be too small. The reason for this is the circumstance that the ability of the streaming water to transport the sand material is not only proportional to the quantity of energy in the streaming water, but is also depending on the velocity of the water, viz. so that the ability to transport increases with the velocity. That the case is so will best be understood by considering the fact that when the velocity of the water becomes smaller than a certain critical velocity, the »limit velocity«, depending on the size of grain of the material, no motion of the material will be effected, no matter how great quantities of energy the streaming water may contain. The source of error might be imagined to be eliminated by using, as the bottom material in the model, a sand the size of grain of which is reduced in suitable manner relatively to the natural material. It is, however, not practicable to use a considerably more fine-grained material than the one used in the experiments, viz. a natural sand from *Hvide Sande* (quality H-S. Du., Table 1, page 12), since by using a very fine-grained material the conditions with regard to the ability of the wave-moved or streaming water to transport material will be quite different from those found in nature, when the bottom material consists of sand or is coarser, as the pores of the very fine-grained material are too small to allow the water particles to enter between the grains and to actuate the latter in the same manner as for sand with coarser grains.

Professor *R. Winkel*[1]) has indicated a model rule, concerning the scale ratio for quantities of flow, for attaining similarity in experiments concerning transport of material in water courses, viz.:

$$\frac{Q}{q} = m \cdot n^{\frac{5}{2}} s^{\frac{4}{7}},$$

1 : m and 1 : n being the scale ratios for lengths and heights, respectively, and 1 : s the scale ratio for sizes of grains.

For the scale ratios used in the experiments, $m = 200$ and $n = 50$, corresponding to the use of natural sand in the model, i. e.: $s = 1$, we have:

$$\frac{Q}{q} = 200 \cdot (50)^{\frac{5}{2}}$$

$$q = \frac{340 \cdot 10^3}{200 \cdot (50)^{\frac{5}{2}}} = 20 \text{ l/sec.}$$

[1]) *John R. Freeman:* Hydraulic Laboratory Practice (1929) p. 59.

Digitized by Google

As mentioned below, the quantity of efflux used in the experiments was $q = 5$ l/sec. According to *Winkel*'s model rule this would correspond to a ratio of scale 1 : s for sizes of grains, which ratio is found from:

$$\frac{Q}{q} = mn^{\frac{8}{7}} s^{\frac{4}{7}}$$

$$\frac{340 \cdot 10^3}{5} = 200 \cdot (50)^{\frac{8}{7}} \cdot s^{\frac{4}{7}}$$

$$s = 11.$$

If the size of grains of the model sand be assumed to be about 0.21 mm the size of grains for the corresponding material in nature would be 2.3 mm.

As mentioned above, the determination of q according to the two first mentioned methods is subject to an error, as q ought to be greater than computed (4.8 l/sec or 4.6 l/sec), and the error must be assumed to increase in importance the nearer the velocity v_k corresponding to q is to the critical velocity for the sand material used in the model. If v_k is smaller than this critical velocity, the error would be so great that the results of the experiments would be entirely misleading. For the above mentioned values of q, viz. 4.6 l/sec and 4.8 l/sec, the corresponding velocities between the guide jetties are:

$$v_k = 0.23 \text{ m/sec} \quad \text{and} \quad v_k = 0.24 \text{ m/sec},$$

and as the critical velocity for the sand used in the model (i. e. the velocity at which the sand commences to move) proved to be about 0.27 m/sec, this might appear to have for its consequence that a considerably greater quantity of efflux than the said 4.6 or 4.8 l/sec ought to be used in the model, maybe a quantity approaching the one found according to *Winkel*'s model rule: $q = 20$ l/sec. When now nevertheless, as appearing from the following, the quantity q in the experiments was made equal to 5 l/sec, i. e. only slightly greater than what was found by the two first mentioned methods of calculation, the reasons for this were the following two circumstances. In the first place the velocity of water between the guide jetties was only during the first part of the experiment as low as the value (about 0.25 m/sec) corresponding to the full profile of efflux, while no deposition of sand had yet taken place between the guide jetties and opposite the outlet between the same, and as soon as the experiment had proceeded so far that a deposition of sand was effected there, the profile of flow was restricted so that the velocity was in-

Digitized by Google

creased, and the outflowing water became able to transport the sand. Further, the water outside of the coast was constantly kept in wave-motion during the efflux (like under natural conditions), the result being that also slowly flowing water was able to transport some sand, namely the sand that was maintained in motion by the waves.

In the second place it was in agreement with the purpose of the experiments to seek to create, in the model, somewhat more favorable conditions for deposition of sand — less favorable conditions for the deposits to be flushed away by the efflux —, as the experiments had for their object, by the size, shape etc. of the depositions corresponding to the various arrangements of the shape and position of the guide jetties, to furnish a guidance for the choice between these different arrangements, and this object could only be expected to be attained when the depositions appeared with a suitably great distinctness.

Finally, concerning the scale ratio of the experiments there is the question as to the model scale for the quantity of material travelling along the coast.

In determining the quantities of material (sand) that should be allowed to travel along the model coast, a difficulty was encountered which did not appear in respect to the other factors pertaining to the experiments (waves, efflux, time etc.), namely that the magnitude of the actual quantities of travelling material was not known with any corresponding certainty. The following assumptions were then made. After the closure, in 1915, of the former outlet at *Hvide Sande* (cf. pp. 10 and 27) there existed, between the concrete dam and a line in continuation of the coast lines adjoining the outlet of the former canal, a bay (the trumpet-shaped expansion of the former canal at *Hvide Sande* mentioned on p. 10), which during the years following the closure of the outlet was filled with sand supplied by the drift of material along the coast. Two surveys of this tract near *Hvide Sande* were available, one of which had been made on the 16th November 1916, and the other one on the 1st June 1917, and the surveys proved that during the period between the said dates about 65800 m^3 had been deposited. Assuming now a corresponding deposition throughout the entire year, the result will be about 125000 m^3 per year. This deposition, however, cannot be assumed to be distributed uniformly over all the days of the year, as coastal drift of material only takes place when the wave motion is sufficiently strong to set the sand into motion. Assuming now the motion of material for the entire year to be effected during the course of 50 days, we find the transport to be about 2500 m^3 per 24 hours. Converted to the scale

Digitized by Google

of the model this gives for the quantity of material that should be caused to travel along the model coast:

$$\frac{2500 \cdot 10^3}{m^2 \cdot n} = \frac{2500 \cdot 10^3}{(200)^2 \cdot 50} = 1.25 \text{ litres per model day.}$$

Starting from the above mentioned quantity of deposition and taking the same to be equal to the quantity of material transported, the latter quantity has presumably been chosen amply great. Along a straight and unbroken coast only the part of the material that travels fairly close to the shore will deposit itself in the outlet or in front of a structure like the one here concerned, when there is no efflux or, if there is an efflux, will deposit itself outside of the outlet or be caught by the current and be moved outward or sideways, and it is therefore only this part of the travelling quantity of material that has any influence on the shape of the depositions in the outlet and outside thereof. In the above mentioned period, during which the said 65800 m^3 of sand were deposited, the conditions at the place concerned, owing to the existence of the quite considerable bay in the coast and the quite great depths of water in the same, were especially favorable for deposition of the material travelling along the coast, and consequently the depositions in the said bay must be assumed to have been considerably in excess of the depositions that would take place at an outlet like the new *Hvide Sande* outlet.

In the model experiments, however, a somewhat greater quantity of travelling material than the said 1.25 l was used, viz. on an average 3.6 l of sand per model day (of 24 hours), and the reason for this was the same as mentioned above with regard to the determination of the model quantity of efflux, namely the desire to attain a greater distinctness in the results of the experiments by causing a relatively large deposition to be formed, without considering that the similarity between the model experiments and the actual conditions would suffer thereby.

The greater part of the experiments was performed in accordance with the following programme.

The duration of the experiment was 18 model days (of 14 minutes). At the windward end s_1 of the coast line, relatively to the direction of the travel of material, a total of 68 l of sand were supplied during the experiment.

For every 12 model hours an efflux during three model hours (equal to two minutes) was caused to take place, the quantity of efflux being $q = 5$ l/sec. The experiment was divided into three sections.

Digitized by Google

1st section = 6½ model days, during which 5.85 l of sand were supplied per model day. 2nd section = 6½ model days with 2.5 l of sand per model day. 3rd section = 5 model days with 2.2 l of sand per model day.

The experiment was commenced and finished with half a period (equal 2½ minutes) without any efflux.

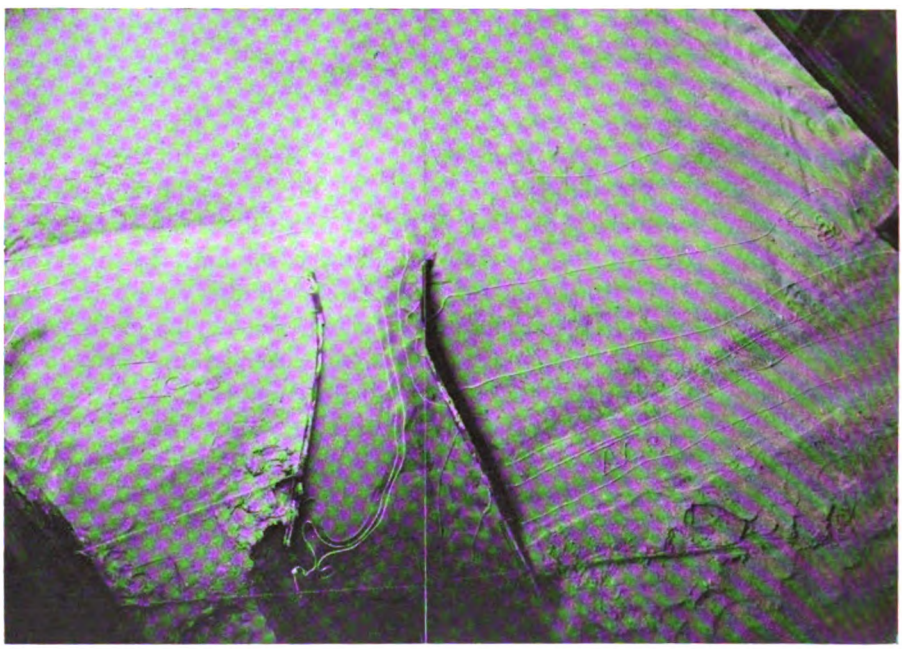


Fig. 24.

The reason for using, during the 1st section, a greater quantity of sand than during the later part of experiment was that a deposition of sand had first to be formed at the corner between the beach and the windward guide jetty, before any further deposition took place between the guide jetties and outside of the outlet between the latter.

After each section of the experiments the water was emptied out from the experimental flume, and contour lines were marked with white threads on the sand bottom and then photographed. The equidistance for the contour lines is 2 cm, corresponding to 1 m on the actual sea bottom. The upper one of the curves indicated on the photographs is the + 1 m curve.

Fig. 24 shows, by way of example, the beach with guide jetties and the shape of the sea bottom at the end of the third section of one of the experiments. This experiment was continued through 90

Digitized by Google

model days, viz. 41 model days with altogether 73 litres of sand, 22 model days with altogether 26 litres of sand and 27 model days with altogether 28 litres. The object of this continuation of the experiment was to examine whether the material-transporting forces from the wave-moved water were able to carry away the material, a part of which was deposited some distance outside of the outlet between the guide jetties after having been introduced between the latter and

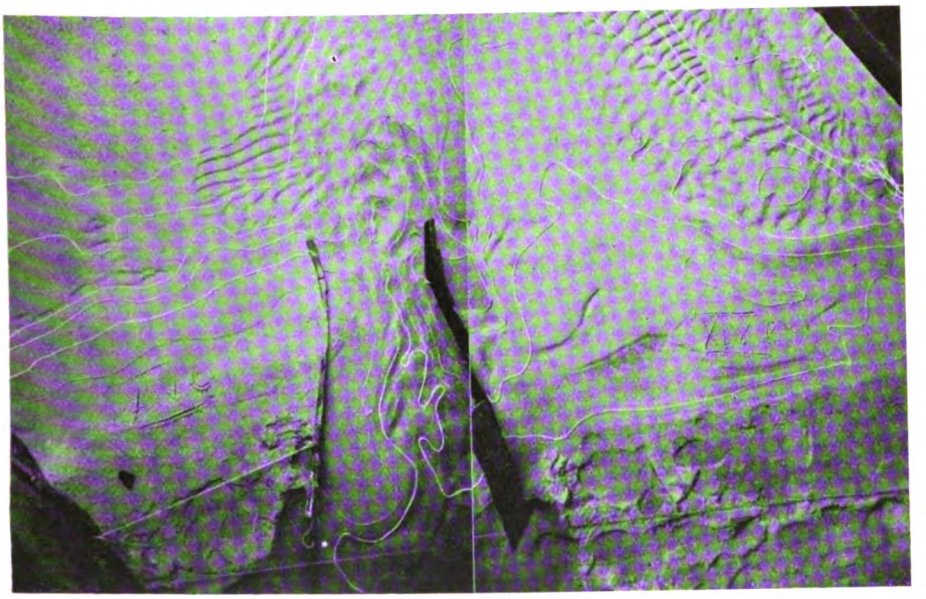


Fig. 25.

then flushed out by the outflowing water. This appeared to be the case, as the material deposited outside the outlet between the guide jetties was conveyed further on by the wave-moved water past the lee guide jetty and along the shore. Fig. 25, in connection with Fig. 24, shows this further transport to have taken place.

Further, an experiment was made for the purpose of investigating the conditions corresponding to the travel of material changing its direction after having for some length of time taken place in one direction along the coast, for instance from north to south. This experiment was performed in the following manner. First a series of experiments were carried out in accordance with the usual programme, and after the third section the contour-line cords were deposited, and a photograph was taken. Then the beach and the guide jetties belonging thereto were rearranged in such a manner that the situation became an inverted image of the ordinary mutual position of beach

Digitized by Google

and guide jetties used in the first part of the experiment, and the beach and the sea bottom were formed in accordance with the conditions of depths and depositions prevailing at the end of the first part of the experiment, but in a corresponding inverted position. Then the experiment was continued with drift of material, but coming now from the side that during the first part of the experiment was the lee side. Fig. 26 shows the situation at the beginning of the second

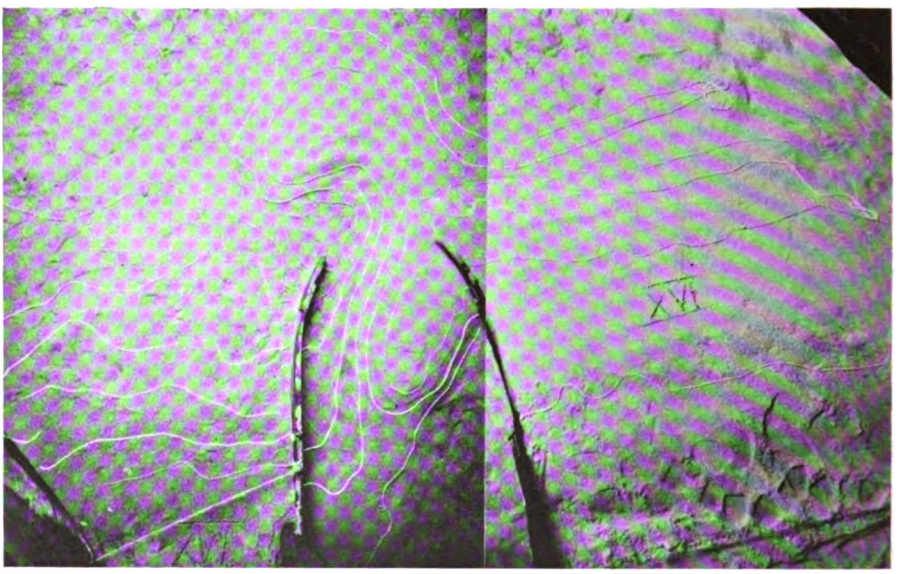


Fig. 26.

part of the experiment, in which the beach and the sea bottom are formed in agreement with the conditions at the end of the first part of the experiment. During the first part of the experiment the weather guide jetty was the one along the inner side of which the deposition took place. During the second part of the experiment the other guide jetty was the weather one.

The second part of the experiment comprised three sections:

1st section: 12 model days with a total of 24 litres of sand,
2nd section: $20^1/_2$ model days with a total of $20^1/_2$ litres of sand, and
3rd section: 16 model days with a total of 16 litres of sand.

Fig. 27 illustrates the situation after the third section and shows how the greater depths between the guide jetties, and in a corresponding manner the depositions, have altered their positions.

In all the experiments the model jetties had vertical walls and

Digitized by Google

were made from wood as mentioned above, while the actual guide jetties were intended to have banks inclined 1 : 1. The scale ratio for lengths being 1 : 200 and for depths 1 : 50, the batter of the sides of the model jetties ought to have been one in four, but the difference between jetties with this batter and jetties with vertical sides must be assumed to be without any appreciable importance to the experi-

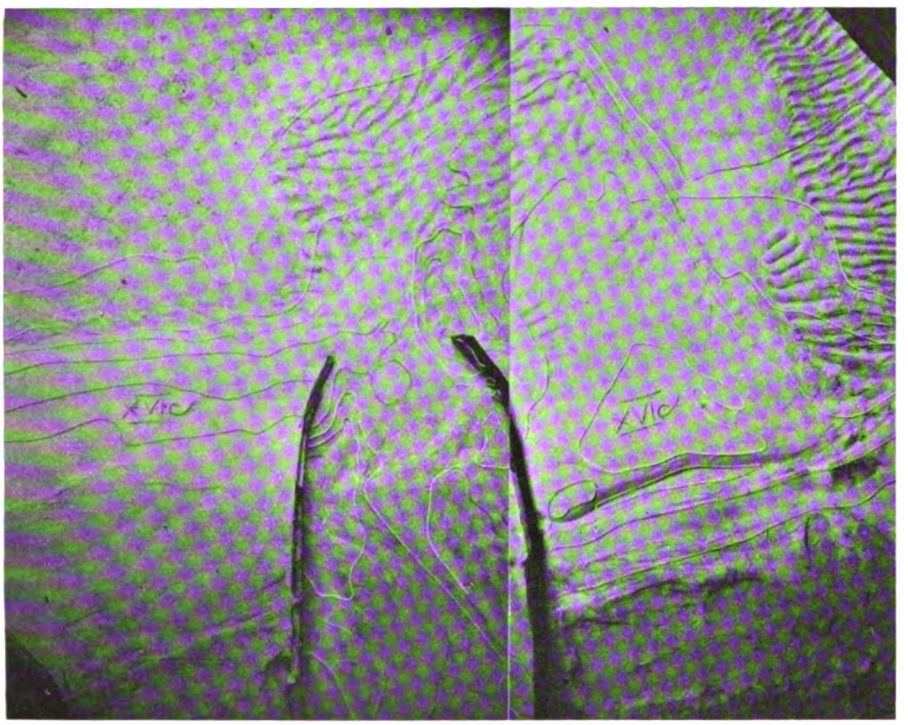


Fig. 27.

ments. One experiment was made, however, in which the guide jetties were made with banks of rubble loosely deposited, as shown by the picture Fig. 28. The state of the depositions at the end of the third section of the experiments is shown by Fig. 29.

Finally two experiments outside of the regular course of investigations are to be mentioned.

In one of these experiments the guide jetties were omitted, so that the canal had an outlet into the sand beach without any protective works. The result shown by the experiment was exactly corresponding to what happens in nature. The outlet, which at the commencement of the experiment was perpendicular to the coast line, was gradually deflected leeward, as the current flushed the sand away at the lee

Digitized by Google

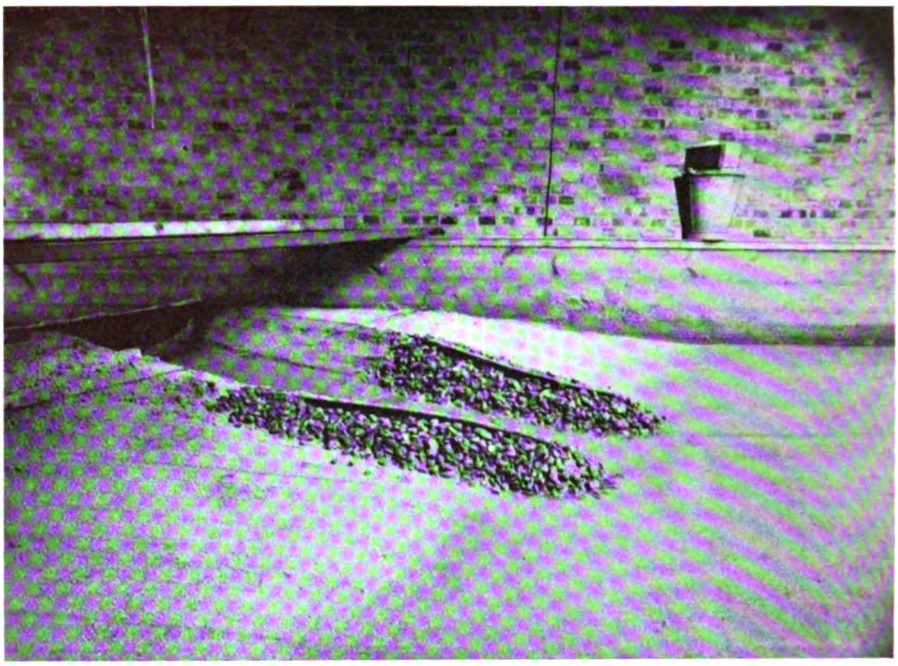


Fig. 28.

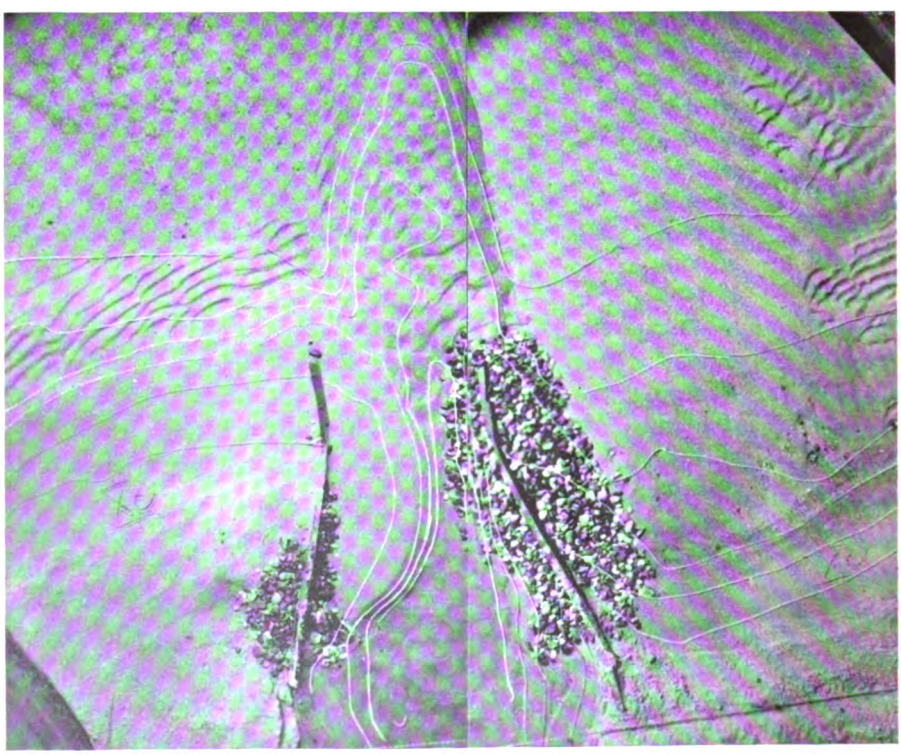


Fig. 29.

Digitized by Google

bank of the outlet, and the deposits projected forward in front of the outlet.

In the other one of these two experiments the outlet was only fitted with one jetty, namely on the lee side of the outlet. The conditions of depositions and depths were here quite nearly the same as in the experiments with two guide jetties, with great depths along the guide jetty situated on the lee side of the outlet and depositions on the weather side. The outlet did not show any tendency to deflect to the lee side as in the experiment without any guide jetties. The guide jetty provided on the lee side of the outlet prevented the efflux from eroding the lee bank of the outlet, and prevented thereby the leeward deflection of the efflux.

Digitized by Google

Digitized by Google

INGENIØRVIDENSKABELIGE SKRIFTER

A.

UDGIVET AF

DANMARKS NATURVIDENSKABELIGE SAMFUND

VED UDVALGET FOR *INGENIØRVIDENSKABELIG FORSKNING*

A. 1. *M. Rubner:* Aus dem Leben einer Zelle. 1913. (Pris: Kr. 0,50).

2. *Niels Bjerrum:* Nyere Undersøgelser over Atomernes Bevægelser med særligt Henblik paa Kvantehypotesen. 1915. (Pris: Kr. 0,50).

3. *Kølpin Ravn:* Om Agerbruget paa St. Croix. 1915. (Pris: Kr. 0,50).

4. Fru *Kirstine Meyer:* Ole Rømer. Ved Afsløring af Ole Rømer Statuen. 1918. (Pris: Kr. 0,50).

5. *E. Strömgren:* Ole Rømer som Astronom. 1918. (Pris: Kr. 0,50).

6. *M. C. Harding:* Ole Rømer som Ingeniør. 1918. (Pris: Kr. 0,50).

7. *E. S. Mitscherlich:* Om Vækstfaktorernes Virkningslov. 1921. (Pris: Kr. 0,50).

8. *A. Wegener:* 1) Kontinenternes Forskydning. 2) Jordskorpens Natur. 3) Fortidens Klimater. 1922. (Pris: Kr. 0,50).

9. *F. C. Becker, C. Janholm* og *P. E. Raaschou:* Om Tørringsprocessen. 1925. (Pris: Kr. 0,50).

10. *A. Oppermann:* Nyere Principper i Skovdyrkningen. 1925. (Pris: Kr. 1,50).

11. *P. E. Raaschou* med Assistance af *N. C. Janholm* og *A. Ranløv:* En Undersøgelse over Varmeøkonomien ved Gasværksovne. 1926. (Pris: Kr. 1,00).

12. Ingeniørkaptajn *K. Prytz* i Samarbejde med Professor *G. Schønweller* og Ingeniør *Th. Claudi Westh:* Sammenhængen mellem Nedbør og Tilstrømning til Nissum Fjord. 1926. (Pris: Kr. 1,50).

13. *P. E. Raaschou* og *V. Ahrend Larsen:* En Undersøgelse over Bomuldsstoffernes Paavirkning ved Vask, specielt med perboratholdige Vaskemidler. 1927. (Pris: Kr. 1,50).

14. *H. I. Hannover:* Om Molersten, — en betydningsfuld dansk Specialindustris Udvikling. 1927. (Pris: Kr. 2,50).

15a & b. *P. O. Pedersen:* The Propagation of Radio Waves. 1927. (Pris: Kr. 15).

16. *A. Ostenfeld:* Polyteknisk Læreanstalt Laboratorium for Bygningsstatik 1. 1928. (Pris: Kr. 1,50).

17. *K. W. Johansen:* Om Virkningen af Bøjler og Skraajærn i Jærnbetonbjælker. 1928. (Pris: Kr. 2,00).

18. *P. O. Pedersen:* Et Par Anvendelser af elektriske Udladninger i Maaletekniken: Smaatidsmaaling og Klydonograf. (Pris: Kr. 1,00).

19. *A. Ostenfeld:* Exzentrisch beanspruchte Säulen, Versuche mit Holzsäulen, Querschnittsbemessung. With an English Summary. 1929. (Pris: Kr. 3,00).

20. *Vilhelm Marstrand:* Ingeniøren og Fysikeren Ludvig August Colding. Mindeskrift i Anledning af Den polytekniske Læreanstalts Hundredaarsfest. 1929. (Pris: Kr. 2,00).

21. *A. Ostenfeld:* Exzentrisch beanspruchte Säulen, Versuche mit Stahlsäulen Querschnittsbemessung. With an English Summary — Avec un resumé en français. 1930. (Pris: 3,00).

22. *Axel Bendixsen:* Beregning af Spændingerne i krumme Flader, specielt Kuglefladen. Mit einem deutschen Resumé. 1930. (Pris: Kr. 3,00).

23. *J. O. V. Irminger* and *Chr. Nøkkentved:* Wind-Pressure on Buildings Experimental Researches. 1930. (Pris: Kr. 10,00).

Digitized by Google

24. *Jul. Hartmann:* The Jet-Wave Rectifier. 1931. (Pris: Kr. 30,00).
25. *Walter Engel:* Die heutige theoretische Grundlage der Materialprüfung der Metalle. 1931. (Pris: Kr. 3,00).
26. *A. Ostenfeld:* Exzentrisch beanspruchte Säulen III beliebige Exzentrizität. Versuche mit Holz- und Stahlsäulen. With an english summary. 1931. (Pris: Kr. 4,00).
27. *K. Prytz:* Messung der Wasserführung von Dränsträngen. 1931. (Pris: Kr. 0,75).
28. *Fr. Johannsen:* Ingeniør C. Winsløw's Teori om Jordoverfladens Udformning ved planetariske Kræfter. Avec un resumé en français. 1931. (Pris: Kr. 0,50).
29. *Dansk Selskab for Bygningsstatik* og *Dansk Ingeniørforenings Udvalg for rationel Betonblanding:* Forsøg med Beton og Tilslagsstoffer. Mit einer deutschen Zusammenfassung. 1931. (Pris: Kr. 2,50).
30. *William Rung:* Tafeln zur Berechnung von Hochspannungsleitungen bis 1000 km Länge nebst kurzer Theorie. 1931. (Pris: Kr. 4,50).
31. *Niels Engel:* Untersuchungen über die Stahlhärtung. 1931. (Pris: Kr. 10.00).
32. *The Technical Staff of the Copenhagen Telephone Company:* The Development of Telephonic Communication in Copenhagen 1881—1931. 1932. (Pris: Kr. 8,00).
33. *K. Prytz:* Der Kreislauf des Wassers auf unberührtem Hochmoor. 1932. (Pris: Kr. 3,00).
34. *Povl Vinding:* Beiträge zur Lehre der Elektrizitätstarife. 1933. (Pris: Kr. 10,00).
35. *P. O. Pedersen:* Sub-harmonics in Forced Oscillations in Dissipative Systems. 1933. (Pris: Kr. 8,00).

B.

UDGIVET AF

DANSK INGENIØRFORENING

B. 1. Isolatorbindinger. Udvalgsberetning. 1929. (Pris: Kr. 1,25).
2. Beretning om Det nordiske Ingeniørmøde i København 28.—31. August 1929 samt om Den polytekniske Læreanstalts 100-Aars Fest. 1930. (Pris: Kr. 10,00).
3. *E. Suenson:* Cementrørs Vandtæthed. With an English Summary. 1930. (Pris: Kr. 2,50).
4. *Anker Engelund:* Alssundbroen. With an English Summary. 1930. (Pris: Kr. 3,00).
5. *Henry Stjernqvist:* Studier i Elektricitetsværks Statistik. With an English Summary. 1931. (Pris: Kr. 2,50).
6. *Emanuel Hansen & Povl Vinding:* Undersøgelser angaaende Stofskiftet ved Træningsarbejder for Rogdykkere. 1932. (Pris: Kr. 1,00).
7. *A. Rye Clausen:* Bidrag til en rationel Bestemmelse af Tidspunktet for Fornyelsen eller Ændringen af et producerende Anlæg. 1932. (Pris: Kr. 1,50).
8. *P. Rønne:* Rørkrumning i Vandrørskedlen. Aarsag og Følger. 1932. (Pris: Kr. 1,50).
9. *G. Schønweller:* On Some Hydraulic Model Tests. Performed in 1929—31 for the Board of Maritime Works of the State of Denmark. 1933. (Pris: Kr. 2,00).
10. *C. W. Prohaska:* Simpler Equations for Catenarys. Avec un resumé en français. 1933. (Pris: Kr. 1,50).

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

INGENIØRVIDENSKABELIGE SKRIFTER
B Nr. 10

SIMPLER EQUATIONS
FOR
CATENARYS

BY

C. W. PROHASKA
MEMBER OF
INSTITUTION OF DANISH CIVIL ENGINEERS

DANSK INGENIØRFORENING
ON COMMISSION BY G. E. C. GAD · 32 VIMMELSKAFTET
COPENHAGEN
1933

Digitized by Google

COPYRIGHT, 1933, BY C. W. PROHASKA
HOLTE, DENMARK

Printed by J. Jørgensen & Co. Copenhagen

Digitized by Google

SIMPLER EQUATIONS FOR CATENARYS

WITH SPECIAL APPLICATION TO DREDGER BUCKET CHAINS

The formulae for the *Catenary* as they generally are given in technical books and hand books are very complicated, and the calculation of only a few points of the curve requires a good deal of work and time.

Where catenarys are used in engineering it is in most cases necessary to design more than one curve. The length of the curve or the position of the points of support may be liable to variations, and the main disadvantage of the usual formula is, that the influence of such variations on the form of the curve is not clearly shown by them.

The following pages will contain a set of formulae being simpler in their form as the hyperbolic fonctions are eliminated, and permitting to a certain extent the direct calculation of the above mentioned variations. —

CATENARY FORMULAE

The catenary formulae contain 7 coefficients: k_1, k_2, $\cdots\cdot$, k_7, which are given in the Tables I & II on the basis of the expressions —

$$f_1 = \frac{\sqrt{L^2 - b^2}}{a}, \quad f_2 = \frac{b}{L} \quad \text{and} \quad f_3 = \frac{b\,(L - r)}{L \cdot r - b^2},$$

where »L« is the length of the catenary (Fig. 1),

»a« is the horizontal distance between the points of support,

»b« is the vertical distance between the same points and »r« $= \sqrt{a^2 + b^2}$ is the chord.

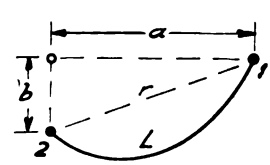


Fig. 1.

The mathematical development of the equations is given in an appendix (p. 17)

1. 3 POINTS AND 3 TANGENTS

If the problem is simply *design* of the curve, 3 points and 3 tangents will in most cases be sufficient to permit this with a fair degree of

Digitized by Google

$f_1 = \frac{\sqrt{L^2-b^2}}{a}$	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	$f_1 = \frac{\sqrt{L^2-b^2}}{a}$	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
1.00025	12.5000	12.5069	12.4969	0.0100	0.0069	1.0512	0.9091	0.9990	0.8648	0.1342	0.0899
1.00040	10.0000	10.0085	9.9960	0.0125	0.0085	1.0531	0.8929	0.9843	0.8479	0.1365	0.0914
1.00058	8.3333	8.3435	8.3285	0.0150	0.0102	1.0550	0.8772	0.9702	0.8314	0.1388	0.0930
1.00080	7.1429	7.1546	7.1371	0.0175	0.0118	1.0570	0.8621	0.9566	0.8156	0.1411	0.0945
1.00105	6.2500	6.2634	6.2434	0.0200	0.0135	1.0590	0.8475	0.9436	0.8002	0.1434	0.0961
1.00133	5.5556	5.5707	5.5482	0.0225	0.0151	1.0611	0.8333	0.9310	0.7854	0.1456	0.0977
1.00165	5.0000	5.0167	4.9918	0.0250	0.0168	1.0632	0.8197	0.9189	0.7710	0.1479	0.0992
1.00200	4.5455	4.5639	4.5364	0.0275	0.0184	1.0653	0.8065	0.9072	0.7570	0.1502	0.1007
1.00238	4.1667	4.1867	4.1568	0.0300	0.0201	1.0675	0.7937	0.8960	0.7435	0.1525	0.1023
1.00280	3.8462	3.8679	3.8354	0.0325	0.0217	1.0697	0.7813	0.8851	0.7304	0.1547	0.1038
1.00325	3.5714	3.5948	3.5599	0.0350	0.0234	1.0719	0.7692	0.8746	0.7176	0.1570	0.1054
1.00373	3.3333	3.3584	3.3209	0.0375	0.0251	1.0742	0.7576	0.8645	0.7052	0.1593	0.1069
1.00425	3.1250	3.1517	3.1118	0.0400	0.0267	1.0765	0.7463	0.8547	0.6932	0.1615	0.1084
1.00482	2.9412	2.9694	2.9271	0.0425	0.0283	1.0789	0.7353	0.8453	0.6815	0.1638	0.1100
1.00539	2.7778	2.8078	2.7629	0.0449	0.0300	1.0813	0.7246	0.8361	0.6702	0.1660	0.1115
1.00606	2.6316	2.6631	2.6157	0.0474	0.0316	1.0837	0.7143	0.8273	0.6591	0.1682	0.1130
1.0067	2.5000	2.5332	2.4834	0.0499	0.0332	1.0862	0.7042	0.8188	0.6484	0.1704	0.1146
1.0074	2.3810	2.4158	2.3635	0.0523	0.0348	1.0887	0.6944	0.8105	0.6379	0.1726	0.1161
1.0081	2.2727	2.3093	2.2545	0.0548	0.0366	1.0912	0.6849	0.8025	0.6277	0.1748	0.1175
1.0088	2.1739	2.2122	2.1549	0.0573	0.0383	1.0938	0.6757	0.7947	0.6177	0.1770	0.1190
1.0096	2.0833	2.1232	2.0635	0.0597	0.0399	1.0964	0.6667	0.7872	0.6080	0.1792	0.1205
1.0104	2.0000	2.0415	1.9793	0.0622	0.0415	1.0991	0.6579	0.7799	0.5986	0.1813	0.1220
1.0113	1.9231	1.9662	1.9016	0.0646	0.0431	1.1018	0.6494	0.7729	0.5894	0.1835	0.1235
1.0122	1.8519	1.8967	1.8296	0.0671	0.0448	1.1045	0.6410	0.7660	0.5804	0.1856	0.1250
1.0131	1.7857	1.8322	1.7626	0.0696	0.0465	1.1073	0.6329	0.7594	0.5716	0.1878	0.1265
1.0141	1.7241	1.7722	1.7002	0.0720	0.0481	1.1101	0.6250	0.7530	0.5630	0.1900	0.1280
1.0151	1.6667	1.7164	1.6419	0.0745	0.0497	1.1131	0.6173	0.7467	0.5546	0.1921	0.1295
1.0161	1.6129	1.6643	1.5874	0.0769	0.0514	1.1159	0.6097	0.7407	0.5464	0.1943	0.1310
1.0172	1.5625	1.6155	1.5361	0.0794	0.0530	1.1188	0.6024	0.7348	0.5384	0.1964	0.1324
1.0182	1.5152	1.5698	1.4880	0.0818	0.0546	1.1218	0.5952	0.7291	0.5306	0.1985	0.1339
1.0194	1.4706	1.5268	1.4426	0.0842	0.0562	1.1248	0.5882	0.7235	0.5229	0.2006	0.1353
1.0205	1.4286	1.4864	1.3998	0.0866	0.0578	1.1279	0.5814	0.7181	0.5155	0.2027	0.1367
1.0217	1.3889	1.4484	1.3593	0.0891	0.0595	1.1310	0.5747	0.7129	0.5081	0 2048	0.1382
1.0230	1.3514	1.4125	1.3210	0.0915	0.0611	1.1342	0.5682	0.7078	0.5010	0.2068	0.1396
1.0242	1.3158	1.3785	1.2847	0.0939	0.0627	1.1373	0.5618	0.7028	0.4940	0.2088	0.1410
1.0255	1.2821	1.3464	1.2501	0.0963	0.0643	1.1406	0.5556	0.6980	0.4871	0.2109	0.1424
1.0269	1.2500	1.3160	1.2173	0.0987	0.0660	1.1439	0.5495	0.6934	0.4803	0.2130	0.1439
1.0282	1.2195	1.2871	1.1860	0.1011	0.0676	1.1472	0.5435	0.6888	0.4738	0.2150	0.1453
1.0297	1.1905	1.2597	1.1562	0.1035	0.0692	1.1505	0.5376	0.6844	0.4673	0.2171	0.1468
1.0311	1.1628	1.2336	1.1277	0.1059	0.0708	1.1539	0.5319	0.6801	0.4610	0.2191	0.1482
1.0326	1.1364	1.2088	1.1005	0.1083	0.0724	1.1574	0.5263	0.6759	0.4548	0.2211	0.1496
1.0341	1.1112	1.1851	1.0745	0.1107	0.0740	1.1608	0.5208	0 6718	0.4487	0.2231	0.1510
1.0357	1.0870	1.1626	1.0495	0.1131	0.0756	1.1644	0.5155	0.6678	0.4427	0 2251	0.1524
1.0372	1.0638	1.1410	1 0256	0.1154	0.0772	1.1679	0.5102	0.6640	0.4368	0.2271	0.1538
1.0389	1.0417	1.1205	1.0027	0.1178	0.0788	1.1715	0.5051	0.6602	0.4311	0.2291	0.1551
1.0405	1.0204	1.1008	0.9807	0.1201	0.0804	1.1752	0.5000	0.6565	0.4255	0.2310	0.1565
1.0422	1.0000	1.0820	0.9595	0.1225	0.0820	1.1789	0.4950	0.6529	0.4199	0.2330	0.1579
1.0439	0.9804	1.0639	0.9391	0.1248	0.0836	1.1826	0.4902	0.6495	0.4145	0.2350	0.1593
1.0457	0.9615	1.0467	0.9195	0.1272	0.0852	1.1864	0.4854	0.6461	0.4092	0.2369	0.1607
1.0475	0.9434	1.0301	0.9006	0.1295	0.0867	1.1903	0.4808	0.6428	0.4039	0.2389	0.1620
1.0493	0.9259	1.0142	0.8824	0.1318	0.0883	1.1942	0.4762	0.6395	0.3988	0.2408	0.1633
1.0512	0.9091	0.9990	0.8648	0.1342	0.0899	1.1981	0.4717	0.6364	0.3937	0.2427	0.1647

Digitized by Google

$f_1 = 1.1981—1.4645$

TABLE I.

$f_1 = 1.4645—2.0030$

$f_1 = \frac{\sqrt{L^2-b^2}}{a}$	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	$f_1 = \frac{\sqrt{L^2-b^2}}{a}$	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
1.1981	0.4717	0.6364	0.3937	0.2427	0.1647	1.4645	0.3185	0.5452	0.2175	0.3277	0.2267
1.2020	0.4673	0.6333	0.3887	0.2446	0.1660	1.4712	0.3165	0.5443	0.2151	0.3292	0.2278
1.2061	0.4630	0.6304	0.3839	0.2465	0.1674	1.4779	0.3145	0.5434	0.2128	0.3306	0.2289
1.2101	0.4587	0.6274	0.3791	0.2483	0.1687	1.4847	0.3125	0.5425	0.2105	0.3320	0.2300
1.2142	0.4545	0.6246	0.3743	0.2502	0.1701	1.4916	0.3106	0.5416	0.2082	0.3334	0.2311
1.2184	0.4505	0.6218	0.3697	0.2521	0.1714	1.4985	0.3086	0.5408	0.2060	0.3348	0.2322
1.2226	0.4464	0.6191	0.3652	0.2539	0.1727	1.5055	0.3067	0.5399	0.2038	0.3361	0.2332
1.2268	0.4425	0.6165	0.3607	0.2558	0.1740	1.5126	0.3049	0.5391	0.2016	0.3375	0.2342
1.2311	0.4386	0.6139	0.3563	0.2576	0.1753	1.5197	0.3030	0.5383	0.1994	0.3389	0.2353
1.2355	0.4348	0.6114	0.3519	0.2595	0.1766	1.5269	0.3012	0.5375	0.1973	0.3402	0.2363
1.2399	0.4310	0.6090	0.3477	0.2613	0.1779	1.5341	0.2994	0.5367	0.1952	0.3415	0.2373
1.2443	0.4274	0.6066	0.3435	0.2631	0.1792	1.5414	0.2976	0.5360	0.1931	0.3429	0.2384
1.2488	0.4237	0.6043	0.3393	0.2650	0.1805	1.5488	0.2959	0.5352	0.1910	0.3442	0.2394
1.2533	0.4202	0.6020	0.3352	0.2668	0.1818	1.5563	0.2941	0.5345	0.1890	0.3455	0.2404
1.2579	0.4167	0.5998	0.3312	0.2686	0.1831	1.5638	0.2924	0.5338	0.1870	0.3468	0.2414
1.2625	0.4132	0.5976	0.3273	0.2703	0.1844	1.5714	0.2907	0.5331	0.1850	0.3481	0.2424
1.2672	0.4099	0.5955	0.3234	0.2721	0.1856	1.5790	0.2890	0.5325	0.1830	0.3496	0.2434
1.2719	0.4065	0.5934	0.3196	0.2738	0.1869	1.5867	0.2874	0.5318	0.1811	0.3507	0.2444
1.2767	0.4032	0.5914	0.3158	0.2756	0.1882	1.5945	0.2857	0.5311	0.1792	0.3519	0.2454
1.2815	0.4000	0.5894	0.3121	0.2773	0.1894	1.6024	0.2841	0.5305	0.1773	0.3532	0.2464
1.2864	0.3968	0.5875	0.3085	0.2790	0.1907	1.6103	0.2825	0.5299	0.1754	0.3545	0.2474
1.2913	0.3937	0.5856	0.3049	0.2807	0.1919	1.6183	0.2809	0.5293	0.1736	0.3557	0.2484
1.2963	0.3906	0.5838	0.3013	0.2825	0.1932	1.6264	0.2793	0.5287	0.1717	0.3570	0.2494
1.3014	0.3876	0.5820	0.2978	0.2842	0.1944	1.6345	0.2778	0.5281	0.1699	0.3582	0.2503
1.3064	0.3846	0.5802	0.2944	0.2858	0.1956	1.6428	0.2762	0.5275	0.1682	0.3594	0.2513
1.3116	0.3817	0.5785	0.2910	0.2875	0.1968	1.6511	0.2747	0.5270	0.1664	0.3606	0.2523
1.3168	0.3788	0.5768	0.2877	0.2891	0.1980	1.6594	0.2732	0.5264	0.1647	0.3618	0.2532
1.3220	0.3759	0.5752	0.2844	0.2908	0.1993	1.6679	0.2717	0.5259	0.1629	0.3630	0.2542
1.3273	0.3731	0.5736	0.2811	0.2925	0.2005	1.6764	0.2703	0.5254	0.1612	0.3642	0.2551
1.3327	0.3704	0.5720	0.2779	0.2941	0.2017	1.6850	0.2688	0.5248	0.1595	0.3653	0.2560
1.3381	0.3676	0.5705	0.2748	0.2957	0.2029	1.6936	0.2674	0.5243	0.1579	0.3664	0.2569
1.3435	0.3650	0.5690	0.2716	0.2974	0.2041	1.7024	0.2660	0.5238	0.1562	0.3676	1.2578
1.3490	0.3623	0.5676	0.2686	0.2990	0.2053	1.7112	0.2646	0.5234	0.1546	0.3688	0.2588
1.3546	0.3597	0.5661	0.2655	0.3006	0.2064	1.7201	0.2632	0.5229	0.1530	0.3699	0.2597
1.3602	0.3571	0.5647	0.2626	0.3022	0.2076	1.7291	0.2618	0.5224	0.1514	0.3710	0.2606
1.3659	0.3546	0.5634	0.2596	0.3038	0.2088	1.7381	0.2604	0.5220	0.1498	0.3721	0.2615
1.3716	0.3521	0.5621	0.2567	0.3054	0.2100	1.7472	0.2591	0.5215	0.1483	0.3732	0.2624
1.3774	0.3497	0.5607	0.2538	0.3069	0.2111	1.7564	0.2577	0.5211	0.1467	0.3743	0.2633
1.3833	0.3472	0.5595	0.2510	0.3085	0.2123	1.7657	0.2564	0.5207	0.1452	0.3754	0.2642
1.3892	0.3448	0.5582	0.2482	0.3100	0.2134	1.7751	0.2551	0.5202	0.1437	0.3765	0.2651
1.3950	0.3425	0.5570	0.2455	0.3115	0.2145	1.7941	0.2525	0.5194	0.1408	0.3786	0.2669
1.4011	0.3401	0.5558	0.2428	0.3130	0.2157	1.8134	0.2500	0.5187	0.1379	0.3808	0.2687
1.4072	0.3379	0.5547	0.2401	0.3146	0.2168	1.8331	0.2475	0.5179	0.1350	0.3829	0.2704
1.4133	0.3356	0.5535	0.2374	0.3161	0.2179	1.8531	0.2451	0.5172	0.1323	0.3849	0.2721
1.4195	0.3333	0.5524	0.2348	1.3176	0.2191	1.8734	0.2427	0.5165	0.1296	0.3869	0.2738
1.4258	0.3311	0.5513	0.2322	0.3191	0.2202	1.8941	0.2404	0.5159	0.1269	0.3890	0.2755
1.4321	0.3289	0.5502	0.2297	0.3205	0.2213	1.9152	0.2381	0.5152	0.1243	0.3909	0.2771
1.4384	0.3268	0.5492	0.2272	0.3220	0.2224	1.9366	0.2358	0.5146	0.1218	0.3928	0.2788
1.4449	0.3247	0.5482	0.2247	0.3235	0.2235	1.9584	0.2336	0.5140	0.1193	0.3947	0.2804
1.4514	0.3226	0.5472	0.2223	0.3249	0.2246	1.9805	0.2315	0.5135	0.1169	0.3966	0.2820
1.4579	0.3205	0.5462	0.2198	0.3263	0.2257	2.0030	0.2294	0.5129	0.1145	0.3984	0.2835
1.4645	0.3185	0.5452	0.2175	0.3277	0.2267						

Digitized by Google

TABLE II.

$f_2=\frac{b}{L}$	K_6	$f_2=\frac{b}{L}$	K_6	$f_2=\frac{b}{L}$	K_6	$f_2=\frac{b}{L}$	K_6
0.00	0.0000	0.25	0.2554	0.50	0.5493	0.75	0.9730
0.01	0.0100	0.26	0.2662	0.51	0.5628	0.76	0.9962
0.02	0.0200	0.27	0.2769	0.52	0.5763	0.77	1.0204
0.03	0.0300	0.28	0.2877	0.53	0.5902	0.78	1.0454
0.04	0.0400	0.29	0.2985	0.54	0.6041	0.79	1.0715
0.05	0.0501	0.30	0.3094	0.55	0.6184	0.80	1.0987
0.06	0.0601	0.31	0.3206	0.56	0.6328	0.81	1.1270
0.07	0.0701	0.32	0.3317	0.57	0.6475	0.82	1.1568
0.08	0.0802	0.33	0.3429	0.58	0.6628	0.83	1.1652
0.09	0.0903	0.34	0.3541	0.59	0.6777	0.84	1.1982
0.10	0.1004	0.35	0.3654	0.60	0.6931	0.85	1.2560
0.11	0.1104	0.36	0.3768	0.61	0.7089	0.86	1.2931
0.12	0.1205	0.37	0.3884	0.62	0.7250	0.87	1.3331
0.13	0.1308	0.38	0.4001	0.63	0.7414	0.88	1.3758
0.14	0.1409	0.39	0.4118	0.64	0.7581	0.89	1.4220
0.15	0.1512	0.40	0.4236	0.65	0.7753	0.90	1.4723
0.16	0.1614	0.41	0.4355	0.66	0.7928	0.91	1.5275
0.17	0.1717	0.42	0.4477	0.67	0.8107	0.92	1.5890
0.18	0.1820	0.43	0.4598	0.68	0.8292	0.93	1.6584
0.19	0.1923	0.44	0.4723	0.69	0.8479	0.94	1.7380
0.20	0.2027	0.45	0.4847	0.70	0.8673	0.95	1.8317
0.21	0.2132	0.46	0.4974	0.71	0.8872	0.96	1.9459
0.22	0.2237	0.47	0.5100	0.72	0.9076	0.97	2.0924
0.23	0.2342	0.48	0.5230	0.73	0.9286	0.98	2.2976
0.24	0.2448	0.49	0.5360	0.74	0.9504	0.99	2.6467
0.25	0.2554	0.50	0.5493	0.75	0.9730	1.00	∞

exactitude. When the two points of support are known, there remains only one intermediate point to be determined. Most easily found is the point of intersection between the curve and the »mean-vertical«, this being the vertical bisecting »a« (Fig. 2). »m« is the distance on this line between its intersections with the curve and the chord through the points of support, and —

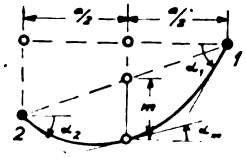


Fig. 2.

$$m = k_4 \cdot L.$$

(The coefficient k_4 is taken from Table I, where it is given on the basis of $f_1 = \frac{\sqrt{L^2 - b^2}}{a}$).

The tangents to the 3 points are determined by —

Digitized by Google

$$\tan \alpha_m = \frac{b}{\sqrt{L^2 - b^2}}; \quad \left.\begin{matrix}\tan \alpha_1 \\ \tan \alpha_2\end{matrix}\right\} = \frac{\frac{L}{2} \pm k_2 b}{k_1 \cdot a};$$

(Index »1« indicates the higher, »2« the lower of the two points of support. — k_1 & k_2 are given in Table I. — The expression for $\tan \alpha_2$ becomes negative, when the lowest point of the curve occurs outside of the space limited by the verticals through »1« & »2«).

2. THE HORIZONTAL TANGENT

The lowest point of the curve is often of importance. Its vertical distance below the line through the supports is given by —

$$\underline{d = k_2 \cdot L - k_1 \cdot a,}$$

and its touching point is situated at a distance x_m from the mean vertical —

$$\underline{x_m = k_1 \cdot a \cdot k_6;}$$

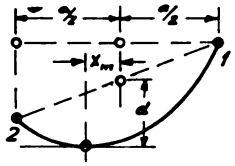


Fig. 3.

(k_6 is taken from Table II, $f_2 = \frac{b}{L}$ being first calculated. When $b = 0$, d of course $= m$, and the simpler expression for the latter is used).

3. ARBITRARY POINTS

Other points than the above mentioned (and their symmetrical points about the vertical through the touching point of the horizontal tangent) are to be determined by the usual formula —

$$y = c \cdot \text{Cosh} \frac{x}{c},$$

where —

$$c = k_1 \cdot a;$$

The system of co-ordinates is determined by —

$$z = k_2 \cdot L, \quad x_m = k_6 \cdot c,$$

and

$$\tan \alpha = \text{Sinh} \frac{x}{c} \quad \text{or} \quad \cos \alpha = \frac{c}{y}$$

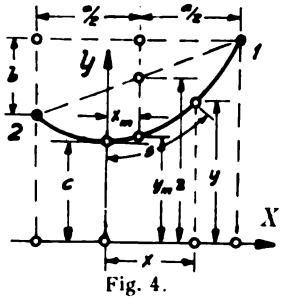


Fig. 4.

gives the arbitrary tangents. The ordinate to the point of intersection with the mean vertical is —

$$y_m = k_3 \cdot L.$$

Digitized by Google

4. THE LENGTH ON THE CURVE

from its lowest point to a point (x, y) is given by —

$$s = c \cdot \operatorname{Sinh} \frac{x}{c} = c \cdot \tan \alpha = \sqrt{y^2 - c^2};$$

for the supports —

$$\left.\begin{matrix} s_1 \\ s_2 \end{matrix}\right\} = \frac{L}{2} \pm k_2 b.$$

5. THE TANGENT PARALLEL TO 1—2

(Fig. 5) is situated —

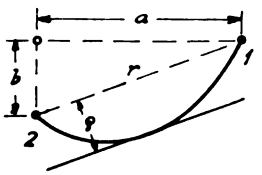


Fig. 5.

$$q = k_2 \cdot L - k_1 (r - k_7 \cdot b)$$

below »1—2«, measured vertically.

k_7 is taken from Table 2, putting in this case —

$$f = \frac{b (L - r)}{L \cdot r - b^2}.$$

The distance between the two parallels is

$$\rho = k_2 \cdot \frac{a \cdot L}{r} - k_1 a \left(1 - k_7 \cdot \frac{b}{r}\right).$$

6. THE CENTRE OF GRAVITY

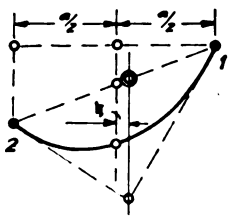


Fig. 6.

of the chain is situated on the vertical, which is distant —

$$\xi = k_5 \cdot \frac{a \cdot b}{L}$$

from the mean-vertical in the direction of the upper support (Fig. 6).

7. THE TENSION

The tension, $T = p \cdot y$, »p« being the weight per unit run. For the supports —

$$\left.\begin{matrix} T_1 \\ T_2 \end{matrix}\right\} = p \left(k_2 \cdot L \pm \frac{b}{2}\right).$$

The horizontal component of the tension is constant along the curve —

$$H = p \cdot c = p \cdot k_1 a.$$

Digitized by Google

All the above equations are, as it will be seen from the appendix, mathematically correct expressions for the catenary. (They do not take into account the modification of the curve due to the increase of the length caused by the tension, this modification being insignificant in most cases, and at least without importance for the design of dredger bucket chains). These equations will, in the form in which they are given, be sufficient for many practical purposes, but the multitude of problems in which catenarys enter makes it almost impossible to give ready-made formulae for every case which can be met with in engineering. From the above formulae it is, however, easy to work out new formulae to suit a great deal of catenary problems.

Below will be given some practical examples, all dealing with dredger bucket chains, and in which some new formulae will be developed. One of these (see Ex. 5) is of great use in the design of bucket dredgers.

EXAMPLES

THE GEOMETRY OF BUCKET CHAINS

Example 1.

A bucket chain is 45,54 meters long between the tumblers, a = 31,64 m; b = 31,40 m; design the catenary —

$$f_1 = \frac{32.98}{31.64} = 1.042, \quad \text{hence} — \quad m = 0.1223 \cdot 45.54 = 5.57 \text{ meters},$$

$$\tan \alpha_m = \frac{31.40}{32.98} = 0.953$$

and

$$\left.\begin{matrix}\tan \alpha_1 \\ \tan \alpha_2\end{matrix}\right\} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 45.54 \pm 1.0844 \cdot 31.40}{1.0025 \cdot 31.64} = \left\{\begin{matrix}1.793 \\ (—)\ 0.356\end{matrix}\right. .$$

The length »L« marked on the batten checks the calculation.

Example 2.

The above chain stretches in use due to the wear on the bolts and the continuous hammering of the links against the tumblers. How much has it increased its length when the lower tangent has become horizontal?

$$\tan \alpha_2 = 0, \quad \text{hence} \quad \frac{L}{2} = k_2 \cdot b$$

and

$$f_1 = \frac{b}{a} \sqrt{(2k_2)^2 - 1} = 0.993 \cdot \sqrt{(2k_2)^2 - 1},$$

and by trial on the slide rule, using Table I —

Digitized by Google

$$f_1 = 1.111, \quad k_2 = 0.750,$$

thus

$$L = 2b \cdot k_2 = 47.10, \text{ or a lengthening of } 1.56 \text{ m.}$$

Example 3.

Dredging in shallow water (Fig. 7) the lowest point of the catenary will occur between the tumblers. The reaction from the ground will therefore modify the form of the curve. On very hard ground the chain would take the form (B) with a horizontal part (Δ) near the bottom tumbler. In ordinary sand or mud the chain will take a position intermediate between the curves (A) and (B).

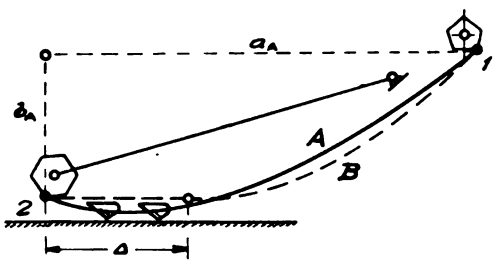


Fig. 7.

(A) is calculated in the ordinary way (Ex. 1). To find (B) proceed as follows:

$$L_B = L_A - \Delta; \quad a_B = a_A - \Delta; \quad b_B = b_A;$$

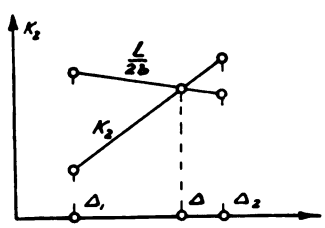


Fig. 8.

$$\tan \alpha_2 = 0 = \frac{\frac{L}{2} - k_2 b}{k_1 \cdot a},$$

or

$$k_2 = \frac{L_B}{2b}.$$

For two or three estimated values of Δ (Fig. 8), f_1 is found by $f_1 = \frac{\sqrt{L^2_B - b^2}}{a_B}$ and k_2 by Table I. A curve is drawn for k_2 thus found, another for $\frac{L_B}{2b}$, their intersection gives Δ, and the problem is reduced to Ex. 1.

As a part of the chain is submerged in the water, the buoyancy will change the form of the curve and reduce the tension in the chain. The calculation of this modification of the curve is rather complicated, and the error committed in neglecting the buoyancy is mostly without importance (Ex. 4).

For the determination of the tensions, however, it must not be forgotten that the buoyancy of the immerged length »L_1« reduces the mean weight per unit run. The weight »p« to use in the tension formula is found as follows —

Digitized by Google

$$\frac{\text{p in air}}{\text{p in water}} = \frac{p_a}{p_w} = \frac{7.85}{7.85 - 1.025} = 1.15,$$

$$p = \frac{p_w \cdot L_i + (L - L_i) \cdot p_a}{L} = p_a + \frac{L_i}{L}(p_w - p_a) = p_a\left(1 - \frac{0.15 L_i}{1.15 L}\right)$$

or —

$$\underline{p = p_a\left(1 - \frac{3}{23} \cdot \frac{L_i}{L}\right);}$$

Example 4.

A-B in Fig. 9 represents the true curve of equilibrium for a chain suspended between »1« and »2«, »1« being above and »2« below the water line. »A« and »B« are both catenarys; they have the same tangent and the same tension at the water line —

$$\cos \alpha = \frac{c_A}{y_A} = \frac{c_B}{y_B}$$

and

$$T_A = T_B$$

or

$$\frac{y_A}{c_A} = \text{Cosh}\,\frac{x_A}{c_A}$$

$$= \frac{y_B}{c_B} = \text{Cosh}\,\frac{x_B}{c_B}$$

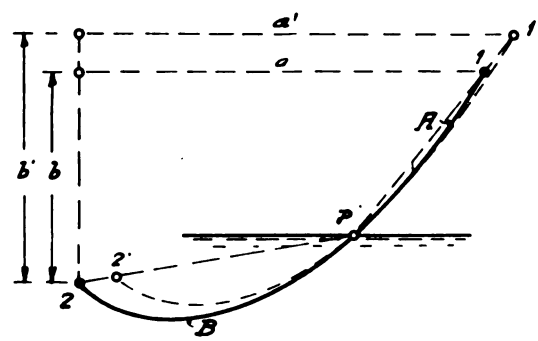


Fig. 9.

and

$$H_A = H_B = p_A \cdot c_A = p_B \cdot c_B.$$

Thus

$$\frac{p_A}{p_B} = \frac{c_B}{c_A} = \frac{y_B}{y_A} = \frac{x_B}{x_A} = \frac{s_B}{s_A}$$

$$\left(\text{as } \frac{s_A}{c_A} = \text{Sinh}\,\frac{x_A}{c_A} = \text{Sinh}\,\frac{x_B}{c_B} = \frac{s_B}{c_B}\right),$$

which shows that the two catenarys are similar with the unknown point »p« as the centre of affinity.

$$\frac{p_A}{p_B} = \frac{7.85}{7.85 - 1.025} = 1.15, \text{ thus } \frac{\smile(2\text{-}P\text{-}1')}{\smile(2'\text{-}P\text{-}1)} = 1.15.$$

The constants of the catenary »B« are found by means of —

$$f_1 = \frac{\sqrt{L_1^2 - b_1^2}}{a_1} \quad \text{and} \quad f_2 = \frac{b_1}{L_1},$$

where —

Digitized by Google

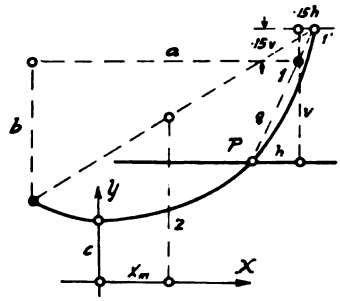


Fig. 10.

$$a_1 = a + 0.15h,$$
$$b_1 = b + 0.15v,$$

and

$$L_1 \sim L + 0.15q \quad (q = \sqrt{h^2 + v^2}).$$

$$\frac{y}{c} = \text{Cosh}\,\frac{x}{c}$$

and as

$$\frac{y}{c} = \frac{k_2 L_1 - 1.15 \cdot v + \frac{b_1}{2}}{k_1 \cdot a_1}$$

and

$$\text{Cosh}\,\frac{x}{c} = \text{Cosh}\,\frac{k_6 k_1 \cdot a_1 + \frac{a_1}{2} - 1.15h}{k_1 \cdot a_1},$$

the unknown »h« is found in calculating these two expressions for two or three values of »h«, and drawing the corresponding curves (Fig. 11). »h« thus found, the problem is reduced to Ex. 1.

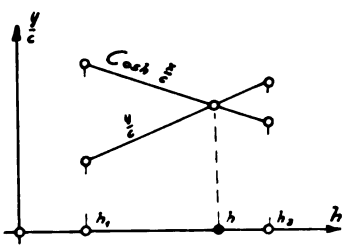


Fig. 11.

A numerical example will best show the influence of the buoyancy. The tensions and their directions are found, as well by the approximate method given in Example 1, as by the more correct method indicated above. The following figures refers to an existing dredger, working in shallow water —

$a = 40.72$, $b = 15.76$, $L = 45.72$, $v = 11.97$, $p = 1{,}41$ tons pr. m,
$L_i = 27.50$.

1st method:

$$f_1 = 1.05398, \quad k_1 = 0.8855, \quad k_2 = 0.9776$$

and

$$\left.\begin{matrix}\tan\alpha_1 \\ \tan\alpha_2\end{matrix}\right\} = \frac{22.86 \pm 15.41}{36.058} = \left\{\begin{matrix}1.061 \\ 0.207\end{matrix}\right.;$$

further —

$$p = 1.41\left(1 - \frac{3}{23} \cdot \frac{27.50}{45.72}\right) = 1{,}30$$

or

$$\left.\begin{matrix}T_1 \\ T_2\end{matrix}\right\} = 1.30\,(0.9776 \cdot 45.72 \pm 7.88) = \left\{\begin{matrix}68.35 \text{ tons} \\ 47.87 \text{ tons}\end{matrix}\right..$$

Digitized by Google

The point of intersection with the water line is obtained from —

$$\frac{y}{c} = \text{Cosh}\,\frac{x}{c}$$

as follows —

$$y = k_2 \cdot L. + \frac{b}{2} - v = 40.61$$

$$c = k_1 \cdot a = 36.058$$

$$\frac{y}{c} = 1.1261 \quad \text{and} \quad \frac{x}{c} = 0.497$$

$$x = 36.058 \cdot 0.497 = 17.92$$

$$\underline{h} = \frac{a}{2} + k_6 \cdot c - x = \underline{15.40}$$

2nd method:

$\frac{y}{c}$ and $\text{Cosh}\,\frac{x}{c}$ are calculated for $h = 14$ and $h = 15$ —

$h = 14$	$h = 15$
$q = \sqrt{14^2 + 11.97^2} = 18.42$	$q = \sqrt{15^2 + 11.97^2} = 19.19$
$0.15 \cdot 14 = 2.10$	$0.15 \cdot 15 = 2.25$
$0.15 \cdot 11.97 = 1.80$	$0.15 \cdot 11.97 = 1.80$
$0.15 \cdot 18.42 = 2.76$	$0.15 \cdot 19.19 = 2.88$
thus —	
$a_1 = 42.82$, $b_1 = 17.56$, $L_1 = 48.48$,	$a_1 = 42.97$, $b_1 = 17.56$, $L_1 = 48.60$,
or	
$f_1 = 1.0554$	$f_1 = 1.0546$
$\frac{y}{c} = 1.1197$; $\text{Cosh}\,\frac{x}{c} = 1.1389$	$\frac{y}{c} = 1.1310$; $\text{Cosh}\,\frac{x}{c} = 1.1233$

By Fig. 11 —

$\underline{h = 14.72}$, $a_1 = 42.93$, $b_1 = 17.56$, $L_1 = 48.57$ and $f_1 = 1.0549$,

hence —

$$\left.\begin{matrix}\tan \alpha_1 \\ \tan \alpha_2\end{matrix}\right\} = \frac{24.285 \pm 0.9710 \cdot 17.56}{0.8780 \cdot 42.93} = \left\{\begin{matrix}1.097 \\ 0.192\end{matrix}\right.$$

and

$$\left.\begin{matrix}T_1 \\ T_2\end{matrix}\right\} = 1.226 \cdot (0.9710 \cdot 48.57 \pm 8.78) = \left\{\begin{matrix}68.59 \text{ tons} \\ 47.06 \text{ tons}\end{matrix}\right.$$

A comparison of the results found by the two methods shows that as far as regards tensions the first method is sufficiently exact; but

Digitized by Google

it will be noted that the buoyancy has shifted the point of intersection between the curve and the water line nearer to the upper support and that tan α_1 has increased. The upper part of the chain is therefore nearer to the shoot than the uncorrected catenary, a fact which can have its importance in the design of the moving gear for automatically manœuvered shoots. In the present case the displacement of the chain at the height of the door amounts to

$$(1.097 - 1.061) \cdot 4{,}5 \text{ m} = 16 \text{ cm},$$

in the water line to

$$15.40 - 14.72 = 68 \text{ cm}.$$

Example 5.

Fig. 12 represents the part of the chain which is situated between the ladder and the pentagone. The auxiliary ladder is not fitted; to determine the length and the position of this, it is useful to design the upper catenary for various tensions and loads. This problem is rapidly solved by means of the following formulae —

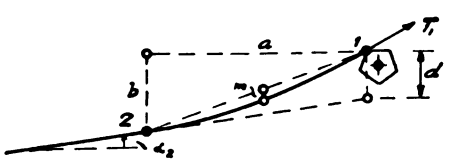


Fig. 12.

The horizontal span:

$$a = \frac{\sqrt{\frac{2T_1 \cdot d}{p}(1 + \varphi^2) - \frac{7}{3}d^2} - \frac{3}{2}\varphi d}{1 + \varphi^2},$$

and the dip below the chord:

$$m = \frac{1}{4}d,$$

where —

»T« is the tension developed at the pentagone,
»p« is the weight of the (loaded or empty) chain per unit run,
»φ« $= \tan \alpha_2$ the slope of the ladder, and
»d« the height of the upper support above the tangent to the lower (see Fig. 12).

These formulae are only approximations, but very close approximations, as it will be seen from the following calculation.

The second formula is the exact expression for parabolas and is usually applied to all flat curves.

The first formula is developed as follows —

Digitized by Google

$$\varphi = \tan \alpha_2 = \frac{k_2 b - \frac{L}{2}}{k_1 \cdot a}; \quad \frac{L}{2k_1 \cdot a} = \frac{k_2}{k_1} \cdot \frac{b}{a} - \varphi,$$

but

$$b = d + a\varphi, \quad \frac{b}{a} = \frac{d}{a} + \varphi;$$

thus

$$\frac{L}{2k_1 \cdot a} = \frac{k_2}{k_1} \cdot \frac{d}{a} + \frac{k_2 - k_1}{k_1} \varphi \backsim \frac{k_2}{k_1} \cdot \frac{d}{a}$$

for flat catenarys, or —

$$k_2 = \frac{L}{2 \cdot d}, \quad \left(\text{exactly: } k_2 = \frac{L}{2 \cdot d} - \frac{a\varphi}{d}(k_2 - k_1)\right).$$

Further is —

$$T_1 = p\left(k_2 \cdot L + \frac{b}{2}\right) = \frac{p}{2}\left(\frac{L^2}{d} + b\right)$$

and using

$$L = r + \frac{8}{3}\frac{m^2}{r},$$

which is the usual approximation for flat curves, we get —

$$L^2 = r^2 + \frac{16}{3} m^2 = a^2 + b^2 + \frac{16}{3} m^2;$$

Putting now

$$m = \frac{1}{4} \cdot d$$

or

$$L^2 = a^2 + b^2 + \frac{1}{3} \cdot d^2,$$

the tension is expressed by —

$$T_1 = \frac{p}{2}\left[\frac{a^2}{d}(1 + \varphi^2) + 3a\varphi + \frac{7}{3} d\right],$$

and solving this equation we get

$$a = \frac{\sqrt{\frac{2T_1 d}{p}(1 + \varphi^2) - \frac{7}{3} d^2 - \frac{1}{12} \varphi^2 d^2} - \frac{3}{2} \varphi d}{1 + \varphi^2}$$

or neglecting $\frac{1}{12} \varphi^2 d^2$ —

$$a = \frac{\sqrt{\frac{2T_1 d}{p}(1 + \varphi^2) - \frac{7}{3} d^2} - \frac{3}{2} \varphi d}{1 + \varphi^2}.$$

Digitized by Google

The approximation is best illustrated by figures taken from an existing dredger —

$$d = 1.85 \text{ m}, \quad \tan \alpha_2 = \varphi = 0.321, \quad T_1 = 63 \text{ t}, \quad p = 1.41 \text{ t/m}.$$

The formulae give —

$$\underline{a = 11.15} \quad \text{and} \quad \underline{m = 0.463};$$

the corresponding length —

$$L^2 = a^2 + b^2 + \frac{1}{3} d^2 = 154.95$$

or

$$L = 12.43,$$

and as —

$$k_2 = \frac{L}{2 \cdot d} - \frac{a\varphi}{d} (k_2 - k_1) = 3.36 - 0.05 = 3.31,$$

the tension becomes —

$$T_1 = 1.41 \cdot (3.31 \cdot 12.43 + 2.71) = 62 \text{ tons},$$

against the 63 t given.

Further —

$$f_1 = 1.00381$$

from Table I, and

$$L^2 = (f_1 \cdot a)^2 + b^2 = 154.76; \quad L = 12.44.$$

Finally —

$$m = k_4 \cdot L = 0.038 \cdot 12.44 = 0.473 \quad \text{against} \quad 0.463.$$

The errors are seen to be without importance and to be counteracting each other. For values of $\varphi > 0.35$ and $\frac{T}{p} < 10 \cdot d$ it will, however, be prudent to verify the formulae as above. For these limits the error is about 2 % on »T« and 4 % on »m«.

For the problem treated in this example (design of auxiliary ladder) the exactitude of the formulae will always be sufficient.

Example 6.

Where the auxiliary ladder touches the main ladder the chain under tension will form a small catenary (Fig. 13). The length of this unsupported part of the chain can easily be determined when $\frac{T}{p}$ is known approximately.

The formulae give —

Digitized by Google

$$\tan \alpha_1 = \frac{k_2 \cdot b + \frac{L}{2}}{k_1 \cdot a}$$

and

$$\tan \alpha_2 = \frac{k_2 \cdot b - \frac{L}{2}}{k_1 \cdot a} \quad \text{(as } \alpha_2 \text{ is negative)}$$

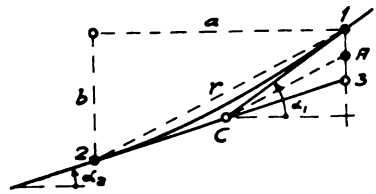


Fig. 13.

or

$$\frac{k_2}{k_1} \cdot \frac{2 \cdot b}{a} = \tan \alpha_1 + \tan \alpha_2$$

and approximately (putting $k_2 = k_1$) —

$$\frac{b}{a} = \frac{1}{2}(\tan \alpha_1 + \tan \alpha_2).$$

∴ *The chord is parallel to the line* »*C-A*«, where »A« is bisecting »1-3«.

Further is —

$$\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2 = \frac{L}{k_1 \cdot a} = \frac{L}{c}, \quad T = py, \quad \cos \alpha_1 = \frac{c}{y} = \frac{\frac{L}{\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2}}{\frac{T}{p}};$$

thus

$$L = \frac{T_1}{p}(\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2) \cos \alpha_1,$$

or sufficiently accurate —

$$r = \frac{T_1}{p}(\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2) \cos \alpha_1.$$

APPENDIX

MATHEMATICAL DEVELOPMENT OF THE NEW CATENARY FORMULAE

The equation for the catenary is usually given in the form —

$$y = c \cdot \text{Cosh} \frac{x}{c},$$

where »c« is the parameter.

From this equation we get for the length on the curve —

Digitized by Google

$$s = \int_0^x ds = \int_0^x \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \cdot dx = \int_0^x \sqrt{1 + \operatorname{Sinh}^2 \frac{x}{c}} \cdot dx = c \cdot \operatorname{Sinh} \frac{x}{c}$$

$$= c \cdot \frac{dy}{dx} = c \cdot \tan \alpha.$$

The length »L« of the part of the curve limited by two arbitrary points (x_1, y_1) and (x_2, y_2) is $L = s_1 - s_2$.*)

Hence —

$$z = \frac{y_1 + y_2}{2} = c \cdot \frac{\operatorname{Cosh} \frac{x_1}{c} + \operatorname{Cosh} \frac{x_2}{c}}{2} = \frac{L}{2} \cdot \frac{\operatorname{Cosh} \frac{x_1}{c} + \operatorname{Cosh} \frac{x_2}{c}}{\operatorname{Sinh} \frac{x_1}{c} - \operatorname{Sinh} \frac{x_2}{c}}$$

$$= \frac{L}{2} \operatorname{Cth} \frac{x_1 - x_2}{2c} = \frac{L}{2} \cdot \operatorname{Cth} \varphi = k_2 \cdot L,$$

putting

$$k_2 = \frac{1}{2} \operatorname{Cth} \varphi, \text{ where } \varphi = \frac{x_1 - x_2}{2c} = \frac{a}{2c}.$$

Further we set

$$c = \frac{a}{2\varphi} = k_1 \cdot a \quad \text{or} \quad k_1 = \frac{1}{2\varphi};$$

b being equal to $y_1 - y_2$, we have

$$b = c \left(\operatorname{Cosh} \frac{x_1}{c} - \operatorname{Cosh} \frac{x_2}{c} \right)$$

and

$$L^2 - b^2 = c^2 \cdot \left(\operatorname{Sinh} \frac{x_1}{c} - \operatorname{Sinh} \frac{x_2}{c} \right)^2 - c^2 \cdot \left(\operatorname{Cosh} \frac{x_1}{c} - \operatorname{Cosh} \frac{x_2}{c} \right)^2,$$

which after some reduction gives

$$L^2 - b^2 = 4c^2 \cdot \operatorname{Sinh}^2 \frac{x_1 - x_2}{2c} = \frac{a^2}{\varphi^2} \cdot \operatorname{Sinh}^2 \varphi$$

or

$$\frac{\sqrt{L^2 - b^2}}{a} = \frac{\operatorname{Sinh} \varphi}{\varphi} = f_1.$$

The distance of the Y-axis from the mean vertical is derived from

$$\frac{b}{L} = \frac{\operatorname{Cosh} \frac{x_1}{c} - \operatorname{Cosh} \frac{x_2}{c}}{\operatorname{Sinh} \frac{x_1}{c} - \operatorname{Sinh} \frac{x_2}{c}} = \operatorname{Tanh} \frac{\frac{x_1}{c} + \frac{x_2}{c}}{2} = \operatorname{Tanh} \frac{x_m}{c}$$

or

*) If the points are not on the same side of the Y-axis, put for the highest situated point $+ x_1$ and $+ s_2$, for the lowest $- x_2$ and $- s_2$; the length then becomes $L = s_1 + s_2$.

Digitized by Google

$$x_m = c \cdot \text{Ar Tanh}\,\frac{b}{L} = k_6 \cdot c, \text{ where } k_6 = \text{Ar Tanh}\,\frac{b}{L}.$$

Above we found for s:

$$s = c \cdot \text{Sinh}\,\frac{x}{c} = c \cdot \tan\alpha, \quad \text{or} \quad \tan\alpha = \text{Sinh}\,\frac{x}{c},$$

hence

$$\sec\alpha = \sqrt{1 + \tan^2\alpha} = \text{Cosh}\,\frac{x}{c} = \frac{y}{c}, \quad \text{or} \quad \cos\alpha = \frac{c}{y}.$$

Thus for $y = y_m$ —

$$\cos\alpha_m = \frac{c}{c\,\text{Cosh}\,\frac{x_m}{c}} = \frac{1}{\text{Cosh}\left(\text{Ar Tanh}\,\frac{b}{L}\right)} = \sqrt{1 - \text{Tanh}^2\left(\text{Ar Tanh}\,\frac{b}{L}\right)}$$

$$= \frac{\sqrt{L^2 - b^2}}{L}$$

or

$$\tan\alpha_m = \sqrt{\frac{1}{\cos^2\alpha_m} - 1} = \frac{b}{\sqrt{L^2 - b^2}};$$

further

$$y_m = \frac{c}{\cos\alpha_m} = \frac{cL}{\sqrt{L^2 - b^2}} = \frac{L}{2\,\text{Sinh}\,\varphi} = k_3 \cdot L; \quad k_3 = \frac{1}{2\,\text{Sinh}\,\varphi};$$

and

$$m = z - y_m = (k_2 - k_3)\,L = k_4 \cdot L.$$

For the slope of the tangents at the supports —

$$\left.\begin{matrix}\cos\alpha_1 \\ \cos\alpha_2\end{matrix}\right\} = \frac{c}{z \pm \frac{b}{2}} = \frac{\frac{a}{2\varphi}}{\frac{L}{2}\,\text{Cth}\,\varphi \pm \frac{b}{2}} = \frac{\sqrt{L^2 - b^2}}{L \cdot \text{Cosh}\,\varphi \pm b \cdot \text{Sinh}\,\varphi}$$

and using

$$\tan\alpha = \pm\sqrt{\frac{1}{\cos^2\alpha} - 1}$$

we get

$$\left.\begin{matrix}\tan\alpha_1 \\ \tan\alpha_2\end{matrix}\right\} = \frac{L\,\text{Sinh}\,\varphi \pm b\,\text{Cosh}\,\varphi}{\sqrt{L^2 - b^2}} = \frac{\frac{L}{2} \pm k_2 b}{k_1 a}\ ^{*}).$$

The horizontal tangent is determined by —

$$d = z - c = k_2 \cdot L - k_1 \cdot a.$$

*) $\tan\alpha_2$ is negative, when the lowest point of the curve occurs outside the supports.

Digitized by Google

The centre-of-gravity-vertical*) is found by taking moments about the Y-axis —

$$M_1 = \int_0^{x_1} x \cdot ds = \int_0^{x_1} x \cdot d\left(c \cdot \operatorname{Sinh} \frac{x}{c}\right) = c x_1 \operatorname{Sinh} \frac{x_1}{c} - c^2 \cdot \operatorname{Cosh} \frac{x_1}{c},$$

$$\frac{1}{c}(M_1 - M_2) = x_1 \cdot \operatorname{Sinh} \frac{x_1}{c} - x_2 \cdot \operatorname{Sinh} \frac{x_2}{c} - c\left[\operatorname{Cosh} \frac{x_1}{c} - \operatorname{Cosh} \frac{x_2}{c}\right].$$

Substituting

$$\left.\begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix}\right\} = x_m \pm \frac{a}{2} = k_6 \cdot c \pm \frac{a}{2}$$

or

$$\left.\begin{matrix} \frac{x_1}{c} \\ \frac{x_2}{c} \end{matrix}\right\} = k_6 \pm \varphi$$

we get after reduction —

$$\frac{M_1 - M_2}{2c^2} = k_6 \cdot \operatorname{Sinh} \varphi \cdot \operatorname{Cosh} k_6 + \varphi \cdot \operatorname{Sinh} k_6 \cdot \operatorname{Cosh} \varphi - \operatorname{Sinh} k_6 \cdot \operatorname{Sinh} \varphi.$$

Dividing by

$$L = c\left(\operatorname{Sinh} \frac{x_1}{c} - \operatorname{Sinh} \frac{x_2}{c}\right) = 2c \cdot \operatorname{Cosh} k_6 \cdot \operatorname{Sinh} \varphi,$$

we get

$$x_c = \frac{M_1 - M_2}{L} = k_6 \cdot c + \frac{ab}{2L} \operatorname{Cth} \varphi - \frac{b}{L} \cdot c,$$

and the distance of the centre of gravity from the mean-vertical becomes —

$$\xi = x_c - x_m = \frac{ab}{L}\left(\frac{1}{2} \operatorname{Cth} \varphi - \frac{1}{2\varphi}\right) = \frac{ab}{L}(k_2 - k_1) = k_5 \cdot \frac{a \cdot b}{L},$$

where

$$k_5 = k_2 - k_1.$$

The tangents to the catenary at the supports cut each other on this vertical, so that the triangle of forces will close. Using this as a basis instead of taking moments as above, ξ is found by means of similar triangles.

To determine the tangent parallel to the line through the supports we have —

*) The intersection between this vertical and the chord »1-2« is the apparent centre of gravity (stability and trim calculations for dredgers).

Digitized by Google

$$\cos\alpha = \frac{c}{y} = \frac{1}{\operatorname{Cosh}\frac{x}{c}} \quad \text{or} \quad \operatorname{Tanh}\frac{x}{c} = \sin\alpha,$$

thus

$$\operatorname{Tanh}\frac{x_T}{c} = \frac{b}{r} \quad \text{or} \quad \frac{x_T}{c} = \operatorname{Ar\,Tanh}\frac{b}{r}.$$

Further —

$$y_T = \frac{c}{\cos\alpha} = c \cdot \frac{r}{a},$$

and the equation for the tangent becomes —

$$y - \frac{cr}{a} = \frac{b}{a}\left(x - c \cdot \operatorname{Ar\,Tanh}\frac{b}{r}\right).$$

The intersection between this tangent and the mean-vertical:

$$x = x_m = c \cdot \operatorname{Ar\,Tanh}\frac{b}{L}.$$

is derived from:

$$y = \frac{cr}{a} + \frac{cb}{a}\left[\operatorname{Ar\,Tanh}\frac{b}{L} - \operatorname{Ar\,Tanh}\frac{b}{r}\right]$$

and putting

$$k_7 = \operatorname{Ar\,Tanh}\frac{b(L-r)}{Lr - b^2},$$

we get

$$z - y = k_2 \cdot L - \frac{c}{a}(r - k_7 \cdot b) = k_2 \cdot L - k_1(r - k_7 \cdot b),$$

and for the distance between the two parallels —

$$\rho = k_2 \cdot \frac{aL}{r} - k_1 \cdot a\left(1 - k_7 \cdot \frac{b}{r}\right).$$

From the above equations we repeat the following —

$$f_1 = \frac{\operatorname{Sinh}\varphi}{\varphi}, \quad k_1 = \frac{1}{2\varphi}, \quad k_2 = \frac{1}{2}\operatorname{Cth}\varphi, \quad k_3 = \frac{1}{2\operatorname{Sinh}\varphi},$$

$$k_4 = k_2 - k_3 \quad \text{and} \quad k_5 = k_2 - k_1.$$

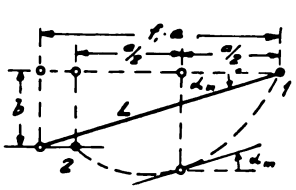


Fig. 14.

Table I simply consists of corresponding values of these equations, varying so that f_1 covers the range from 1.00025 to $f = 2$, which will be sufficient for most practical purposes. From Fig. 14 it will be seen, that $f = 2$ means, that the horizontal span

Digitized by Google

of the stretched chain — one of the supports kept in place, the other projected horizontally — is twice the original horizontal distance between the supports.

Table II simply is an Ar Tanh-table and gives k_6 and k_7 when f is put equal to $\frac{b}{L}$ & $\frac{b(L-r)}{Lr-b}$ respectively.

Digitized by Google

RÉSUMÉ FRANÇAIS:

SIMPLIFICATION DU CALCUL DE LA CHAINETTE.

AVEC APPLICICATION SPÉCIALE À DES CHAINES À GODETS DE DRAGUES.

Les formules ordinaires de la chaînette sont peu commodes, et le simple dessin de la courbe demande avec elles des calculs compliqués.

Pour faciliter le dessin rapide de la chaînette des nouvelles formules ont été établies. Ces formules sont exprimées au moyen de 7 coefficients: k_1, k_2, $\cdots\cdot k_7$, qu'on trouve dans les Tables I & II à l'aide des expressions:

$$f_1 = \frac{\sqrt{L^2-b^2}}{a}, \quad f_2 = \frac{b}{L} \quad \text{et} \quad f_3 = \frac{b(L-r)}{L\cdot r - b^2}; \qquad \text{(Fig. 1, p. 3)}$$

FORMULES:

1. 3 POINTS ET LEURS TANGENTES:

La flèche verticale milieu, $m = k_4 \cdot L$.

Les tangentes du point ainsi trouvé sur la verticale milieu et des points de suspension (1) & (2):

$$\tan \alpha_m = \frac{b}{\sqrt{L^2 - b^2}}; \qquad \left.\begin{matrix}\tan \alpha_1 \\ \tan \alpha_2\end{matrix}\right\} = \frac{\frac{L}{2} \pm k_2 \cdot b}{k_1 \cdot a}; \qquad \text{(Fig. 2, p. 6)}$$

(1) est le point de suspension le plus haut.

$\tan \alpha_2$ est negative, si le point le plus bas de la chaînette se trouve en dehors des points de suspension.)

2. LA TANGENTE HORIZONTALE

et son point de contact sont déterminés par:

$$d = k_2 \cdot L - k_1 \cdot a; \qquad x_m = k_1 \cdot a \cdot k_6. \qquad \text{(Fig. 3, p. 7)}$$

Digitized by Google

3. POINTS QUELCONQUES

sont trouvés à l'aide de: $z = k_2 \cdot L$, $x_m = k_6 \cdot k_1 \cdot a$, qui déterminent l'origine des coordonnées, et par

$$y = c \ \mathrm{Cosh} \frac{x}{c}, \quad \text{ou} \quad c = k_1 \cdot a \qquad \text{(Fig. 4, p. 7)}$$

Les expressions suivantes peuvent être utilisées pour des calculs annexes:

$$x_m = k_6 \cdot c, \quad y_m = k_3 \cdot L, \quad \tan \alpha = \mathrm{Sinh} \frac{x}{c} \ \& \cos \alpha = \frac{c}{y}.$$

4. LONGUEURS D'ARC

à partir du point le plus bas:

$$s = c \cdot \mathrm{Sinh} \frac{x}{c} = c \cdot \tan \alpha = \sqrt{y^2 - c^2}; \qquad \text{(Fig. 4, p. 7)}$$

Jusqu'aux points de suspension: $\left.\begin{matrix} s_1 \\ s_2 \end{matrix}\right\} = \frac{L}{2} \pm k_2 \cdot b.$

5. LA TANGENTE PARALLELE À LA CORDE

est distante de celle-ci de:

$$\rho = k_2 \cdot \frac{a L}{r} - k_1 a \ (1 - k_7 \cdot \frac{b}{r});$$

k_7 est donné par la Table II, en posant $f = \frac{b (L - r)}{Lr - b^2}$; (Fig. 5, p. 8)

6. LE CENTRE DE GRAVITÉ

de la courbe se trouve sur la verticale à une distance $\xi = k_5 \cdot \frac{ab}{L}$ de la verticale milieu. (Fig. 6, p. 8)

Le centre de gravité apparent est le point d'intersection de cette verticale et de la ligne (1)—(2). (Calcul de stabilité et d'assiette des dragues.)

7. TENSIONS.

La tension, $T = p \cdot y$, »p« étant le poids par unité de longueur. Pour les points (1) & (2):

$$\left.\begin{matrix} T_1 \\ T_2 \end{matrix}\right\} = p \ (k_2 \cdot L \pm \frac{b}{2});$$

La composante horizontale, H, de la tension est constante pour tout point de la chaînette: $H = p \cdot c = p \cdot k_1 \cdot a$.

Digitized by Google

EXEMPLES:

Les exemples 1—4 (p. 9—14) donnent la solution des différents problèmes de la chaînette inférieure d'une drague:

Ex. 1: Dessin de la courbe d'après les formules »1«.

Ex. 2: L'allongement (causé par l'usure), qui rend la tangente inférieure horizontale.

Ex. 3: Dessin de la chaînette modifiée par la réaction du fond (dragage à faible profondeur). Le calcul de »B« se fait comme suit:

$$L_B = L_A = \Delta, \quad a_B = a_A - \Delta, \quad b_B = b_A;$$

$$\tan \alpha_2 = 0, \quad \text{d'ou } \frac{L}{2} = k_2 \cdot b; \quad k_2 = \frac{L}{2b}. \qquad \text{(Fig. 7, pg. 10)}$$

Pour deux ou trois différentes valeurs de Δ on trouve f_1 et k_2 d'après les formules ci-dessus, et dans les tables I on trouve les valeurs de k_2 correspondant aux f_1 trouvés. Au moyen d'un petit graphique (Fig. 8, p. 10) on détermine k_2, donc en même temps Δ, et le problème se ramène à l'Ex. 1.

Ex. 4: Une partie de la chaîne étant plongée, la poussée ascensionnelle déforme la chaînette et modifie les tensions. Bien que cette modification soit sans grande importance, on peut noter que la chaîne de l'exemple donné s'est déplacée dans la direction du puits de chûte de 68 cm à la flottaison et de 16 cm à la hauteur du papillon. Les tensions sont sensiblement celles qu'on trouve par la formule »7« en utilisant pour »p«:

$$p = p_{air}\left(1 - \frac{3}{23}\frac{L_i}{L}\right),$$

L_i étant la longueur immergée.

Ex. 5: Fig. 12, pg. 14, montre la détermination de la chaînette, qui se forme entre le tourteau supérieur et l'élinde, quand la fausse élinde n'est pas montée. Cette courbe est utile pour la fixation de la longueur et du point d'articulation les plus avantageux de la fausse élinde. La portée horizontale de cette chaînette se calcule d'après:

$$a = \frac{\sqrt{\frac{2T_1 \cdot d}{p} \cdot (1 + \varphi^2) - \frac{7}{3} \cdot d^2} - \frac{3}{2} \varphi \cdot d}{1 + \varphi^2}; \quad (\varphi = \tan \alpha_2)$$

et la flèche:

$$m = \frac{1}{4} d.$$

Digitized by Google

Ex. 6: Pour la longueur de la chaînette, que l'on trouve à la jonction des deux élindes (Fig. 13, p. 17), on a:

$$r \sim L = \frac{T_1}{p} (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2) \cos \alpha_1 .$$

La corde est parallèle à la ligne CA (A étant le milieu de la ligne (1)—(3)).

Digitized by Google

INGENIØRVIDENSKABELIGE SKRIFTER

A.

UDGIVET AF

DANMARKS NATURVIDENSKABELIGE SAMFUND

VED UDVALGET FOR *INGENIØRVIDENSKABELIG FORSKNING*

A.
1. *M. Rubner:* Aus dem Leben einer Zelle. 1913. (Pris: Kr. 0,50).
2. *Niels Bjerrum:* Nyere Undersøgelser over Atomernes Bevægelser med særligt Henblik paa Kvantehypotesen. 1915. (Pris: Kr. 0,50).
3. *Kølpin Ravn:* Om Agerbruget paa St. Croix. 1915. (Pris: Kr. 0,50).
4. Fru *Kirstine Meyer:* Ole Rømer. Ved Afsløring af Ole Rømer Statuen. 1918. (Pris: Kr. 0,50).
5. *E. Strömgren:* Ole Rømer som Astronom. 1918. (Pris: Kr. 0,50).
6. *M. C. Harding:* Ole Rømer som Ingeniør. 1918. (Pris: Kr. 0,50).
7. *E. S. Mitscherlich:* Om Vækstfaktorernes Virkningslov. 1921. (Pris: Kr. 0,50).
8. *A. Wegener:* 1) Kontinenternes Forskydning. 2) Jordskorpens Natur. 3) Fortidens Klimater. 1922. (Pris: Kr. 0,50).
9. *F. C. Becker, C. Janholm* og *P. E. Raaschou:* Om Tørringsprocessen. 1925. (Pris: Kr. 0,50).
10. *A. Oppermann:* Nyere Principper i Skovdyrkningen. 1925. (Pris: Kr. 1,50).
11. *P. E. Raaschou* med Assistance af *N. C. Janholm* og *A. Ranløv:* En Undersøgelse over Varmeøkonomien ved Gasværksovne. 1926. (Pris: Kr. 1,00).
12. Ingeniørkaptajn *K. Prytz* i Samarbejde med Professor *G. Schønweller* og Ingeniør *Th. Claudi Westh:* Sammenhængen mellem Nedbør og Tilstrømning til Nissum Fjord. 1926. (Pris: Kr. 1,50).
13. *P. E. Raaschou* og *V. Ahrend Larsen:* En Undersøgelse over Bomuldsstoffernes Paavirkning ved Vask, specielt med perboratholdige Vaskemidler. 1927. (Pris: Kr. 1,50).
14. *H. I. Hannover:* Om Molersten, — en betydningsfuld dansk Specialindustris Udvikling. 1927. (Pris: Kr. 2,50).

15a & b. *P. O. Pedersen:* The Propagation of Radio Waves. 1927. (Pris: Kr. 15).

16. *A. Ostenfeld:* Polyteknisk Læreanstalt Laboratorium for Bygningsstatik 1. 1928. (Pris: Kr. 1,50).
17. *K. W. Johansen:* Om Virkningen af Bøjler og Skraajærn i Jærnbetonbjælker. 1928. (Pris: Kr. 2,00).
18. *P. O. Pedersen:* Et Par Anvendelser af elektriske Udladninger i Maaleteknikken: Smaatidsmaaling og Klydonograf. (Pris: Kr. 1,00).
19. *A. Ostenfeld:* Exzentrisch beanspruchte Säulen, Versuche mit Holzsäulen, Querschnittsbemessung. With an English Summary. 1929. (Pris: Kr. 3,00).
20. *Vilhelm Marstrand:* Ingeniøren og Fysikeren Ludvig August Colding. Mindeskrift i Anledning af Den polytekniske Læreanstalts Hundredaarsfest. 1929. (Pris: Kr. 2,00).
21. *A. Ostenfeld:* Exzentrisch beanspruchte Säulen, Versuche mit Stahlsäulen Querschnittsbemessung. With an English Summary — Avec un resumé en français. 1930. (Pris: 3,00).
22. *Axel Bendixsen:* Beregning af Spændingerne i krumme Flader, specielt Kuglefladen. Mit einem deutschen Resumé. 1930. (Pris: Kr. 3,00).
23. *J. O. V. Irminger* and *Chr. Nokkentved:* Wind-Pressure on Buildings Experimental Researches. 1930. (Pris: Kr. 10,00).

Digitized by Google

24. *Jul. Hartmann:* The Jet-Wave Rectifier. 1931. (Pris: Kr. 30,00).
25. *Walter Engel:* Die heutige theoretische Grundlage der Materialprüfung der Metalle. 1931. (Pris: Kr. 3,00).
26. *A. Ostenfeld:* Exzentrisch beanspruchte Säulen III beliebige Exzentrizität. Versuche mit Holz- und Stahlsäulen. With an english summary. 1931. (Pris: Kr. 4,00).
27. *K. Prytz:* Messung der Wasserführung von Dränsträngen. 1931. (Pris: Kr. 0,75).
28. *Fr. Johannsen:* Ingeniør C. Winsløw's Teori om Jordoverfladens Udformning ved planetariske Kræfter. Avec un resumé en français. 1931. (Pris: Kr. 0,50).
29. *Dansk Selskab for Bygningsstatik* og *Dansk Ingeniørforenings Udvalg for rationel Betonblanding:* Forsøg med Beton og Tilslagsstoffer. Mit einer deutschen Zusammenfassung. 1931. (Pris: Kr. 2,50).
30. *William Rung:* Tafeln zur Berechnung von Hochspannungsleitungen bis 1000 km Länge nebst kurzer Theorie. 1931. (Pris: Kr. 4,50).
31. *Niels Engel:* Untersuchungen über die Stahlhärtung. 1931. (Pris: Kr. 10,00).
32. *The Technical Staff of the Copenhagen Telephone Company:* The Development of Telephonic Communication in Copenhagen 1881—1931. 1932. (Pris: Kr. 8,00).
33. *K. Prytz:* Der Kreislauf des Wassers auf unberührtem Hochmoor. 1932. (Pris: Kr. 3,00).
34. *Povl Vinding:* Beiträge zur Lehre der Elektrizitätstarife. 1933. (Pris: Kr. 10,00).
35. *P. O. Pedersen:* Sub-harmonics in Forced Oscillations in Dissipative Systems. 1933. (Pris: Kr. 8,00).

B.

UDGIVET AF

DANSK INGENIØRFORENING

B. 1. Isolatorbindinger. Udvalgsberetning. 1929. (Pris: Kr. 1,25).
2. Beretning om Det nordiske Ingeniørmøde i København 28.—31. August 1929 samt om Den polytekniske Læreanstalts 100-Aars Fest. 1930. (Pris: Kr. 10,00).
3. *E. Suenson:* Cementrørs Vandtæthed. With an English Summary. 1930. (Pris: Kr. 2,50).
4. *Anker Engelund:* Alssundbroen. With an English Summary. 1930. (Pris: Kr. 3,00).
5. *Henry Stjernqvist:* Studier i Elektricitetsværks Statistik. With an English Summary. 1931. (Pris: Kr. 2,50).
6. *Emanuel Hansen* & *Povl Vinding:* Undersøgelser angaaende Stofskiftet ved Træningsarbejder for Rødgykkere. 1932. (Pris: Kr. 1,00).
7. *A. Rye Clausen:* Bidrag til en rationel Bestemmelse af Tidspunktet for Fornyelsen eller Ændringen af et producerende Anlæg. 1932. (Pris: Kr. 1,50).
8. *P. Ronne:* Rørkrumning i Vandrørskedlen. Aarsag og Følger. 1932. (Pris: Kr. 1,50).
9. *G. Schønweller:* On Some Hydraulic Model Tests. Performed in 1929—31 for the Board of Maritime Works of the State of Denmark. 1933. (Pris: Kr. 2,00).
10. *C. W. Prohaska:* Simpler Equations for Catenarys. Avec un resumé en français. 1933. (Pris: Kr. 1,50).

Digitized by Google

TN43
B
11

INGENIØRVIDENSKABELIGE SKRIFTER
B Nr. 11

OM OPFYLDNING PAA LETFORSKYDELIG JORDBUND

AF

CHR. BROEN CHRISTENSEN
INGENIØR, M. ING. F.

WITH AN ENGLISH SUMMARY

DANSK INGENIØRFORENING
I KOMMISSION HOS G. E. C. GAD · VIMMELSKAFTET 32
KØBENHAVN
1934

Pris: 1,50 Kr.

LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF WISCONSIN

Digitized by Google

Digitized by Google

INGENIØRVIDENSKABELIGE SKRIFTER
B Nr. 11

OM OPFYLDNING PAA LETFORSKYDELIG JORDBUND

AF

CHR. BROEN CHRISTENSEN
INGENIØR, M. ING. F.

WITH AN ENGLISH SUMMARY

DANSK INGENIØRFORENING
I KOMMISSION HOS G. E. C. GAD · VIMMELSKAFTET 32
KØBENHAVN
1934

Digitized by Google

J. JØRGENSEN & Co.

Digitized by Google

OM OPFYLDNING PAA LETFORSKYDELIG JORDBUND

Ved Projektering af Opfyldninger paa fast Bund stilles man almindeligvis overfor Beregninger af forholdsvis enkel Karakter, hvad enten det nu drejer sig om Stabilitetsundersøgelser, — der i alt væsentlig indskrænker sig til Bestemmelse af et forsvarligt Skraaningsanlæg for den foreliggende Fyld — eller f. Eks. Volumenberegning, der i Hovedsagen kan henføres til rent geometriske Bestemmelser paa Grundlag af foretagne Opmaalinger.

Ulige vanskeligere bliver Sagen, naar der er Tale om Opfyldning paa eftergivende Grund. De statiske Beregninger maa da foretages under Hensyn til saavel Grundens som Fyldens karakteristiske fysiske Egenskaber, saasom Vægtfylde, Sammentrykkelighed, Gennemtrængelighed og Forskydningsmodstand, og Beregningen maa saaledes i ganske særlig Grad foretages paa Grundlag af geoteknisk Materiale.

Medens Vægtfylde — og tildels Sammentrykkelighed — lader sig bestemme direkte uden større Vanskelighed, er Problemerne »Forskydningsmodstand« og »Gennemtrængelighed« mere sammensatte, hvad ogsaa de nyere jordstatiske Undersøgelser vidner om.

Det maa paa Grundlag af disse Undersøgelser antages — jfr. f. Eks. Professor *W. Fellenius*' [1]) Fremstilling deraf — at den tangentielle Forskydningsmodstand selv hos de mest udprægede Kohæsionsjordarter vokser med Normalspændingen, ligesom enhver Friktionsjordart selv i spændingsløs Tilstand besidder nogen Modstandsevne mod Forskydning. Denne af Normalspændingen uafhængige Forskydningsmodstand er i Almindelighed ikke identisk med den Modstand, som iagttages ved Overskæring af en ubelastet Jordprøve — og som ofte i daglig Tale kaldes Kohæsion — idet en eventuel Kapillarvirkning giver sit Bidrag til Normalspændingen og dermed til Forskydningsmodstanden.

[1]) Erdstatische Berechnungen mit Reibung und Kohäsion, Berlin 1927, S. 16—19.

Digitized by Google

Den »ægte« Kohæsion, som den benævnes af Terzaghi,[1]) kan bestemmes, naar Kapillarspændingen ophæves, f. Eks. ved Nedsænkning af Prøven i Vand. *Terzaghi* angiver, at den ægte Kohæsion i intet Tilfælde naar op over en Størrelse paa 0,02 kg/cm², hvilket flere nyere Forsøg dog synes at modbevise.

Den simplest mulige Formel for største Forskydningsspænding τ_{max} i et Snit med Normalspænding σ skulde herefter være $\tau_{max} = \alpha\sigma + k$, hvor α og k betegner konstante Koefficienter for henholdsvis Friktion og Kohæsion. Denne Betragtningsmaade anerkendes da ogsaa af de fleste Geoteknikere, saaledes af *de svenske Statsbaners geotekniske Kommission* i dennes[2]) Slutbetænkning samt af Professor *W. Fellenius* i den ovennævnte Afhandling.

Problemet er dog i Virkeligheden endnu mere sammensat, naar der er Tale om en Jordbund med vandfyldte Porer.

Krey[3]) giver en almindelig grafisk Fremstilling af dette Forhold, idet han for en og samme Jordprøve angiver Afhængigheden mellem Normaltryk og Forskydningsmodstand dels ved *konstant* Vandprocent dels ved den til det varierende Tryk svarende *naturlige* Vandprocent. De dertil svarende Friktionskoefficienter $\alpha_{konst.}$ og $\alpha_{nat.}$ repræsenterer en lavere henholdsvis højere Grænse for den Friktion, der kan optræde. *Terzaghi* angiver 0,23 som den mindste Værdi, $\alpha_{nat.}$ for nogen Jordart vil kunne have, medens han om $\alpha_{konst.}$ antager, at den næppe er forskellig fra Nul.

Fastholder man, at α skal betyde den højere Grænse, maa ovenstaaende Formel modificeres til:

$$\tau_{max} = \alpha(\sigma - p) + k,$$

hvor p er Porevandets Spænding[4]).

Det vil heraf ses, at Jordbundens Gennemtrængelighed for Vand spiller en væsentlig Rolle for Stabiliteten af Opfyldningen, idet Forskydningsmodstanden nedsættes ved et eventuelt Overtryk i Porevandet og først antager sin fulde Værdi, naar dette Overtryk er erstattet med Tryk mellem de faste Dele indbyrdes, d. v. s. naar Jordbunden har antaget sit naturlige Vandindhold. Teoretisk indtræder en saadan Tilstand først i Løbet af geologisk historiske Perioder, men selv en praktisk tilnærmet Udligning af Poretrykket kan ved Jordarter som Ler og Dynd med ringe Permeabilitet ikke forventes fuldbyrdet indenfor den paagældende Dæmnings Opførelsestid. Tvertimod viser Erfa-

[1]) Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage, Wien 1925.
[2]) Statens Järnvägars geotekniska Kommission, Slutbetänkande, 1922.
[3]) Rutschgefährliche und fliessende Bodenarten, Die Bautechnik 1927, S. 485—489.
[4]) Krey: Erddruck, Erdwiderstand. 4. Oplag. Berlin 1932, S. 21.

Digitized by Google

ringen ofte, at de letforskydelige Jordarter praktisk talt ikke sammentrykkes i den Tid, Opfyldningen staar paa. Det vil heraf fremgaa, at man bør regne med en *effektiv* Friktionskoefficient, — i det følgende betegnet α — der ikke ligger væsentlig højere end $\alpha_{konst.}$

Fra forskellig Side synes man at være tilbøjelig til, netop ved saadanne letforskydelige Jordarter som de her omhandlede, at basere de statiske Undersøgelser paa Kohæsionen alene. Det er forstaaeligt, at man kan ledes til denne Beregningsmaade ved Forskydningsforsøg gennemførte med hurtigt varierende Tryk, hvorved $\sigma - p$ omtrent holdes konstant, saaledes at α tilsyneladende er forsvindende.

Man maa imidlertid være opmærksom paa, at Kohæsionens relative Betydning, — som det vil ses af ovennævnte Formel, — aftager, naar Normalkraften vokser, og at Friktionen derfor er den afgørende Faktor ved store Opfyldningshøjder. Eksempelvis kan nævnes, at for en Lerart med $k = 0{,}19$ t/m² og $\alpha = 0{,}165$ [1]) under Belastning til 15 m Højde med Fyld af Vægtfylde 1,7 t/m³, bliver Forholdet $\frac{k}{\alpha \cdot \sigma} = 0{,}045$.

Forsøg over Sands og Lers Forskydningsmodstand [2]) som for et Par Aar siden er udført i *Massachusetts Institute of Technology i Cambridge, U. S. A.*, med en Anordning i Hovedtrækkene som angivet af *Krey* [3], (Jordprøver med naturligt Vandindhold og uden Kapillarspænding) udviser Resultater, der bekræfter Forudsætningen om praktisk talt konstant Friktionsvinkel under de Normalspændinger, der i Praksis kan være Tale om. Forsøgene viser tillige i endnu højere Grad end det ovennævnte Eksempel, at Kohæsionen selv for Lerprøvernes Vedkommende er af underordnet Betydning ved nogenlunde store Normalspændinger.

Naar det nu gælder en *Stabilitetsundersøgelse* for et bestaaende eller projekteret Anlæg, løses Opgaven ofte ud fra Teorien om cirkulærcylindriske Glideflader — formodentlig i Erkendelse af, at Glidefladerne erfaringsmæssig er krumme, og at Cirklen frembyder de simpleste Forhold i regningsmæssig Henseende. Teorien maa iøvrigt bestyrkes af den Kendsgerning, at Cirklen — specielt den rette Linie — er den eneste Kurve, i hvilken Glidning er mulig uden indre Deformation af Glidelegemet.

Imidlertid fører denne Teori let til meget sammensatte Beregninger — hvad enten disse foretages analytisk eller grafisk — saafremt man fastholder Forudsætningen om samtidig virkende Kohæsion og Frik-

[1]) Værdierne for k og α svarer til et af W. Fellenius i forannævnte Afhandling refereret Forsøgsresultat.

[2]) Der Bauingeniør 1932, Hefte 33-34.

[3]) Krey: Erddruck, Erdwiderstand, 4. Oplag, Berlin 1932, Side 11-12.

Digitized by Google

tion, og en direkte Dimensionering ad denne Vej vil i de fleste Tilfælde være vanskelig.

Hvad dernæst *Volumenberegningen* angaar, saa frembyder denne ikke større Vanskeligheder, naar der er Tale om nogenlunde usammentrykkelig Bund, og naar Opfyldningsprofilet paa Forhaand fastlægges under Hensyn til Bundens Bæreevne. Imidlertid er Forholdet jo ofte det, at Fylden kun tilføres indenfor det normale — for fast Bund gældende — Opfyldningsprofil, hvorved den overbelastede Undergrund sammentrykkes eller fortrænges af den synkende Fyld. For at beregne Fyldmængden gaar man da oftest frem paa den Maade, at man paa Grundlag af Boringer danner sig et personligt Skøn over den sandsynlige Nedsynkning i hvert enkelt Profil og dernæst anvender de sædvanlige Jordberegningsmetoder til Volumenberegningen[1]).

En nøjagtigere og mere *objektiv* Vurdering, end der naas ad denne Vej, er selvfølgelig ønskelig, blandt andet af økonomiske Grunde. Det drejer sig nemlig ikke alene om en mere eller mindre nøjagtig Kalkulation af Anlægsudgifterne. F. Eks. vil det ses, at naar Opfyldningen indgaar som Led i et større Jordarbejde, for hvilket der foretages en Udligningsberegning, vil et fejlagtigt Skøn over Synkningen føre til et forkert Valg af Planum og derved kunne faa stor økonomisk Rækkevidde.

Skal man naa til en nøjagtigere Beregning, maa det personlige Skøn erstattes med de af Geoteknikeren bestemte Koefficienter, som er afgørende for Synkningens Størrelse.

Som det vil forstaas af det følgende, faar Konstanterne α og k en meget væsentlig Indflydelse paa Beregningsresultaterne. Det vil derfor være af stor Betydning, at den geotekniske Bestemmelse af α og k foretages med det størst mulige Antal Prøver og gives en saa enkel og praktisk Form som muligt. Saavidt vides forsøger man fra norsk geoteknisk Side at bestemme Kohæsionen paa samme Maade som »relativ Fasthed«, nemlig ved at maale en Metalkegles Nedsynkning i Prøven, hvorefter k findes ved Tabeller.

Forskydningsmodstanden maa først og fremmest bestemmes for *samtidig* virkende α og k. Dette Krav er af sig selv fyldestgjort, naar det ved Laboratorieforsøg bestemte *Tryk-Forskydningsdiagram* lægges til Grund. Man maa derimod ikke regne den ved Diagrammet fundne Middelværdi af α virkende samtidig med den for uomrørt Prøve fundne Værdi af k, thi Kohæsionen nedsættes betydeligt, naar Brud først er indtraadt.

---

[1]) Se f. Eks. A. Lütken: Vej- og Jernbanebygning 1. Del (Jordarbejde). København 1915, S. 21-23.

Digitized by Google

Ved Valget af den *Hastighed,* hvormed Laboratorieforsøget gennemføres, maa man tilstræbe en Variation i Vandprocenten, der svarer nogenlunde til Virkeligheden. Man maa her erindre, at den Hastighed, hvormed en tynd Jordprøve — som Regel omgivet af et Sandfilter — konsoliderer sig i Forsøgsapparatet, er mangedoblet i Forhold til den tilsvarende Hastighed i en dybtliggende naturlig Aflejring. I den Omstændighed, at *Gennemtrængelighedskoefficienten* for Dynd — defineret som Vandets Gennemstrømningshastighed ved et hydraulisk Fald = Enheden — er af[1]) Størrelsesorden 10^{-4} — 10^{-6} cm/Min., har man en teoretisk Begrundelse af, at Minutter i Laboratoriet svarer til Maaneder paa Byggestedet. Forfatteren er derfor af den Mening, at et i Løbet af nogle faa Minutter gennemført Forsøg i Laboratoriet vil give et brugeligt Billede af Virkeligheden. Formentlig vil man paa denne Maade, naar det drejer sig om Dynd med Porevolumen omkring 0,80, finde α af Størrelsesorden 0,05—0,10. Til Sammenligning oplyses, at *Krey*[2]) ved Forskydningsforsøg med plastiske Lerarter har iagttaget $\alpha = 0{,}06$.

Hele den Usikkerhed, hvormed α bestemmes experimentelt, fremhæver iøvrigt Ønskeligheden af en *Klassifikation af Jordarterne efter Forskydningsmodstand,* saaledes at denne for en given Jordart med et givet Vandindhold kan angives tabellarisk. Det fornødne Talmateriale hertil maa samles fra de *statiske Grænsetilfælde,* som i praktisk talt ubegrænset Antal forekommer under Anlæggenes Udførelse, f. Eks. ved de forskellige Stadier under Opfyldning paa blød Bund. Ved at sammenholde de iagttagne Data fra disse Grænsetilfælde med de Formler, som er teoretisk begrundede i de følgende Afsnit, og som udover Forskydningskoefficienterne kun indeholder Størrelser, der med stor Nøjagtighed kan maales, vil man formentlig med Tiden kunne naa til den antydede Klassifikation.

I det følgende er forsøgt dels at angive en brugelig Metode til direkte Stabilitetsberegning for en Opfyldning paa blød Bund, dels at anvende Resultaterne herfra til en Volumenberegning.

Ved de fleste forekommende bløde Bundarter kan Hovedvirkningen — eller i hvert Fald den primære Virkning — af en Belastning med tung Fyld henføres *enten* til Komprimering *eller* til Forskydning. F. Eks. har en udpræget sammentrykkelig Bund af Tørvejord relativ stor Forskydningsmodstand, medens let forskydelige Jordarter som Klæg og Dynd netop paa Grund af Forskydningsevnen unddrager sig Komprimering under Fyldens Vægt.

En rationel Bestemmelse af Sammentrykningen for Dynd maatte

[1]) Angives i K. A. Redlich, K. v. Terzaghi og R. Kampe: Ingenieurgeologie, Wien og Berlin 1929.

[2]) Erddruck, Erdwiderstand, 4. Oplag, Berlin 1932, S. 21.

Digitized by Google

foretages paa Grundlag af *Tryk-Poretalsdiagrammet.* Da Sammentrykningen i Forhold til Forskydningen er et sekundært og overordentlig langvarigt Fænomen, maa det være tilladt at anvende Diagrammet paa det umiddelbart *efter* Opfyldningens Afslutning foreliggende Tværprofil, hvorved man altsaa forudsætter Virkningerne af Forskydning og Sammentrykning kronologisk adskilte.

Saavidt vides foreligger der ikke Tryk-Poretalsundersøgelser for danske Dyndarter, men om Sammentrykkeligheden kan maaske følgende give en Forestilling: En af det fælles geotekniske Laboratorium for Danmarks geologiske Undersøgelse og De danske Statsbaner foretaget Undersøgelse af 120 Prøver af Dynd fra forskellige danske Lokaliteter udviser — bortset fra enkelte Overgangslag — et gennemsnitligt Porevolumen paa 0,78. Ved 80 % af Prøverne var Afvigelsen fra denne Middelværdi mindre end 10 % og ved 95 % af Prøverne mindre end 15 %. Der synes ikke ved den naturlige Sedimentering i Dybder indtil ca. 10 m at være sket nogen nævneværdig Sammentrykning, idet geologisk ensartede Prøver fra forskellig Dybde ikke viser nogen udpræget Forskel i Porevolumen. Uden iøvrigt at turde drage nogen Sammenligning skal nævnes, at en af *Terzaghi*[1]) undersøgt Jordprøve med oprindelig Porevolumen 0,76, altsaa meget nær ovennævnte Gennemsnitsværdi, ved Belastning med ca. 3,11 kg/cm^2 (svarende til ca. 18 m Dæmningshøjde) formindskede sit Volumen med 43 %.

Ifølge det foran udviklede ligger det nær ved Opstillingen af en Beregning at skelne imellem, om den foreliggende Jordbund er overvejende forskydelig eller sammentrykkelig. Her vil nu kun blive behandlet det førstnævnte Tilfælde, idet der regnes med en *ideel, usammentrykkelig og letforskydelig Bund.*

Som Grundlag for Beregningerne vil blive benyttet den af *Rankine, Winkler*[2]) m. fl. anvendte Teori om elliptisk Spændingstilstand i Forbindelse med den oftnævnte Forudsætning om samtidig virkende Kohæsion og Friktion.

I. GRÆNSEBELASTNING PAA BLØD BUND.

I Tværsnittet Fig. 1[a] angiver CD og EPF den øvre henholdsvis nedre Grænse for den bløde Bund med Vægtfylde γ t/m^3, Kohæsion k t/m^2, Friktionskoefficient α og variabel Tykkelse t.

Det antages, at denne Bund skal belastes til en Højde h_0 med

[1]) Public Roads Vol. 8 Nr. 3, Maj 1927.

[2]) E. Winkler: Neue Theorie des Erddrucks nebst einer Geschichte der Theorie des Erddrucks und der hierüber angestellten Versuche, Wien 1872.

Digitized by Google

Fyld af Vægtfylde μ og Friktionsvinkel φ. Fyldens Kohæsion antages at være betydningsløs.

Bundens Bæreevne er betinget af en vis kontinuerlig Variation af Belastningen $y = \mu \cdot h$, og Opgaven skal nu være at bestemme Opfyldningsprofilet AOD saaledes, at der i et vilkaarligt Punkt P af nederste Grænse netop er Ligevægt med Hensyn til Glidning paa den faste Bund.

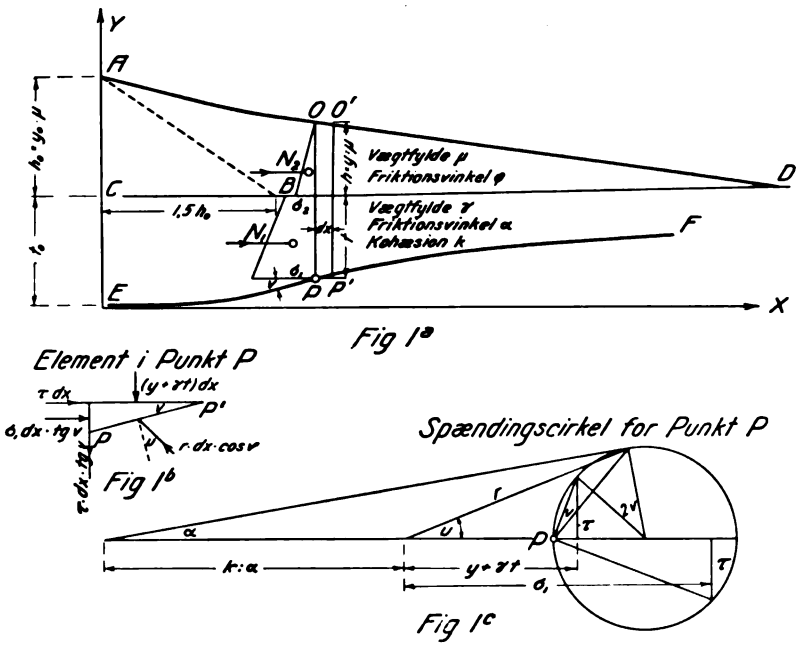


Fig 1a

Fig. 1.

Gør man den rimelige Antagelse, at den normale Snitkraft i ethvert vandret Fladeelement er = Vægten af det ovenliggende Jordprisme, og forudsættes endvidere lineær Variation af Normalspændingen i et vilkaarligt lodret Snit OP, vil Anvendelsen af Teorien om elliptisk Spændingstilstand føre til nedenstaaende Formler. De anvendte Betegnelser refererer sig til Fig. 1a—1c, af hvilken sidstnævnte Figur Spændingerne i Snitretninger gennem P kan udledes. Der er ved Udledelsen af Formlerne set bort fra Led af 2. Størrelsesorden med Hensyn til α og v (Vinklerne maalt i rent Tal).

$$N_2 = \frac{y^2}{2\mu} \cdot \operatorname{tg}^2 (45^0 - \tfrac{1}{2}\varphi),$$

eller for almindelig Dæmningsfyld $N_2 \sim 0{,}1\, y^2$

$$\sigma_1 = y + \gamma t + 2(\alpha + 2v)\, k \quad (\mu = 1{,}7,\ \operatorname{tg}\varphi = 1 : 1{,}5).$$

Digitized by Google

σ_2 ligger mellem Grænserne $y + 2\alpha k \pm 2(\alpha y + k)$ og nærmer sig den lavere eller højere af Grænseværdierne, alt eftersom Tendensen gaar i Retning af en Synkning under Belastningens aktive Tryk eller en Løftning af Belastningen under dennes passive Modstand.

Af disse to karakteristiske Belastningstilfælde, der er sammenfaldende, naar α og k nærmer sig 0, svarer det første til den *mindste Opfyldningsmængde*, hvormed Forskydning af Grunden kan undgaas, medens det sidste svarer til den ved Terrænopskydninger fremkomne Grænsebelastning. For disse 2 Belastningstilfælde har man altsaa:

$$\sigma_2 = y + 2\alpha k \pm 2(\alpha \cdot y + k)$$
$$N_1 = 0{,}5\, t\,(\sigma_1 + \sigma_2) = t\,(y\,(1 \pm \alpha) + 0{,}5\,\gamma t + 2k\,(\alpha + v) \pm k)$$
$$N = N_1 + N_2.$$

Den vandrettte Komposant af Snitkraften i Elementet PP′ (regnet positiv i x-Retningen) er =

$$dV = -\,((y + \gamma t) \cdot (\alpha + v) + k)\,dx.$$

Ligevægtsbetingelse for Prismet OPP′O′:

$$dN - d \cdot V = 0,$$

hvoraf Differentialligningen:

$$\left.\begin{aligned}(0{,}2 \cdot y + (1 \pm \alpha)t)\frac{dy}{dx} + ((1 \pm \alpha)\frac{dt}{dx} + \alpha + v)y + (\gamma \cdot t + 2k(\alpha + v) \pm k)\frac{dt}{dx}\\ + 2kt\frac{dv}{dx} + \gamma \cdot t(\alpha + v) + k = 0.\end{aligned}\right\} \quad (1)$$

For at bestemme Belastningskurven indsættes i Ligning (1) t og v som de ved Nivellement og Boring fundne Funktioner af x, idet v regnes positiv eller negativ alt eftersom den faste Bund er stigende eller faldende i X-Retningen. Imidlertid bliver Integrationen selv med de enkleste Funktioner for t og v saa sammensat, at en tilfredsstillende praktisk Løsning ad denne Vej kun i de færreste Tilfælde er mulig.

I det Tilfælde, hvor t og v er konstante, faar man ved Integration af Ligning (1):

$$x = \frac{1}{\alpha + v}\left[0{,}2\,(y_0 - y) + ((1 \pm \alpha)\,t - 0{,}2c)\,l_{nat}\,\frac{y_0 + c}{y + c}\right]. \quad (2a)$$

Heri er $$c = \gamma t + \frac{k}{\alpha + v}.$$

Endvidere findes Belastningen mellem Ordinaterne y_0 og y:

Digitized by Google

$$\left.\begin{aligned} P &= \int_y^{y_0} y \cdot dx \\ &= \frac{1}{\alpha + v}\left[0{,}1\,(y_0^2 - y^2) + \left((1 \pm \alpha)\,t - 0{,}2c\right)\left(y_0 - y - c \cdot l_{nat}\frac{y_0 + c}{y + c}\right)\right]\cdot \end{aligned}\right\} \quad (3a)$$

Hvis specielt $\alpha = 0$ (Ren Kohæsionsjord) og $v = 0$, faar man:

$$x = \frac{0{,}10}{k}(y_0^2 - y^2) + \frac{1}{k} \cdot t\,(y_0 - y)$$

$$P = \frac{0{,}07}{k}(y_0^3 - y^3) + \frac{0{,}50}{k} \cdot t \cdot (y_0^2 - y^2).$$

Ligningerne (2a) og (3a) kan ved Rækkeudvikling af $l_{nat}\frac{y_0 + c}{y + c}$ med tilstrækkelig Tilnærmelse erstattes af følgende:

$$x = (y_0 - y)\frac{0{,}1\,(y_0 + y) + (1 \pm \alpha)\,t}{0{,}5\,(\alpha + v)\,(y_0 + y + 2 \cdot \gamma \cdot t) + k} \quad (2b)$$

$$P = (y_0^2 - y^2)\frac{0{,}1\,(y_0 + y) + (1 \pm \alpha)\,t}{(\alpha + v)\,(y_0 + y + 2 \cdot \gamma \cdot t) + 2k} = 0{,}5x\,(y_0 + y). \quad (3b)$$

Ofte er den øvre Grænse for den bløde Bund vandret og sammenfaldende med Grundvandspejlet. Regner man tillige med vandret Grænse nedadtil og en Middelværdi for t, skal v i Ligningerne (2) og (3) sættes = 0 — jfr. det senere Afsnit om Volumenberegning.

Der kan nu angives følgende *almindelige Fremgangsmaade:* Profilet inddeles i saadanne Intervaller, at Grænserne for den bløde Bund indenfor hvert enkelt Interval kan betragtes som retlinede.

Idet Betegnelserne med og uden Index refererer sig til et vilkaarligt Intervals Endepunkter, gælder det, at

$$N_0 - N = 0{,}5x\,(y_0 + y + \gamma \cdot t_0 + \gamma \cdot t) \cdot (\alpha + v) + k \cdot x$$

hvoraf med Tilnærmelse faas:

$$y = y_0 - x \cdot \frac{\alpha \cdot y_0 + 0{,}5\,\gamma \cdot \alpha \cdot (t_0 + t) + k}{0{,}2\,y_0 + (1 \pm \alpha)\,t + 0{,}5\,x\,(\alpha + v)}. \quad (4)$$

Grænsebelastningen bestemmes da ved sukcessiv Beregning af Intervallerne ved Hjælp af Ligning (4).

Beregningen belyses nærmere gennem følgende Eksempel, som er taget fra Opmaalinger og Boringer udført ved et af De danske Statsbaners Anlægsarbejder, Anlægsstation 1033 + 25 (Fig. 2a).

Som Udgangspunkt for den beregnede Terrænlinie er benyttet det nivellerede Terrænpunkt svarende til $y_0 = 4{,}00$ ($h_0 = 3{,}20$), og da Ter-

Digitized by Google

rænet er dannet ved Opskydning, skal Ligning (4) anvendes med det positive Fortegn i Leddet $(1 + \alpha)t$.

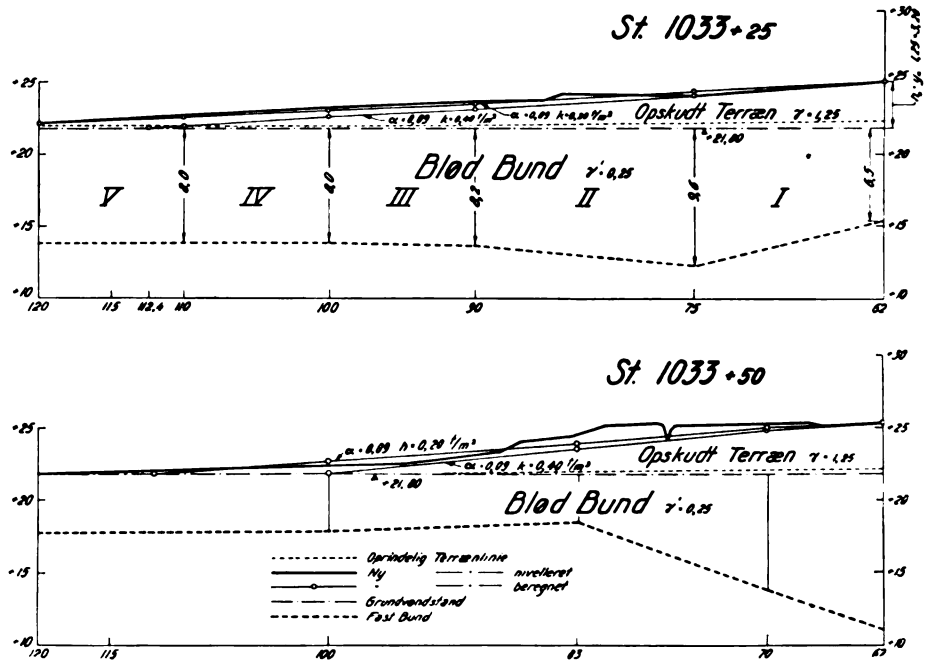


Fig. 2a.

Man faar

Interval	y_0	t_0	t	x	v	y
I	4,00	6,5	9,6	13	—0,24	2,81
II	2,81	9,6	8,2	15	0,09	1,63
III	1,63	8,2	8,0	10	0,02	0,87
IV	0,87	8,0	8,0	10	0	0,16
V	0,16	8,0	8,0	2,4	0	0

$$\Sigma x = 50{,}4.$$

Det vil ses, at den opmaalte og den beregnede Terrænlinie er omtrent sammenfaldende paa den første Strækning, og at den beregnede Linie derefter ligger noget under den maalte. Fig. 2a viser tillige Forholdene i St. 1033 + 50, hvor Overensstemmelsen mellem Maaling og Beregning er noget bedre. Bestemmelsen af k og α er kun foretaget for nogle ganske faa Prøver og med en ret primitiv Forsøgsanordning. Ved Forsøgene er iagttaget sammenhørende Normal- og Forskydningsspændinger (σ og τ_{max}) for 50 cm² Snitflade. Resultatet er fremstillet grafisk i Fig. 2b, hvor de markerede Punkter hver for sig repræsenterer en Middelværdi af 10 Forsøg. Forudsætningen om, at τ_{max} er en

Digitized by Google

lineær Funktion af σ, synes i alt væsentlig bekræftet her. Paa Figuren er indtegnet Kurven for $\tau_{max} : \sigma$, som har Linien $\tau_{max} : \sigma = \alpha = 0{,}09$ til vandret Asymptote, hvilket er det grafiske Udtryk for, at Kohæsionen er betydningsløs ved store Tryk. Den fundne Værdi for k er sandsynligvis noget for stor, idet en eventuel Kapillarspænding ikke er taget med i Beregningen.

Middelværdien af $t\,(t_0)$ for Intervallerne I—V er 8,30. Indsættes denne Værdi i Ligning (2b), endvidere $y_0 = 4{,}00$, $y = 0$, og $v = 0$, fin-

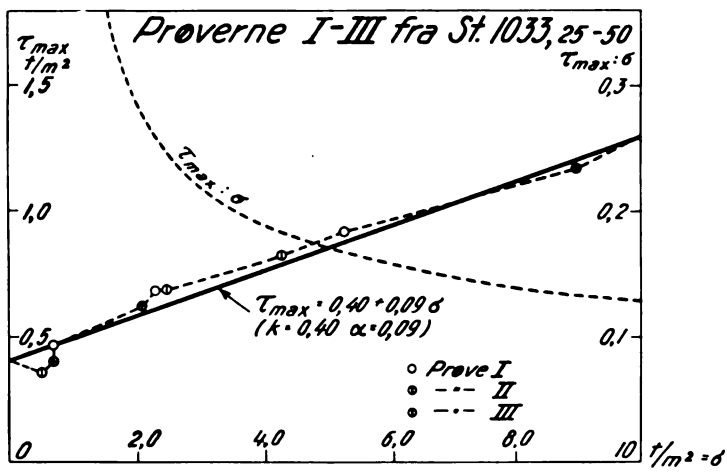


Fig. 2b.

des $x = 49{,}2$. Der er saaledes ret god Overensstemmelse med ovenstaaende Beregning, hvor $x\,(\Sigma x) = 50{,}4$.

I Fig. 2a er endvidere indtegnet Terrænlinier beregnet under Forudsætning af, at $\alpha = 0{,}09$, medens k er valgt saaledes, at Overensstemmelsen med de virkelige Forhold bliver saa god som mulig. Hertil svarer for begge Profilers Vedkommende $k = 0{,}20$ t/m². Dette anføres som Eksempel paa Benyttelse af et statisk Grænsetilfælde til Bestemmelse af Forskydningskoefficienterne.

II. STABILITETSBEREGNING.

Ligevægt for en Opfyldning paa blød Bund kan *enten* tilvejebringes ved Udformning af Opfyldningsprofilet paa en saadan Maade, at Bundens Forskydningsmodstand ikke overskrides, *eller* opstaa ved Synkning af Fylden under samtidig Opskydning af den bløde Bund. I førstnævnte Tilfælde bestemmes Opfyldningens Profil som vist i det foregaaende Afsnit, idet man dog yderligere maa tage Spørgsmaalet om *Sikkerheden* i Betragtning. Dette gøres simplest ved at erstatte de

Digitized by Google

fundne α og k med $\alpha_t = \alpha : n$ og $k_t = k : n$, hvor n er den ønskede Sikkerhedsgrad, og benytte de saaledes fundne »tilladelige« Værdier for Friktion og Kohæsion i Formlerne.

Hvilken Grad af Sikkerhed, man bør kræve, afhænger i første Række af Nøjagtigheden og Omfanget af de geotekniske Undersøgelser, men tillige af Beregningsgrundlaget. Der vil dog næppe være Anledning til at forlange Sikkerhedsgraden større end 1,5 svarende til den almindelige Regel ved Stabilitetsberegning for Støttemure, hvor de vandrette Jordtrykskomposanter indføres med 1,5 Gange den beregnede Værdi. Som anført af Professor *W. Fellenius*[1]) vil man endda i visse Tilfælde kunne nøjes med en Sikkerhedsgrad kun lidt over 1 (1,2 à 1,3), nemlig naar Jordbundens Egenskaber er bestemte ved et statisk Grænsetilfælde under Anvendelse af de samme Beregningshypotheser, som benyttes ved Stabilitetsberegningen.

Man maa ikke glemme, at en Sikkerhed, der eventuelt er fastsat i Forhold til α og k for »Naturligt Vandindhold«, ikke bliver effektiv, før et eventuelt Overtryk i Porevandet er udlignet.

Der har hidtil kun været tænkt paa Ligevægt under Hensyn til Jordbundens Forskydningsmodstand, men selvfølgelig maa man desuden ved Beregningen sikre sig, at Profilet ikke bliver stejlere end Fyldens Friktionsvinkel, hvilken Fordring er udtrykt ved:

$$\frac{dy}{dx} \leqq \mu \operatorname{tg} \varphi.$$

Det vil imidlertid kun under særlige Forhold være praktisk og økonomisk fordelagtigt at udvide Opfyldningsprofilet som foran beskrevet i Afsnittet om »Grænseligevægt«. I de fleste Tilfælde søger man tværtimod at fremme Synkningen ved Overbelastning og eventuelt ved Sprængninger i Bunden. I saa Fald bør Sikkerheden — uanset om Fylden i alt væsentlig har naaet den faste Bund — tilvejebringes ved en passende midlertidig Overbelastning i Forhold til det endelige Profil. Sikkerhedsgraden — her forstaaet som Forholdet mellem Overbelastningen og den bevægelige Belastning — bør under Hensyn til sidstnævntes dynamiske Karakter formentlig ikke være under 5 à 6, og man vil i mange Tilfælde kunne opnaa langt større Sikkerhed selv med en forholdsvis ringe Forøgelse af Jordarbejdet.

Der er her desuden et andet Forhold, som ikke maa lades ude af Betragtning, men som desværre næppe kan gøres til Genstand for Beregning, nemlig den Formindskelse af Opfyldningens Stabilitet, som i Tidens Løb foraarsages af Vandafgivelse fra Opskydningerne (Nedsæt-

[1]) Erdstatische Berechnungen mit Reibung und Kohäsion, Berlin 1927, S. 39-40.

Digitized by Google

telse af »Kontrabanketternes« Vægt). Denne Stabilitetsforringelse, som ganske vist modvirkes af den samtidige Forøgelse af Bundens Forskydningsmodstand (Nedsættelse af Porevandets Tryk), er formentlig medvirkende Aarsag til Dæmningsskred, som finder Sted i Forbindelse med Opskydninger efter lang Tids Ro.

III. VOLUMENBEREGNING m. m.

Problemet »Dæmningssynkning paa blød Bund« blev for nogle Aar tilbage taget op til Undersøgelse samtidig ved en Række Jernbaneselskaber i U. S. A. Det direkte Formaal hermed var Vurdering af den i Banerne bundne Kapital[1]), og det gjaldt altsaa først og fremmest om at fastslaa den samlede Fyldmængde, som var medgaaet til Anlægget. Dette skete ved systematiske Gennemboringer af Dæmningerne. Vurderingskommissionens (The Railroads Presidents conference committee on federal valuation) Beretning om Resultaterne indeholder ikke alene et stort Talmateriale, der giver en levende Forestilling om Sagens overordentlig store økonomiske Betydning for Banerne, men tillige mange Enkeltheder af teknisk Interesse.

En mere generel Behandling af Spørgsmaalet er foretaget af Staten Michigans tekniske Vejforvaltning[2]), som ved planmæssige Opmaalinger og Boringer lod undersøge Synkningsprofilerne for Dæmninger opført paa Mosebund med det særlige Formaal at opstille empiriske Formler til Beregning af Fyldmængden. Som Resultat af Undersøgelsen angives et *Synkningsdiagram* til Bestemmelse af Synkningsdybden for forskellige teoretiske Dæmningshøjder og Tykkelser af det bløde Lag. Ejendommeligt nok angives Dæmningshøjdens Indflydelse paa Synkningen at være ret underordnet. Diagrammet maa betragtes som et gennemsnitligt Billede af de faktiske Synkninger ved Dæmningsbygning paa de undersøgte Aflejringer, der i Henseende til Bæredygtighed har vist sig nogenlunde ensartede og formentlig i Hovedsagen bestaar af Tørv. Diagrammet har derfor næppe Gyldighed ved udpræget forskydelig Jordbund.

Den finske Geotekniker *Thord Brenner* har i en Afhandling[3]): Exempel paa markgenombrott genom bankbelastning« belyst Spørgsmaalet ved en Række interessante Eksempler fra Praksis.

Blandt de anførte Eksempler, der alle stammer fra de finske Stats-

[1]) Subsidence of Earthfills as a factor in valuation, Engineering News Rec. 1921, S. 434-436.

[2]) Burton: Fill settlement in peat marshes. Proc. of the sixth annual meeting of the Highway Research Board, 1926.

[3]) Tekniska Föreningens i Finland Förhandlingar, Juli 1928.

Digitized by Google

baners geotekniske Bureau, lægger man særlig Mærke til det typiske Pygoide-Synkningsprofil af omtrent symmetrisk Form og med svag konkav Krumning under Dæmningskronen. Ogsaa i Tilfælde, hvor man har foretaget Opfyldningen paa Slyngværk af Pæle, kan dette Profil paavises. Brenner forklarer iøvrigt de ved Belastning af plastiske Jordarter fremkommende Terrænopskydninger som Bølgefænomener, analoge med ringformede Bølger i en Vædske, og paaviser en vis Afhængighed mellem Bølgebredden og Dybden til fast Bund. Den tilsyneladende Uoverensstemmelse mellem en saadan Bølgeteori og det i Afsnit I udviklede om en kontinuerligt aftagende Belastning falder delvis bort, naar man tænker sig Terrænopskydningerne fremkommet som Resultat af flere interfererende »Bølger«, hvoraf hver enkelt er knyttet til en krum Glideflade, som tangerer den faste Bund. I Praksis træffer man saavel Bølgedannelsen som det jævnt faldende Terræn (jvnfr. Fig. 2a).

Den svenske geotekniske Kommissions Slutbetænkning afgiver ligeledes et righoldigt Materiale med Hensyn til Synkningsprofiler.

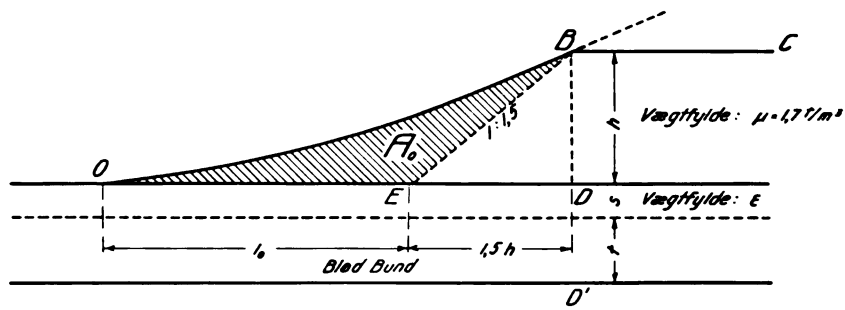


Fig. 3.

Som et typisk Eksempel paa letforskydelig Jordbund bør nævnes »Södra Norabanken« paa Banestrækningen Järna—Nyköping. Grunden bestod her af en løs Lerart i indtil 20 m Dybde. Ved Sammenligning mellem Synkningsprofil og Terrænopskydninger for det i Betænkningen angivne Tværprofil kan man slutte, at Sammentrykningen her har været ganske uvæsentlig.

Der betragtes nu en Opfyldning som vist i Fig. 3, hvor det bløde Lag tænkes dækket af et naturligt aflejret Lag af Tykkelse s og Vægtfylde ε. Terrænlinien forudsættes vandret og Lagenes Tykkelse konstant indenfor samme Tværprofil.

Ved Anvendelse af Ligningerne (2a) og (3a) findes den som Følge af den bløde Bunds Tilstedeværelse nødvendige Forøgelse af det normale Profil

Digitized by Google

Breddeforøgelse:

$$l_0 = \frac{1}{\alpha}\left[0{,}3h + ((1 \pm \alpha)t - 0{,}2c)\, l_{nat} \frac{1{,}7h + \varepsilon \cdot s + c}{\varepsilon \cdot s + c}\right] - 1{,}5h.$$

Arealforøgelse (skraveret):

$$A_0 = \frac{1}{\alpha \cdot \mu}\left[0{,}3h^2 + ((1 \pm \alpha)t - 0{,}2c)\left(1{,}7h - (\varepsilon \cdot s + c)\, l_{nat} \frac{1{,}7h + \varepsilon \cdot s + c}{\varepsilon \cdot s + c}\right)\right] - 0{,}75h^2.$$

Som tilnærmede Værdier kan angives:

$$l_0 = \frac{1{,}8h \cdot t}{\alpha(0{,}5h + \varepsilon \cdot s + \gamma \cdot t) + k} \tag{5}$$

$$A_0 = \frac{1{,}25h^2 t}{\mu(\alpha(0{,}5h + \varepsilon \cdot s + \gamma \cdot t) + k)}. \tag{6}$$

Som det fremgaar af Afsnit II, vil det ved blød Bund kun i særlige Tilfælde være fordelagtigt at foretage en *Breddeopfyldning*, som angivet ved Profilet OBC i Fig. 3, og som Regel tilføres Fylden udelukkende indenfor det normale Profil EBC, hvilken Fremgangsmaade i Modsætning til ovennævnte kan betegnes som *Højdeopfyldning*, idet det her drejer sig om at fortrænge det bløde Lag ved hurtigt at føre Dæmningen til fuld Højde.

Ved Valget mellem de to Fremgangsmaader kan man anlægge den Betragtning, at 1 m³ Fyld af Vægt μ, som synker ned i Grunden, kun bidrager til »Kontravægten« med 1 m³ fortrængt (opskudt) Dynd af den mindre Vægt γ, medens den samme Fyld oplagt direkte i Profilet OBE vil virke til Gunst for Stabiliteten med sin fulde Vægt μ, hvorved den nødvendige Fyldmængde bliver mindre. Til Gengæld medfører Breddeopfyldningen — omend kun sekundært — større Komprimering, saaledes at den *samlede* Fyldmængde maaske alligevel bliver større end ved Højdeopfyldning. Tryk-Poretalsdiagrammet maa give Oplysning herom.

Det er selvfølgelig ikke Fyldmængdens Størrelse alene, der spiller en Rolle, men ogsaa Synkningens Varighed. Man maa derfor tage Spørgsmaalet om *Vedligeholdelse* med ind i Overvejelserne.

Som almindelig Regel kan angives: *Breddeopfyldning bør kun vælges, naar den bløde Bund har relativt ringe Porevolumen og stor Dybde i Forhold til Dæmningshøjden.*

Saafremt Opfyldningen kun foretages indenfor det normale Profil, vil Resultatet være en Synkning i Forbindelse med Opskydning af et Jordvolumen med Profil svarende til Grænsebelastningen.

Almengyldige Regler for Synkningsprofilet kan næppe angives, men

Digitized by Google

Boreundersøgelser fra udførte Anlæg viser dog i det store og hele, at Profilets Bredde vokser med Synkningsdybden.

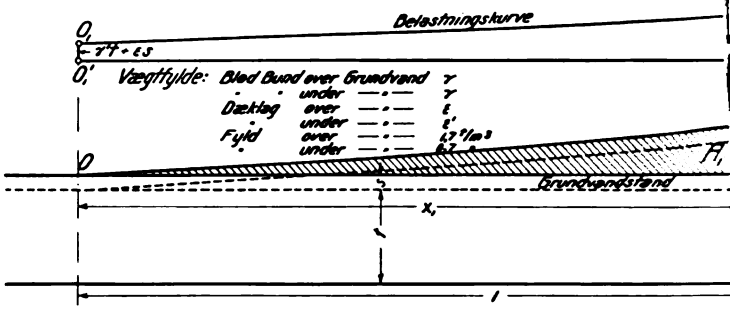


Fig. 4

Det antages derfor — se Fig. 4 — at den tilførte Fyld i en Bredde $= b' + 3h + 3z$ synker til en gennemsnitlig Dybde z under oprindelig Terræn, saaledes at det samlede »Tab« af Fyld paa Grund af Synkningen er repræsenteret ved Arealet FGG'F' af Størrelse $2A = z\,(b' + 3h + 3z)$. I Virkeligheden vil en mindre Del af Tabet vel skyldes Udskydning af Fylden over Terrænlinien, og man kunde tænke sig det virkelige Profil af Fylden omtrent som angivet ved de krumme Linier BF og FE'. Den lodrette Skravering angiver da Forøgelsen (A) af det normale Profil som Følge af den bløde Bund.

Den skraa Skravering angiver Opskydningerne A_1 og A_2 henholdsvis til venstre og højre for HF.

Naar der her og i det følgende tales om Opskydninger, tænkes paa Forholdene, som de er umiddelbart efter Opfyldningen. En Del af Opskydningerne vil som bekendt forsvinde i Tidens Løb paa Grund af Afgivelse af Vand, dels ved Fordampning fra de øverste Lag, dels ved Uddrivning af Porevand fra de Lag, som bliver udsat for forøget Tryk.

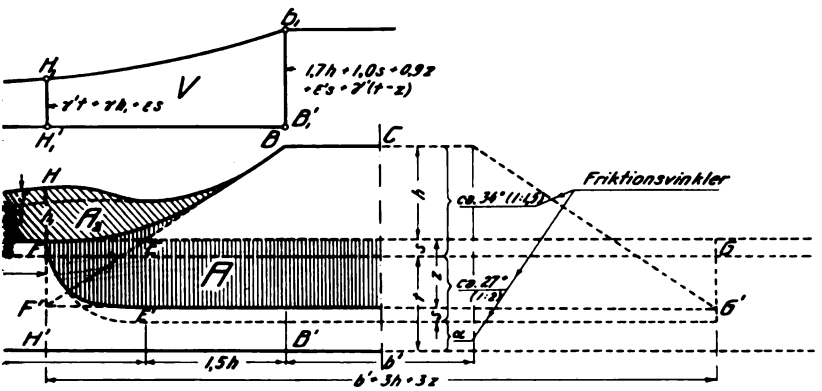
Paa Figuren er indtegnet Belastningskurven $O_1H_1B_1$, som i Modsætning til Overfladen OHB er jævnt stigende og har tiltagende Krumning mod B. Den »Top« paa Overfladen, som er vist ved H, og som ogsaa i Reglen kan iagttages i Praksis, er et Udtryk for, at her finder Overgangen Sted fra den forholdsvis lette bløde Bund til den tungere Fyld.

Med N_B og N_H betegnes Normalkraften — bortset fra det naturlige Vandtryk — i henholdsvis Snit BB' og HH', og den samlede Belastning $B_1B'_1H'_1H_1$ under Hensyn til Opdriften angives ved V.

Man kan da opstille følgende Formler:

$$\left.\begin{aligned} N_B - N_H &= \alpha \cdot V + 1{,}5\,(h + z)\,k \\ A &= A_1 + A_2 \\ l &= 1{,}5\,z + x_1 \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

Digitized by Google



Heri indføres N_H, A_1 og x_1 som de til Grænsebelastningen svarende Funktioner af $h_1 \cdot N_B$ beregnes under Hensyn til de i Fig. 4 angivne Friktionsvinkler, Vægtfylder m. v. og iøvrigt som udviklet i Afsnit I, idet det bløde Lags Tykkelse nu er $= t - z$.

V — og dermed A_2 — beregnes under Forudsætning af retlinet Belastningslinie H_1B_1.

Af Ligningerne (7) kan man dernæst ved at borteliminere Hjælpestørrelserne h_1, z o. s. v. bestemme A og l.

Til praktisk Jordberegning egner Ligningerne i denne Form sig selvfølgelig ikke, men ved en tilnærmet Beregning kan man naa til følgende brugelige Formler, hvori $b = b' + 3h + 3t$:

$$A = \frac{1{,}25\,h^2 t}{\gamma(\alpha(0{,}5h + \varepsilon \cdot s + \gamma' \cdot t) + k) + 2{,}5h^2 : b} \tag{8}$$

$$l = \frac{1{,}80\,h \cdot t}{\alpha(0{,}5h + \varepsilon \cdot s + \gamma' \cdot t) + k + 0{,}5h \cdot t : b} \tag{9}$$

For $b = \infty$ er $A = A_0$ og $l = l_0$

For $\alpha = 0$ og $k = 0$ er $A = 0{,}5bt = A_t$.

Altsaa er:

$$A = \frac{A_0 A_t}{A_0 + A_t}.$$

For symmetriske Profiler finder man nu, idet Profilafstanden er a:

$$\left.\begin{aligned} &\text{Jordvolumen til Synkning } M = 2\Sigma aA \\ &\text{Areal til Opskydninger } \quad O = 2\Sigma al. \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

Hvis den bløde Bund kun forekommer i den ene Side af Tværprofilet, og den hertil svarende Planumsbredde er $= b'$, skal man i Formlerne (8) og (9) sætte $b = 2b' + 3h + 3t$ og derefter $M = \Sigma aA'$, $0 = \Sigma al'$, idet Betegnelserne A' og l' træder i Stedet for A og l.

Digitized by Google

For at angive Fremgangsmaaden ved Beregningen samt for i nogen Maade at faa en Forestilling om, hvorvidt de foranstaaende rent teoretiske Betragtninger svarer til Virkeligheden, er Teorien i det følgende anvendt paa en af De danske Statsbaner udført større Opfyldning paa blød Bund. Med Hensyn til denne Bunds Forskydningsmodstand, da har man med ret god Sikkerhed kunnet bestemme denne under Arbejdets Udførelse ved at maale Dyndets Stighøjde i en gennem Fylden

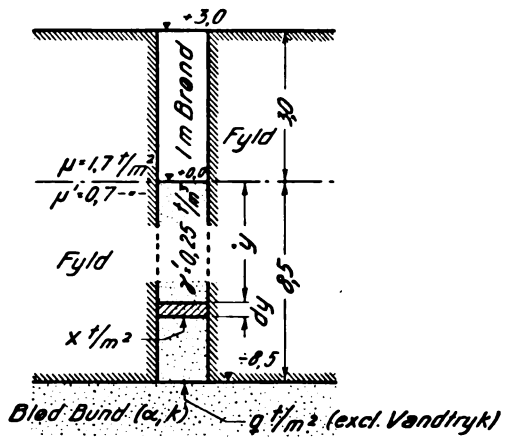


Fig. 5.

nedskaktet 1 m Brønd. Forholdene illustreres ved hosstaaende Fig. 5, af hvilken følgende tilnærmede Beregning udledes:

Ligevægt af lodrette Kræfter paa det cylindriske Element med Højden dy:

$$\frac{\pi}{4} d^2 (dx - \gamma' dy) = (\alpha \cdot x + k) \pi \cdot d \cdot dy$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{\gamma' d + 4k + 4\alpha \cdot x}.$$

Idet $y = 0$ for $x = 0$ og $y = 8{,}5$ for $x = 11{,}05$, findes ved Integration

$$34\alpha = l_{nat} \frac{0{,}25 + 4k + 44\alpha}{0{,}25 + 4k}.$$

Paa dette Grundlag kan imidlertid kun angives forskellige sammenhørende Værdier af k og α og ikke den absolutte Værdi af disse.

Man finder saaledes

α	k
0,08	0 t/m²
0,06	0,04 »
0,04	0,09 »
0,02	0,17 »
0	0,27 »

Digitized by Google

Forsøg, der er foretaget med nogle enkelte Prøver — jfr. Bemærkningerne i Afsnit I — synes at vise i Retning af forsvindende Kohæsion og α = ca. 0,12. Det maa iøvrigt her bemærkes, at de ovenfor angivne sammenhørende Værdier nærmest maa betragtes som Minimumsværdier bl. a. under Hensyn til, at Glidningen kan have fundet Sted langs Brøndens Sider (Dynd mod Beton).

I nedenstaaende Skema er Beregningen gennemført for k = 0, α = 0,10 (Middeltal af Forsøg og Grænsetilfælde).

Opfyldning St. 0—5,45

$\alpha = 0{,}10$. $k = 0$. $\gamma = \varepsilon = 1{,}25$. $\gamma' = 0{,}25$.

St.	h	s	t	b′	b′	l	l′	A	A′	a	2al (al′)	2aA (aA′)
	m	m	m	m	m	m	m	m²	m²	m	m²	m³
0							0		0		0	0
+ 70	6,5	1,0	9,5		10		98		207	40,5	3970	8380
+ 81	6,5	1,0	9,5		15		102		226	11	1120	2490
+ 92	7,0	1,0	9,5		20		111		258	19,5	2170	5040
1 + 20	6,5	1,0	9,5		40		119		297	26,5	3160	7860
+ 45	6,5	1,0	11,5		55		139		386	25	3480	9650
+ 70	7,5	1,0	13,5		70		167		545	25	4170	13620
+ 95	7,5	1,0	13,5		80		170		561	25	4250	14000
2 + 20	7,0	1,0	13,5	85		150		448		25	7500	22400
+ 45	9,0	1,0	13,0	75		158		522		25	7900	26100
+ 70	8,5	1,0	12,5	75		153		472		25	7650	23600
+ 95	8,5	1,0	11,5	80		148		444		25	7400	22200
3 + 20	9,0	1,0	10,0		80		156		512	25	3900	12800
+ 45	8,0	1,0	10,0		55		141		410	25	3520	10250
+ 70	7,0	1,0	10,0		25		117		288	19	2220	5480
+ 83	6,5	1,0	10,0		60		131		351	10	1310	3510
+ 90	8,5	1,0	10,0		55		144		431	18,5	2670	7980
4 + 20	9,0	1,0	9,0		55		139		407	40	5560	16300
+ 70	7,0	2,0	7,5		40		95		233	50	4750	11650
5 + 20	4,5	1,5	6,0		50		74		140	37,5	2780	5250
+ 45							0		0		0	0
										Sum:	79480	228560

De anførte Tværsnitsdimensioner t og s er omtrentlige Gennemsnitsværdier for hvert enkelt Tværprofil, medens h er Planumskantens Højde over det oprindelige Terræn.

En Sammenligning med de af Statsbanerne foretagne Opmaalinger stiller sig som følger:

Digitized by Google

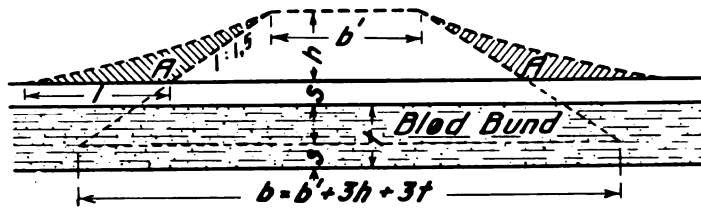


Fig. 6a.

1) Fyldmængde til Synkning
(ekscl. Komprimering): Opmaalt Beregnet
$M = 2\,\Sigma aA\,(\Sigma aA')$ $259000\ m^3 > M > 207000\ m^3$ $M = 229000\ m^3$

2) Areal af Opskydninger:
$O = 2\,\Sigma al\,(\Sigma al')$ $O = 68000\ m^2$ $O = 79000\ m^2$

Af de angivne Grænser for opmaalt M svarer den lavere Grænse til den opskudte Dyndmængde, der maa antages at have afgivet en Del af sit Vandindhold og derfor har et noget mindre Volumen end i oprindelig aflejret Tilstand, medens den højere Grænse svarer til den samlede Fyldmængde (Komprimering + Forskydning) under oprindeligt Terræn.

Den paagældende Opfyldning slutter sig paa nogle Steder til ældre Aflagringer og afviger iøvrigt paa flere Maader fra Beregningens Forudsætninger, saasom ved stærk Sidehældning af den faste Bund og uregelmæssigt Grundvandsspejl m. m. De enkelte Tværprofiler viser da ogsaa ret stor Divergens fra de beregnede Forhold, men ikke desto mindre er det samlede Beregningsresultat i dette Tilfælde i god Overensstemmelse med Virkeligheden.

Det vil imidlertid som fremhævet i Indledningen være af Interesse at faa samlet Materiale fra en hel Række Anlæg, idet der selvfølgelig ikke kan drages nogen Slutning ud fra det her anførte ene Eksempel.

Det foran anførte om Volumenberegningen ved Opfyldning paa blød (letforskydelig) Grund kan sammenfattes i følgende:

a) *Højdeopfyldning* ɔ: Dæmningen stabiliseres ved hel eller delvis Fortrængning af Bunden.

Udover det normale (Opfyldning paa fast Bund) — og bortset fra eventuel Komprimering af Bunden — medgaar en Fyldmængde M, samt beslaglægges et Areal O, bestemt ved nedenstaaende Formler, idet man benytter Formlerne (11 a) eller (11 b), alt eftersom Tilfældet kan henføres til Fig. 6 a eller 6 b.

Digitized by Google

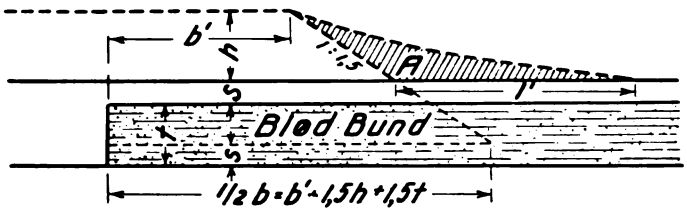


Fig. 6b.

$$\left.\begin{aligned} M &= 2\,\Sigma aA \\ A &= \frac{1{,}25h^2t}{\gamma\,(\alpha\,(0{,}5h+\varepsilon\cdot s+\gamma'\cdot t)+k)+2{,}5\,h^2:b} \\ O &= 2\,\Sigma al \\ l &= \frac{1{,}80h\cdot t}{\alpha\,(0{,}5h+\varepsilon\cdot s+\gamma'\cdot t)+k+0{,}5h\cdot t:b} \\ b &= b'+3h+3t \end{aligned}\right\}(11\,a) \qquad \left.\begin{aligned} M &= \Sigma aA' \\ A' &\text{ (som A)} \\ O &= \Sigma al' \\ l' &\text{ (som l)} \\ b &= 2b'+3h+3t \end{aligned}\right\}(11\,b)$$

I Formlerne betyder:

a: Profilafstand (m).

2A (A'): Opskydningernes Areal i det enkelte Tværprofil maalt umiddelbart efter Opfyldningen (m^2).

l (l'): Afstanden i Tværprofilet fra yderste Opskydning til normal Skraaningsfod (m).

k: Kohæsionskoefficienten for den bløde Bund (Ton/m^2).

α: Friktionskoefficienten for den bløde Bund (Rent Tal).

γ: Vægtfylde af den bløde Bund i naturlig Aflejring (Ton/m^3).

$\gamma' = \gamma - 1$ (Vægtfylde under Hensyn til Opdrift i Vand).

ε: Vægtfylde af det ovenliggende Lag, s (Ton/m^3).

Iøvrigt henvises til Figurerne 6 a og 6 b.

Da der af Hensyn til Dæmningens Stabilitet i Almindelighed kræves tilvejebragt en midlertidig Overbelastning, maa h og b i Formlerne fastsættes under Hensyn hertil.

Størrelsen af det opskudte *Areal* (O) er uafhængig af Bundens Sammentrykning, hvorimod Forøgelsen i *Volumen* som Følge af blød Bund maa bestemmes under Hensyn til saavel Sammentrykning som Forskydning. Tilnærmelsesvis kan dette Volumen beregnes som Opskydningen M + Sammentrykningen af den tilbageblivende Del af den bløde Bund under Dæmningen. Beregningen af Sammentrykningen er imidlertid holdt udenfor nærværende Undersøgelse.

Digitized by Google

b) *Breddeopfyldning* ɔ: Dæmningen stabiliseres ved Tilpasning af Opfyldningsprofilet efter Bundens Bæreevne.

Fremgangsmaaden ved Volumen- og Arealberegningen er en tilsvarende som angivet under a). Dog skal man erstatte l og A med henholdsvis l_0 og A_0 bestemt ved Formlerne (5) og (6), hvori μ kan sættes = 1,7. Endvidere maa det erindres, at α og k her bør indføres med en vis *Sikkerhedsgrad* (1,2 à 1,5) i Forhold til de eksperimentelt fundne Forskydningskoefficienter.

Digitized by Google

SUMMARY

FILLINGS ON YIELDING SOILS

For fillings on *firm soil*, such problems as the determination of stability and the calculation of volumes are relatively simple to solve, since in the main merely the properties of the filling itself have to be taken into consideration.

If, on the contrary, the *subsoil* is *soft*, the physical properties, not only of the filling but also of the subsoil, will influence the calculations considerably, and the latter must therefore to a great extent be based on geotechnical data.

The principal problem to be treated in this connection is the question about the *shearing resistance* of the various kinds of earth. According to the results of researches performed in this field by leading geotechnicians, the shearing resistance in any section must be supposed to consist partly of a resistance increasing with the normal reaction between the solid particles — including any reaction produced by capillary tension — and partly of a resistance increasing with the magnitude of the area of the given section. Taking this for granted, the simplest possible formula for maximum shearing stress will be:

$$\tau_{max} = \alpha (\sigma - p) + k,$$

σ being the normal tension and p the tension of the pore water, while α and k, respectively, are the constant coefficients of *friction* and *cohesion*. In soils with water-filled pores and a low degree of permeability, a certain higher limit for α will be found, provided that the rate of applying the load be sufficiently slow to allow the soil to adjust itself to the »natural contents of water«, i. e. to the natural percentage of water corresponding to the varying pressure, at which the excess pressure in the pore water is equalized. On the

Digitized by Google

other hand, a lower limit for α is found when the increase in pressure is effected suddenly. Between these two limits the *effective* coefficient of friction, for each given case, will be situated. This coefficient can be determined from the *pressure/shear diagram* plotted from the results of laboratory tests performed with an arrangement adapted to produce just the pore pressure prevailing during the actual filling work.

The uncertainty, however, of the experimental determination of the coefficient α shows clearly the desirability of a classification of soils according to their resistance against shear, in such a manner that for a given soil, with a given percentage of water, the said resistance can be found from a table. The requisite data for making such a table must be collected, in the course of time, from the *static boundary cases* presenting themselves during the construction of the works.

In connection with the assumption about cohesion and friction acting simultaneously, the theory of circular-cylindrical surfaces of rupture is most commonly used in stability calculations for fillings on soft soil. Since experience shows the surfaces of rupture to be curved, and since the circle offers the simplest conditions for the calculation, this theory appears to be well supported, in theoretical as well as in practical respects. Another circumstance tending to prove the utility of the method is that the circle is the only curve along which a sliding motion can take place, without causing any internal deformation of the sliding body. The theory, however, may easily lead to very complicated analytical or graphical cases, and further the theory, although quite useful for statical examinations of existing fillings, is hardly applicable to direct dimensioning.

The present paper attempts to give, on a geotechnical basis, a general procedure for direct *statical calculation* of a filling on soft bottom. In continuation hereof, the paper treats quite thoroughly the topic of *volume calculation*, in the first place because this topic in itself involves statical problems, and then because the usual practice, according to which the calculation of the quantity of earth lost by sinking is based on a personal estimate of the firmness of the underlying strata, presumably ought to be replaced by more rational and objective methods.

In a rationally performed calculation the *compressibility*, as determined by the pressure/pore number diagram of the soil, should really be taken into consideration. As a matter of fact, however, most earths to be defined as »soft soils« are *either* decidedly compressible and relatively well adapted to resists shear (for instance peat) *or* easily sheared and — at any rate primarily — difficult to

Digitized by Google

compress owing to the low degree of permeability (clay, mud and the like), and it will therefore be natural to divide the soils into these two classes. Only the last class is dealt with in the present paper, the soil being assumed to be an *ideal incompressible earth with merely a low resistance against shearing.* The compression is consequently supposed to be treated separately as a secondary problem.

I. BOUNDARY LOAD ON SOFT SOIL.

The assumptions on which the calculations are based are the following:

1) Geotechnical Constants:

	Specific Gravity	Coefficient of Friction	Cohesion
	Tons per cubic metre		Tons per square metre
Soft Subsoil	$\gamma = \gamma' + 1$	α	k
Filling Material	μ	$\operatorname{tg} \varphi$	0

2) Soft Soil as well as the Filling are incompressible.
3) Elliptical Variation of Stresses at any point.
4) The Normal Force acting on any horizontal surface element is equal to the weight of the earth prism resting thereon.

The problem is (Figs. 1[a]—1[c]) to determine just the required cross-section A—D for a filling on the soft bottom bounded by CBD and EPF.

By using the conditions of equilibrium for the prism OPP'O' with the element of sliding surface PP', the differential equation for the load $y\,(= \mu h)$ is found to be:

$$\left.\begin{aligned}\left(0{,}2y+(1\pm\alpha)t\right)\frac{dy}{dx}+\left((1\pm\alpha)\frac{dt}{dx}+\alpha+v\right)y+\left(\gamma t+2k(\alpha+v)\pm k\right)\frac{dt}{dx}\\ +2kt\frac{dv}{dx}+\gamma t(\alpha+v)+k=0,\end{aligned}\right\}\quad(1)$$

t being the tickness of the soft layer, and v the transverse slope of the firm bottom (see Fig. 1[a]).

As to the double sign, it should be noted that the sign plus corresponds to the minimum load (the minimum quantity of filling) for which the equilibrium is possible, while the sign minus corresponds to the boundary load produced by upheavals of the ground.

Digitized by Google

In order to determine the curve of load and, thereby, the transverse profile, the geotechnical constants α, k and γ as well as the values of t and v, as functions of x, found by levelling and borings are inserted in the equation (1), v being positive or negative.

If t and v are constant, we find by integration of equation (1) and an approximative transcription of the integrated equation:

$$x = (y_0 - y)\frac{0{,}1\,(y_0 + y) + (1 \pm \alpha)\,t}{0{,}5\,(\alpha + v)\,(y_0 + y + 2\gamma t) + k}. \qquad (2^b)$$

Further, we find the load P between the ordinates y_0 and y:

$$P = (y_0^2 - y^2)\frac{0{,}1\,(y_0 + y) + (1 \pm \alpha)\,t}{(\alpha + v)\,(y_0 + y + 2\gamma t) + 2k} = 0{,}5 \cdot x\,(y_0 + y). \qquad (3^b)$$

An integration of equation (1), if feasible at all, will lead to very inconvenient formulas, and therefore the following *universal procedure* is recommended:

The profile is divided into intervals, inside of which the boundaries of the soft subsoil can be counted to be rectilinear. For an arbitrary interval with a length x we have then:

$$y = y_0 - x \cdot \frac{\alpha y_0 + 0{,}5\,\gamma\alpha\,(t_0 + t) + k}{0{,}2 y_0 + (1 \pm \alpha)\,t + 0{,}5x\,(\alpha + v)}. \qquad (4)$$

From this the limit load is determined by successive calculation of the intervals. The procedure is illustrated by an example taken from surveys and borings performed in connection with one of the constructions of the Danish State Railways, Fig. 2^a. The Figure gives, for Station 1033 + 25, the actual surface line after the upheavals, as well as the surface line figured for the intervals I—V. Fig. 2^b shows the results of shearing tests made, for a sectional area of 50 square centimetres, with samples of earth from the upheavals concerned.

II. CALCULATION OF STABILITY.

Equilibrium for a filling on soft ground can be produced by:

a) *High Filling*, i. e. the dam is stabilized by a complete or partial displacement of the subsoil,
or

b) *Broad Filling*, i. e. the dam is stabilized by adjustment of the filling profile in accordance with the supporting capacity of the subsoil.

Digitized by Google

The requisite *safety* is provided in the following manner:

ad a) A suitable temporary excess load P_m, relatively to the final profile, is provided. Assuming the useful load to be Q, the safety should be:

$$n = \frac{P_m}{Q} = 5 \text{ to } 6.$$

A further safety may be attained by blastings performed before the excess load is removed.

ad b) The static calculations in Section I are used as a basis, the constants α and k, as found by the geotechnicians, being replaced, in the formulas, by »permissible values« $\alpha_t = \alpha : n$ and $k_t = k : n$.

The factor of safety n may be chosen equal to 1,2 to 1,5. The lower one of these limits is permissible, when the geotechnical determinations are based upon a static boundary case while using the same hypotheses of calculation as those used in the stability calculation.

III. CALCULATION OF VOLUMES ETC.

a) *High Filling.*

In a filling of the kind ordinarily met with in practice, with sinking of the filling material in connection with upheavals of the ground, as illustrated by Fig. 4, we find on the basis of the explanations in Section I the increase in the normal profile:

$$\text{Increase in Breadth:} \quad l = \frac{1{,}80ht}{\alpha\,(0{,}5h + \varepsilon s + \gamma' t) + k + 0{,}5ht : b} \tag{8}$$

$$\text{Increase in Area:} \quad A = \frac{1{,}25h^2 t}{\gamma(\alpha\,(0{,}5h + \varepsilon s + \gamma' t) + k) + 2{,}5h^2 : b} \tag{9}$$

For *Symmetrical* Profiles (Fig. 6a) we find now, the distance between profiles being a:

The volume of earth for sinking (exclusive compression) $M = 2\Sigma aA$.
Area for upheavals $O = 2\Sigma al$.

For *Unsymmetrical* Profiles belonging to the case shown in Fig. 6b, we have:

$$M = \Sigma aA', \quad O = \Sigma al',$$

Digitized by Google

A′ and l′ being figured from the formulas (8) and (9) while using for b the value indicated in the Figure.

By way of example, Fig. 5 shows for a large filling constructed by the Danish State Railways on soft subsoil, the resistance against shear being determined on the basis of a static boundary case.

b) *Broad Filling.*

In a filling as shown in Fig. 3, in which a boundary equilibrium is supposed to exist, the increase in the *normal* profile required in consequence of the soft bottom is found to be approximately:

$$\text{Increase in Breadth:} \quad l_0 = \frac{1{,}80h \cdot t}{\alpha\,(0{,}5h + \varepsilon s + \gamma' t) + k} \tag{5}$$

$$\text{Increase in Area:} \quad A_0 = \frac{1{,}25h^2 t}{\mu(\alpha(0{,}5h + \varepsilon s + \gamma' t) + k)}. \tag{6}$$

The calculations of areas and volumes are then performed in a manner corresponding to the one indicated under a), although now the coefficients α and k must be inserted in the formulas with a factor of safety amounting to 1,2 to 1,5.

The formulas given under a) and b) for calculation of volumes do *not* comprise any compression of the soil, which therefore must be figured separately. When choosing between high and broad filling, the compression must be taken into consideration, and as a general rule it may be said that a broad filling should only be selected if the soft soil has a relatively low degree of compressibility and a great depth relatively to the height of the dam.

Finally, it is to be pointed out that the present paper should merely be considered a theory of calculation, about the practical value of which nothing can be said definitely, until the theory has been tested, in a series of cases, on a rational geotechnical basis.

Digitized by Google

INGENIØRVIDENSKABELIGE SKRIFTER

A.

UDGIVET AF

DANMARKS NATURVIDENSKABELIGE SAMFUND

VED UDVALGET FOR *INGENIØRVIDENSKABELIG FORSKNING*

A. 1. *M. Rubner:* Aus dem Leben einer Zelle. 1913. (Pris: Kr. 0,50).
2. *Niels Bjerrum:* Nyere Undersøgelser over Atomernes Bevægelser med særligt Henblik paa Kvantehypotesen. 1915. (Pris: Kr. 0,50).
3. *Kølpin Ravn:* Om Agerbruget paa St. Croix. 1915. (Pris: Kr. 0,50).
4. Fru *Kirstine Meyer:* Ole Rømer. Ved Afsløring af Ole Rømer Statuen. 1918. (Pris: Kr. 0,50).
5. *E. Strömgren:* Ole Rømer som Astronom. 1918. (Pris: Kr. 0,50).
6. *M. C. Harding:* Ole Rømer som Ingeniør. 1918. (Pris: Kr. 0,50).
7. *E. S. Mitscherlich:* Om Vækstfaktorernes Virkningslov. 1921. (Pris: Kr. 0,50).
8. *A. Wegener:* 1) Kontinenternes Forskydning. 2) Jordskorpens Natur. 3) Fortidens Klimater. 1922. (Pris: Kr. 0,50).
9. *F. C. Becker, C. Janholm* og *P. E. Raaschou:* Om Tørringsprocessen. 1925. (Pris: Kr. 0,50).
10. *A. Oppermann:* Nyere Principper i Skovdyrkningen. 1925. (Pris: Kr. 1,50).
11. *P. E. Raaschou* med Assistance af *N. C. Janholm* og *A. Ranløv:* En Undersøgelse over Varmeøkonomien ved Gasværksovne. 1926. (Pris: Kr. 1,00).
12. Ingeniørkaptajn *K. Prytz* i Samarbejde med Professor *G. Schønweller* og Ingeniør *Th. Claudi Westh:* Sammenhængen mellem Nedbør og Tilstrømning til Nissum Fjord. 1926. (Pris: Kr. 1,50).
13. *P. E. Raaschou* og *V. Ahrend Larsen:* En Undersøgelse over Bomuldsstoffernes Paavirkning ved Vask, specielt med perboratholdige Vaskemidler. 1927. (Pris: Kr. 1,50).
14. *H. I. Hannover:* Om Molersten, — en betydningsfuld dansk Specialindustris Udvikling. 1927. (Pris: Kr. 2,50).
15a & b. *P. O. Pedersen:* The Propagation of Radio Waves. 1927. (Pris: Kr. 15).
16. *A. Ostenfeld:* Polyteknisk Læreanstalt Laboratorium for Bygningsstatik 1. 1928. (Pris: Kr. 1,50).
17. *K. W. Johansen:* Om Virkningen af Bøjler og Skraajærn i Jærnbetonbjælker. 1928. (Pris: Kr. 2,00).
18. *P. O. Pedersen:* Et Par Anvendelser af elektriske Udladninger i Maaletekniken: Smaatidsmaaling og Klydonograf. (Pris: Kr. 1,00).
19. *A. Ostenfeld:* Exzentrisch beanspruchte Säulen, Versuche mit Holzsäulen, Querschnittsbemessung. With an English Summary. 1929. (Pris: Kr. 3,00).
20. *Vilhelm Marstrand:* Ingeniøren og Fysikeren Ludvig August Colding. Mindeskrift i Anledning af Den polytekniske Læreanstalts Hundredaarsfest. 1929. (Pris: Kr. 2,00).
21. *A. Ostenfeld:* Exzentrisch beanspruchte Säulen, Versuche mit Stahlsäulen Querschnittsbemessung. With an English Summary — Avec un resumé en français. 1930. (Pris: 3,00).
22. *Axel Bendixsen:* Beregning af Spændingerne i krumme Flader, specielt Kuglefladen. Mit einem deutschen Resumé. 1930. (Pris: Kr. 3,00).
23. *J. O. V. Irminger* and *Chr. Nøkkentved:* Wind-Pressure on Buildings Experimental Researches. 1930. (Pris: Kr. 10,00).
24. *Jul. Hartmann:* The Jet-Wave Rectifier. 1931. (Pris: Kr. 30,00).
25. *Walter Engel:* Die heutige theoretische Grundlage der Materialprüfung der Metalle. 1931. (Pris: Kr. 3,00).

Digitized by Google

26. *A. Ostenfeld:* Exzentrisch beanspruchte Säulen III beliebige Exzentrizität. Versuche mit Holz- und Stahlsäulen. With an english summary. 1931. (Pris: Kr. 4,00).
27. *K. Prytz:* Messung der Wasserführung von Dränsträngen. 1931. (Pris: Kr. 0,75).
28. *Fr. Johannsen:* Ingeniør C. Winsløw's Teori om Jordoverfladens Udformning ved planetariske Kræfter. Avec un resumé en français. 1931. (Pris: Kr. 0,50).
29. *Dansk Selskab for Bygningsstatik* og *Dansk Ingeniørforenings Udvalg for rationel Betonblanding:* Forsøg med Beton og Tilslagsstoffer. Mit einer deutschen Zusammenfassung. 1931. (Pris: Kr. 2,50).
30. *William Rung:* Tafeln zur Berechnung von Hochspannungsleitungen bis 1000 km Länge nebst kurzer Theorie. 1931. (Pris: Kr. 4,50).
31. *Niels Engel:* Untersuchungen über die Stahlhärtung. 1931. (Pris: Kr. 10,00).
32. *The Technical Staff of the Copenhagen Telephone Company:* The Development of Telephonic Communication in Copenhagen 1881—1931. 1932. (Pris: Kr. 8,00).
33. *K. Prytz:* Der Kreislauf des Wassers auf unberührtem Hochmoor. 1932. (Pris: Kr. 3,00).
34. *Povl Vinding:* Beiträge zur Lehre der Elektrizitätstarife. 1933. (Pris: Kr. 10,00).
35. *P. O. Pedersen:* Sub-harmonics in Forced Oscillations in Dissipative Systems. 1933. (Pris: Kr. 8,00).
36. *Hydrologische Untersuchungen.* Die anlässlich geplanter Wassergewinnungsanlagen für die Wasserversorgung Kopenhagens längs der östlichen Seite von Roskilde förde bei Marbjerg und Brokilde (St. Valby) unternommen wurden. 1934. (Pris: Kr. 3,00).

B.

UDGIVET AF

DANSK INGENIØRFORENING

B. 1. Isolatorbindinger. Udvalgsberetning. 1929. (Pris: Kr. 1,25).
2. Beretning om Det nordiske Ingeniørmøde i København 28.—31. August 1929 samt om Den polytekniske Læreanstalts 100-Aars Fest. 1930. (Pris: Kr. 10,00).
3. *E. Suenson:* Cementrørs Vandtæthed. With an English Summary. 1930. (Pris: Kr. 2,50).
4. *Anker Engelund:* Alssundbroen. With an English Summary. 1930. (Pris: Kr. 3,00).
5. *Henry Stjernqvist:* Studier i Elektricitetsværks Statistik. With an English Summary. 1931. (Pris: Kr. 2,50).
6. *Emanuel Hansen & Povl Vinding:* Undersøgelser angaaende Stofskiftet ved Træningsarbejder for Røgdykkere. 1932. (Pris: Kr. 1,00).
7. *A. Rye Clausen:* Bidrag til en rationel Bestemmelse af Tidspunktet for Fornyelsen eller Ændringen af et producerende Anlæg. 1932. (Pris: Kr. 1,50).
8. *P. Rønne:* Rørkrumning i Vandrørskedlen. Aarsag og Følger. 1932. (Pris: Kr. 1,50).
9. *G. Schønweller:* On Some Hydraulic Model Tests. Performed in 1929—31 for the Board of Maritime Works of the State of Denmark. 1933. (Pris: Kr. 2,00).
10. *C. W. Prohaska:* Simpler Equations for Catenarys. Avec un resumé en français. 1933. (Pris: Kr. 1,50).
11. *Chr. Broen Christensen:* Om Opfyldning paa letforskydelig Jordbund. With an English Summary. 1934. (Pris: Kr. 1,50).

Digitized by Google

S
IN43
B
12

INGENIØRVIDENSKABELIGE SKRIFTER
B Nr. 12

MISCELLANEOUS PAPERS

BY
P. O. PEDERSEN, PHIL. DR.
PROFESSOR AND PRINCIPAL
ROYAL TECHNICAL COLLEGE
COPENHAGEN

ENGINEERING LIBRARY
AUG 1 - 1934
University Wisconsin

DANSK INGENIØRFORENING
ON COMMISSION BY G. E. C. GAD · 32 VIMMELSKAFTET
COPENHAGEN
1934

Pris: Kr. 6,00

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

MISCELLANEOUS PAPERS

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

P. O. Pedersen.

Digitized by Google

INGENIØRVIDENSKABELIGE SKRIFTER
B Nr. 12

MISCELLANEOUS PAPERS

BY
P. O. PEDERSEN, PHIL. DR.
PROFESSOR AND PRINCIPAL
ROYAL TECHNICAL COLLEGE
COPENHAGEN

DANSK INGENIØRFORENING
ON COMMISSION BY G. E. C. GAD · 32 VIMMELSKAFTET
COPENHAGEN
1934

Digitized by Google

J. JØRGENSEN & CO. COPENHAGEN

Digitized by Google

PREFACE

Some of my engineering friends have done me the great honour of proposing the publication in English of some of my Danish papers which up to now have not been published in any foreign language, —this publication to be ready on my sixtieth birthday—June 19th 1934.

It was after considerable hesitation that I accepted this very kind and flattering offer. Practically all my papers bearing on electrotechnics and on physics have already been published in either English, French or German, and in well known periodicals, (compare the list of papers at the end of this book), and the only exceptions worth mentioning are No. 48 »Om elektriske Gnister« (On Electric Sparks) written in 1923, and No. 84 »Om Fase- og Gruppehastighed i dæmpningsfri Systemer« (On Phase- and Group Velocity in Conservative Systems) written in 1931.

As regards No. 48, my investigations on the formation of the electric spark having not yet been concluded—although I am still hoping that they some time will be—I feel that it is most reasonable to postpone the translation of this paper until a later date.

Paper No. 84, in view of other publications bearing on this subject which have appeared since it was first read, will have to be re-written. Part of it, however, will probably be included in some future publication on phase- and group-velocity.

Most of the remainder of my Danish papers have a purely national or local colour, and have hardly any interest whatever for foreign engineers. There then only remain the five papers contained in this little booklet.

Two of them deal with the history of electrical communication, emphasizing the Danish contributions to the same. One deals with the history of engineering and the first centenary of the Royal Danish Technical College, and another with the introduction of engineering

Digitized by Google

science and engineering methods into the science of economics. The last discusses the depreciation of public utility plants.

Although I still feel some hesitation in letting these casual papers go out into the international world, I certainly have no hesitation in according my hearty thanks to my friends who have arranged for this publication and to the institutions which have granted the necessary means. I also most warmly thanks Messrs. J. P. Christensen, R. N. Harris and Dr. P. Vinding who have undertaken most of the work in connection with the translation and printing of this publication.

June 1934.

P. O. Pedersen.

Digitized by Google

CONTENTS

	Page
On the development of the electrical communication technique and Danish contributions to the same	11
Lecture delivered at a joint meeting of the Institution of Danish Civil Engineers and the Electrotechnical Society the 27th October 1932	31
Speech delivered the 30th August 1929 on the occasion of the centenary of the Royal Technical College of Copenhagen	47
A few examples illustrating the line of progress in scientific-technical development	55
On the depreciation of public utilities	68
Articles, papers, books and lecture notes published by P. O. Pedersen	100

Digitized by Google

Digitized by Google

ON THE DEVELOPMENT OF THE ELECTRICAL COMMUNICATION TECHNIQUE AND DANISH CONTRIBUTIONS TO THE SAME.[1]

There has always been a great need for quick and reliable means of communication in organized communities. The sovereign needs such to bring him quickly reliable information as to the state of affairs inside and outside his country, whereupon without loss of time he can

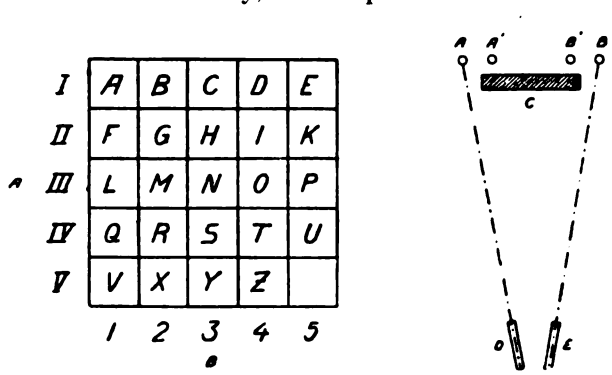


Fig. 1. Torch telegraphy. If f. inst. the torch to the left is shown twice and the torch to the right three times outside the screening cover, this corresponds to the letter *H*.

issue his orders. The same refers to the military commander. He should be able to report with the least delay regarding his victories or to prepare feelings in case of defeats. But facilities of communication have been of greatest importance to the modern community in its commerce and intelligence service, in the spreading of education and art in incessantly widening circles, and in knitting together culturally as time goes on, larger and larger parts of the worlds population.

The first efficient telegraphs were of optical nature, as the torch telegraphy of the Greek's and the Persian's, and the optical telegraph of the French engineer *Chappe* which played a very important röle during the revolutionary war and during the first half of the nineteenth century.

---

[1]) »Det Nordiske Ingeniørmøde i København 28.—31. Aug. 1929«, Copenhagen 1929.

Digitized by Google

The great and decisive drawbacks of the optical telegraphs are their inapplicability in hazy weather and the great number of relay stations necessary. Across oceans they cannot be applied.

One soon had a feeling though, that the telegraph problem should be solved by means of electricity and suggestions for a number of purely electrical telegrahps were set forth of which I may mention the *electro-static* type based on electro-static attraction or repulsion, or on the

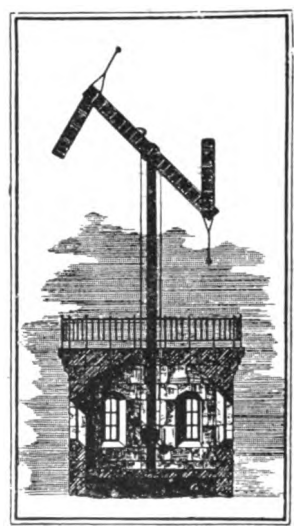


Fig. 2. *Chappe*'s optical telegraph. The middle arm may be set in 4 different positions, the outer arm in 7; 4×7×7 signals may thus be produced.

display of electric sparks as f. inst. indicated in fig. 3, showing the principle in *Reusser*'s suggestion in 1794. Even with the facilities of modern technique great difficulties would be involved in developing an efficient telegraph system based on this principle.

Somewhat more favourable conditions are found in the electro-chemical telegraphs as f. inst. *Sömmerings* of 1809 the principle of which is indicated in fig. 4. Neither this telegraph nor the above named has become of any practical use however. It would, on the other hand, have been possible to design a usable electro-chemical telegraph with the physical-chemical knowledge of 1820—30, which is fully proved by the eventual appearance of the *Bain* telegraph in 1846. The principle of this is indicated in fig. 5. But even in the *Bain* form the electro-chemical telegraph has been unable to hold its ground against the modern telegraph of the electro-magnetic type.

Digitized by Google

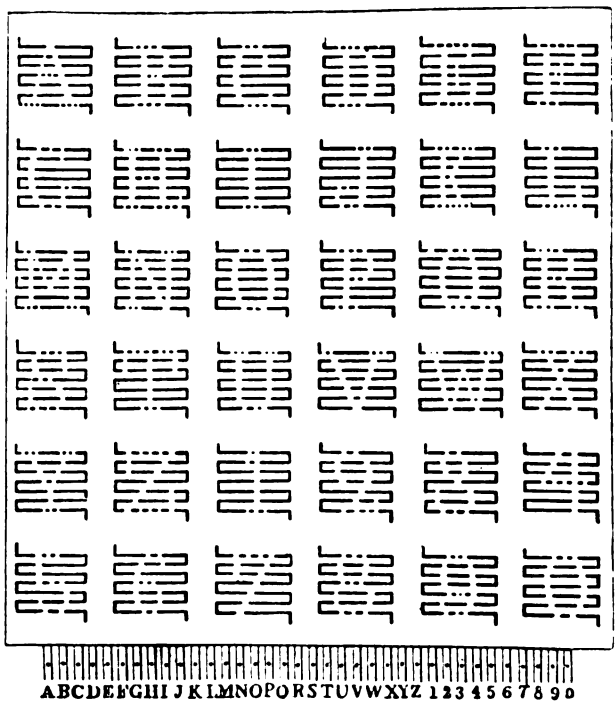


Fig. 3. *Reusser*'s electro-static »spark« telegraph. The black lines indicate tin-foil strips on an insulated plate. The signals (letters) appear visible when small sparks are jumping across the spaces where the tin-foils are broken. Connecting lines = number of signals, the earth being used as return conductor.

Fig. 4. *S. T. von Sömmerings* electro-chemical telegraph of 1809. The gas-formation is most pronounced at the wire connected to the negative pole. The number of lines = the number of signals.

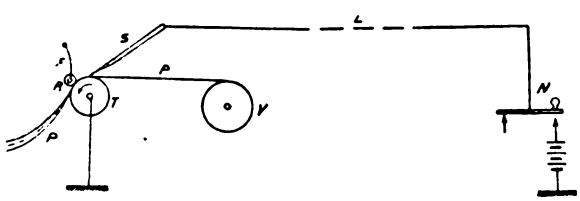


Fig. 5. *A. Bains* electro-chemical telegraph of 1846.

Digitized by Google

It may also not be considered quite impossible that a simple electro-chemical—electro-static telephone might have been developel by applying the *Edison's* motograph, the *Johnsen-Rahbek* relay or the like. But the result would have been primitive and such a system would hardly have been of any great practical significance.

A wireless technique not based on electro-magnetic waves is presumably precluded, at least where great distances are concerned.

It was therefore the discovery by *H. C. Oersted* of the electro-magnetism (1820) which formed—and necessarily had to form—the basis for the development of the modern telegraph. And this is the most important contribution rendered from the Danish side to the development of the electrical communication technique, and a greater one is hardly contributed from any other country.

The development of the telephone needed beside *Oersted*'s discovery, the discovery of electro-magnetic induction by *Faraday* (1831). Before the wireless technique could be established there was further needed the discovery of electrical oscillations by *Feddersen* (1857) the theoretical works of *Maxwell* and the theoretical and experimental discoveries by *Hertz* (1887).

Oersted's discovery formed, as mentioned, the necessary physical basis for the electro-magnetical telegraph, and as an immediate consequence of this discovery the problem was taken up. Thus in the autumn of 1820 *Ampère* submitted to the Paris Academy a rather ackward suggestion for an electro-magnetical telegraph.

S. B. Morse's telegraph system (1832—42), which forms the starting point of the modern telegraph, was also based on *Oersted*'s discovery, which fact is clearly pointed out by himself[1]), and which he also acknowledges by naming his system *the electro-magnetical telegraph.*

The Morse system is so well known that I need give no description of it.

The 5-needle telegraph by *Cooke* and *Wheatstone* when introduced was somewhat used as a railway telegraph for safeguarding the train traffic. The original rule given by parliament that a horse-man with a flag should ride ahead of each train to warn the people might have been quite natural as long as the conviction prevailed that the train speed would never exceed that of the mail coach; but at length such a rule might be considered somewhat unpractical, and I need hardly point out the great importance of the electrical communication art in the working of railways.

---

[1]) *E. L. Morse:* Samuel B. Morse, Letters and Journals Vol. 2 p. 354 (Boston and New York 1914).

Digitized by Google

I regret that I must in these short remarks leave out the history of the laying of the first Atlantic cables, the short-lived success of which in 1858 for the first time emphasized the world-encircling character of the telegraph. This enterprise was, by the way, one of the most thrilling adventures in the history of the engineering art.[1])

In the rapid development of the telegraph right after the middle of the nineteenth century no outstanding contribution was made from the Danish side until in 1869 *C. F. Tietgen* founded the *Great Northern Telegraph Company,* of which *E. Suenson became manager* in 1870.

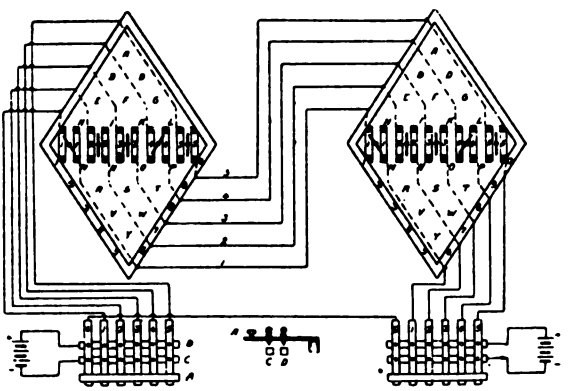


Fig. 6. *Cooke and Wheatstone*'s 5-needle telegraph; 6 lines. Used as railway telegraph (1839).

This company has been of very great importance for the telegraphical development in the entire northern part of the old world, and after having overcome great difficulties at the beginning it is now economically a very important and well consolidated enterprise.

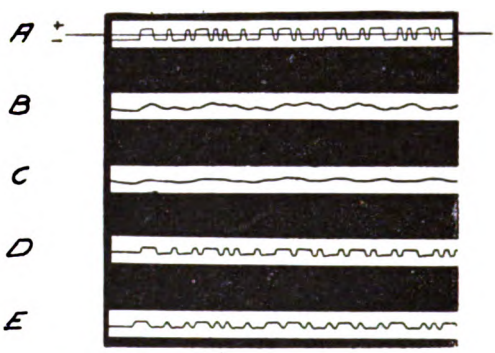
The said company owns a number of medium-long submarine cables in the North-Sea, the Cattegat, the Baltic Sea and the east-asiatic waters. To assist the economical and efficient working of these cables the company's chief engineer *K. Gulstad* about 1896 invented a cable relay which has become of very great importance and which later on is adopted by a number of other companies. The space does not allow a detailed account to be set forth here of the principle of the *Gulstad* relay but I shall mention briefly the difficulties which were to be overcome, and show examples of the results obtainable with the relay[2]).

[1]) See, Charles Bright: "The Life Story of Sir Charles Tilston Bright", London 1908.
" " : „Submarine Telegraphs", London 1898.

[2]) Figs. 7 and 9 are taken from an article by chief-engineer *Chr. Albertus:* („Gulstad"s Kabelrelais; "Første Nordiske Elektroteknikermøde i København 1920", p. 97—107, 1922) which article may be referred to for a more detailed account of Mr. *Gulstad's* beautiful solution of a difficult technical proplem.

Digitized by Google

In fig. 7 is shown *A* an example of undulator writing through a quite short overhead line, *B* through a cable at a speed of *N* words per minute. *C* through the same cable, but with a speed of 2 *N*. It is not the resistance of the cable alone which is injurious, it is the resistance together with the capacity which blurs out the signals. *D* and *E* show undulator writings at speeds respectively *N* and 2 *N* through a pure resistance equal to the resistance of the cable used for *B* and *C;* and both *D* and *E* are perfectly clear.



A Undulator writing through a short line.
B » » » a cable; *N* words per minute.
C » » » » » ; 2 *N* » » »
D » » » a resistance equal to the cable but without capacity; *N* words per minute.
E » » » » » » »
» » 2 *N* » »

Fig. 7. Specimens of undulator writings through overhead lines, cables and pure resistance.

In fig. 8 is shown *A* ordinary Morse writing, *B* the corresponding current (and undulator writing) through a pure resistance or a short line. If this current is sent through an ordinary telegraph relay which closes the relay current when the line current exceeds $+ i_0$ and breaks the relay current when the line current is lower than $-i_0$ then we get the current curve reproduced in the correct Morse signals shown in *C*. Through a submarine cable we would, however, not get a current as shown in *B* but one as shown in *D*. If this current is reproduced in Morse signals by using the same relay as above we would get only the long dash shown in *E*, i.e. an entirely wrong reproduction. One would then be apt to say that the cause of the wrong reproduction is the insufficient sensitivity of the relay, in other words, the above mentioned minimum current $\pm i_0$ may be too large. This is, however, not the whole thruth. Even if the relay is "infinitely sensitive" i.e. $i_0 = 0$ it would not give the correct Morse signal but would give the one shown in *F*.

Digitized by Google

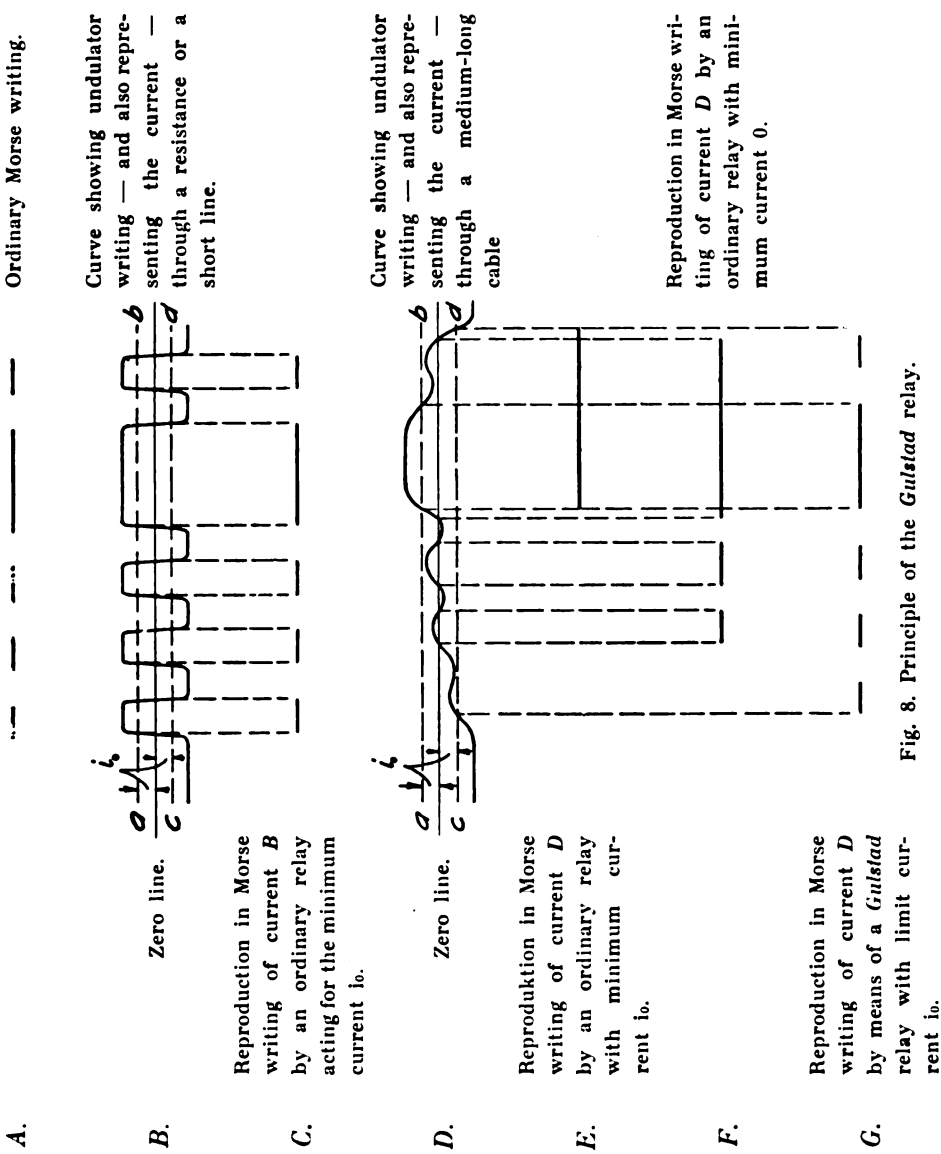


Fig. 8. Principle of the *Gulstad* relay.

It might at first appear impossible to get any further then to an infinitely sensitive relay, and accordingly it should be impossible to convert the current shown in *D into* correct Morse signals by means of a relay. However, Mr. Gulstad solved the problem. He arranged his relay so that it always gives signal current when the positive line current exceeds $+ i_0$ and always space current (or interruption) when the negative line current exceeds $- i_0$. At all values of the line current

Digitized by Google

between $+ i_0$ and $- i_0$ the relay produces automatically dot-impulses at the correct speed corresponding to the applied telegraph speed. With such an arrangement current impulses as represented by curve *D* will be correctly reproduced as shown in *G*. And such a relay arrangement is accomplished without difficulty. Fig. 9 shows an example of what can be performed by such a *Gulstad* relay.

K. O. A. GULSTAD (1853—1927).

A number of other excellent cable relays have been designed but not one exceeds or probably even equals in ingenuity and technical eminence the solution given by *Gulstad*.

Another important contribution to the development of the Wheatstone

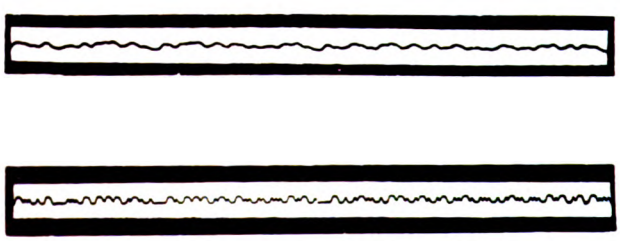


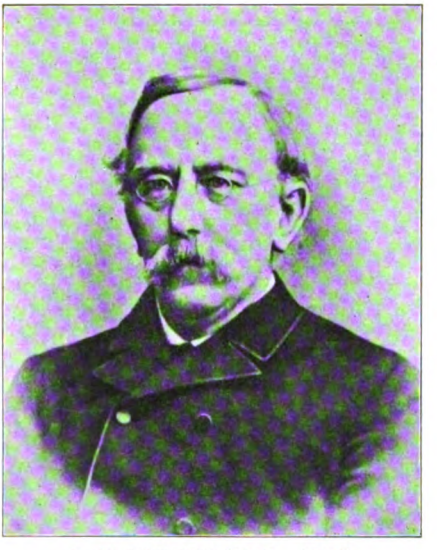
Fig. 9. Comparison between direct undulator writing and undulator writing through a *Gulstad* relay.

system is yielded by *H. Bille* (1879—1916) through the perforator designed by him. I may also mention here *Poul la Cour*'s tone wheel, a synchronizing device originally designed for the purpose of establishing

Digitized by Google

multiplex telegraphy on lines, but which now plays an important role for synchronizing the transmitter and the receiver in wireless picture telegraphy.

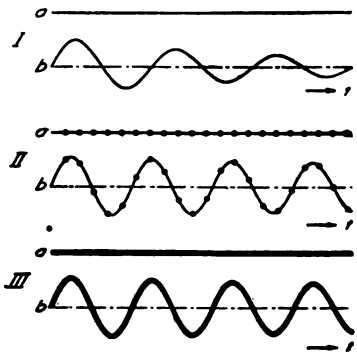
In 1899 the Serbian born American *M. Pupin* published his epoch-making investigations on the improvement which could be obtained in the quality of speech on telephone lines by the introduction of suitably



L. V. LORENZ (1829—1891).

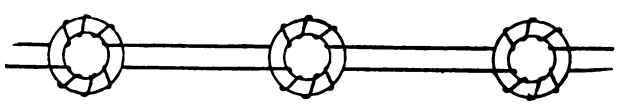
dimensioned and suitably placed inductance coils in the lines. This loading of the telephone lines is one of the main pillars on which modern long distance telephony rests. Other electro-technicians as the Englishman *Heaviside,* the Frenchman *Vaschy* and the American *Pickernell* had formerly touched the same idea as *Pupin* but none of them found the right solution. The problem itself, namely to increase the inductance and thereby the speech-carrying quality of the lines may, however, be solved in an entirely different manner, namely by an increased inductance evenly distributed along the lines. Danish investigators had very early considered the problem and had particularly aimed at a solution in the latter direction. The Danish physicist *L. Lorenz* as early as 1885—86 came to the conclusion through theoretical cansiderations that the performance of telephone lines could be improved by covering the copper conductor with a thin mantle of iron. He communicated his idea to a well known foreign cable manufacturing concern but did not find the necessary interest and the matter was put aside. At a meeting of Scandinavian engineers "Nordiska Teknikermötet i Stockholm

Digitized by Google

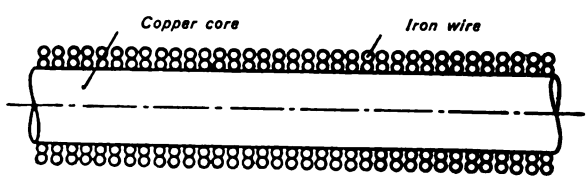


Ia shows a homogeneous stretched cord, and Ib a wave which travels along the cord from left to right and is damped out quite rapidly as it travels along.
IIa shows the same cord loaded with masses of equal weights and equal spacings. IIb shows a wave which travels on this loaded cord from the left to right and whose amplitude gradually decreases, but not nearly so rapidly as in the case of the unloaded cord.
IIIa and b show the similar conditions for a cord with uniformly distributed loading.
II corresponds to the *Pupin* and III to the *Krarup* method.

Fig. 10. Principle of the *Pupin* (II) and the *Krarup* (III) methods for the loading of telephone cables.



Pupinline



Krarup conductor

In the *Pupin* line are shown both of the conductors of a double line, while the picture of the *Krarup* conductor only shows a cut along a single core.

The distance between the *Pupin* loading-coils is often 1.5 to 2.0 km. The copper core of the *Krarup* conductor is often 1.5 to 3 mm thick and the iron wire wound round it has often a diameter of about 0.2 mm.

Fig. 11. Schematical representation of the design of the *Pupin* and *Krarup* cables.

Digitized by Google

1897," some two years before *Pupin* published his results, the Danish telephone engineer *J. L. V. W. Jensen* who was acquainted with the works of *L. Lorenz* gave a very clear presentation of the theory of the telephone problem and of the beneficial influence of increased inductance[1]). He also set forth a somewhat modified proposal for an iron-wound core which he had too placed before the above mentioned cable manufacturing concern without positive result.

J. L. W. V. JENSEN (1859—1925).

This was followed by some unsuccessful attempts in Germany to solve the problem of an evenly distributed increase of the inductance of telephone cables. In 1901—02, however, *C. E. Krarup,* then chief engineer in the Danish state telegraph, succeeded in finding a perfectly satisfactory solution of this important problem.

I cannot here enter into a discussion of the theory of the principle of the *Krarup-* or *Pupin*-cables but shall only refer to fig. 10 which illustrates the beneficial effect of such loading of a telephone line by the *Pupin* and the *Krarup* methods respectively and further to fig. 11 illustrating schematically the designs of the two cables.

In the course of time many cables—especially submarine cables—provided with *Krarup* loading have been laid. The advantages of the *Krarup* cables, particularly in mechanical respects, are most pronounced for submarine cables, while underground cables of equal quality are cheaper with *Pupin* loading.

[1]) Förhandlingarna vid Nordiska Tekniker mötet i Stockholm 15—19 Juni 1897 pp. 116—117.

Digitized by Google

The enormous progress during recent years in the production of magnetic materials is greatly in favour of the *Krarup* cables and has resulted in the recently laid transatlantic telegraph cables being *Krarup*-loaded, by which means the telegraph speed is increased 5 to 6 times[1]). The course of development will probably continue to be relatively favourable to the *Krarup* cables so that in the future also they will be able to hold their own beside the *Pupin* cables[2]).

C. E. KRARUP (1872—1909).

Among Danish contributions relating to the development of the communication technique which ought to be mentioned are *Valdemar Poulsen's Telegraphone* in its principle so very beautiful, and the *Johnsen* and *Rahbek phenomenon*[3]). None of these inventions have so far found

[1]) *O. E. Buckley:* „High Speed Ocean cable Telegraphy" The Bell System Technical Journal Vol. 7, p. 225—267, 1928.

[2]) For a more thorough treatment of these historical relations (up to 1921) one is referred to *S. P. Madsen:* „Danske Bidrag til Telefonkablernes Teori og Konstruktion" „First Northern Meeting of Electro-technicians, Copenhagen 1920", pp 91—96, 1922. This article deals with the important works in this field by ***Absalon Larsen***, *A. K. Erlang* and others.

Later Danish publications which can be mentioned are: ***Johannes Møllerhøj:*** „Bidrag til Udviklingen af Krarupkabler", Teknisk Tidskrift, Elektroteknik pp 192—97, Stockholm 1923 (Second Northern Meeting of Electro-technicians, Gothenburg 1923). See also *P. O. Pedersen:* „Ingeniøren" pp 199—201, 1926.

[3]) See *A. Johnsen* og *K. Rahbek:* „Et fysisk Fænomen og dets Anvendelse i Telegrafien og Telefonien m. m." First Northern Meeting of Electro-technicians, Copenhagen 1920 pp 108—18, 1922. And a number of later publications by these authors and others.

Digitized by Google

wider use but they offer considerable possibilities for future important applications. The system for talking film so ingeniously and thoroughly designed by *Axel Petersen* and *Arnold Poulsen* may also be mentioned under this part of the technique.

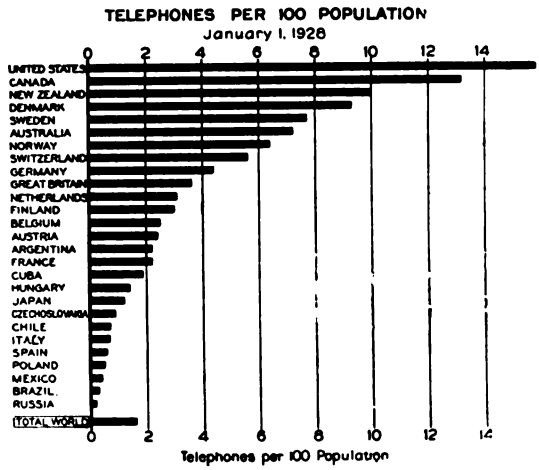


Fig. 12. Telephone statistics pr. 1st January 1928 issued by The American Telephone and Telegraph Company.

Denmark holds a high standing in the telephonic field[1]). Only U.S.A., Canada and New Zealand have a greater number of telephones per 100 inhabitants than Denmark; see fig. 12. The use of the telephone is very extensive here; see fig. 13. And if calculated according to the area of the country Denmark takes the first place as shown in the following table.

This is probaly due to the very sound concessions under which the private telephone companies are working. Especially the later con-

Country	Denmark	Holland	England	Belgium	Germany	U. S. A.	Sweden	New Zeeland	Canada	Australia
Telephones per km² 1928.	7,5	7,0	6,7	6,47	6,0	2,36	1,04	0,54	0,126	0,057

cessions of 1919—23 which have been pointed out by various parties in several foreign countries as models of such concessions. But prin-

[1]) The word „telephone" is used by *H. C. Oersted* in 1850 about bell-signalling through water. See *Kristine Meyer:* H. C. Oersteds videnskabelige Skrifter I, CLXII, 1920.

Digitized by Google

cipally the good result must be attributed to the managements of the companies.

Here, one would like to emphasize the technical initiative and excellent administration displayed by the Director of the Copenhagen Telephone Company *Fr. Johannsen* (1855—1934). The Copenhagen system for the arrangement of telephone exchanges, the Copenhagen thorough control of all details both as regard construction and working and the systematic use of the calculation of probability on telephone problems has secured for the Copenhagen Telephone Company a high standing

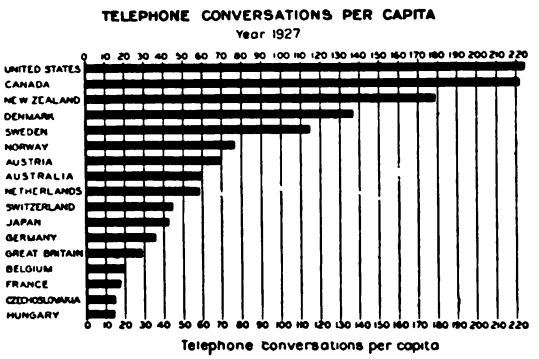


Fig. 13. Telephone utilisation in various countries. Taken from the same source as fig. 12.

among telephone technicians all over the world. Contributions to this result by *P. V. Christensen* and the late *A. K. Erlang* are world-known.

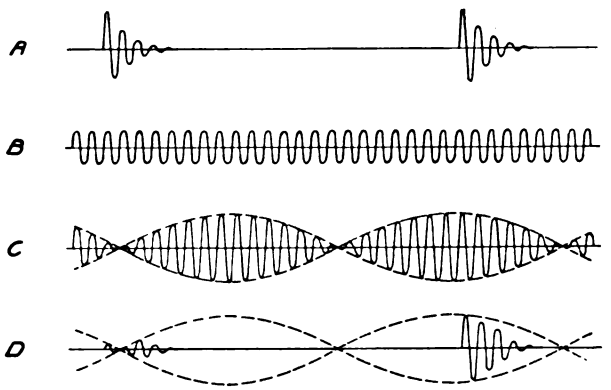
In the radio field *Valdemar Poulsen*'s contributions marked an important turn.[1])

The radio technique about 1902 was characterised by the old spark transmitter and by the receiver with a coherer or a *Schlömilch* cell. It could hardly be characterised as a real technique, it was merely a primitive technical use of some physical experiments—and for telegraphy only. A radio telephony based on sparks is an impossibility. Fig. 14 illustrates the difference between (A) discontinuous and (B) continuous waves, and illustrates further the impossibility of using discontinuous waves for radio-telephony. With the *Poulsen* arc-generator for continuous electrical oscillations (1902—06) begins the proper radio tech-

[1]) Radio technique here means only the technique using electro-magnetic waves for transmitting signals. A wireless telegraphy and telephony using the earth or water as a conductor has been known since the childhood of the electrical telegraph. *C. A. Steinheil* as early as 1858 (J. Fahie: History of wireless telegraphy 1902, p. 4) set forth such a method. A few years later *Morse* used a similar method for „crossing" a river.

Digitized by Google

nique and the first radio telephony is established. The *Poulsen* continuous waves forced the radio technique as a whole into new and—as the ensuing course of development shows—very fertile tracks[1]). Without the continuous waves there would to-day have been no radio telephony. And even if these waves to-day are also produced by other



A discontinuous, *B* continuous waves.
C continuous waves modulated in accordance with the telephone current represented by the dotted lines.
D shows the impossibility of modulating discontinuous waves in a satisfactory manner.

Fig. 14. *A* discontinuous, *B* continuous waves.

means than as shown by *Valdemar Poulsen* a quarter of a century ago, we can rightly state that the first radio-telephony was performed here in Denmark.

I shall say nothing about the quality of the Danish radio broadcasting of to-day, our Scandinavian friends may judge this themselves by listening. In the following table I shall give, however, a few figures to show the comparative density of licensed listeners in various countries.

Country		Denmark	Sweden	England	Austria	Germany
Number of licensed listeners per 100 inhabitants.	1929	8,0	6,7	6,1	5,4	4,5
	$^{31}/_{12}$ 1933	15,01	10,8	13,3	7,6	7,7

The great number of licensed listeners in this country may possibly indicate that the Danish radio broadcasting is not quite as poor as one would believe by reading about it in the Danish daily press.

[1]) See further: *P. O. Pedersen:* „Radioteknikens Udvikling 1903—1928" Elektroteknikeren pp 482—84, 1928.

Digitized by Google

During the last couple of years picture transmission over wires or by radio has become of some importance. I consider it very probable that this picture communication, not only of pictures in the general sense but especially of telegrams and letters, and especially by radio, will become of considerable importance particularly over long distances.

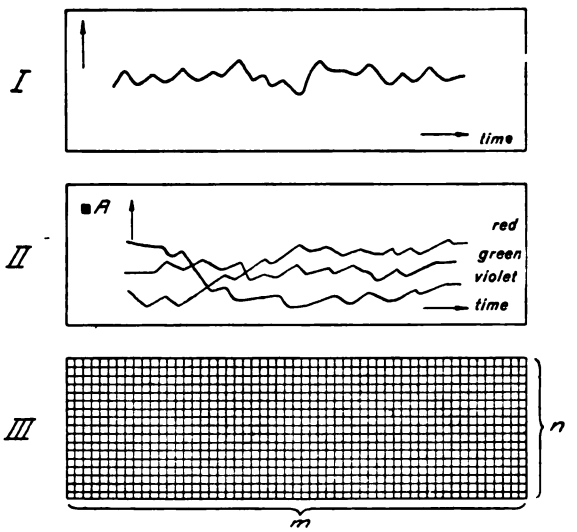


Fig. 15. I corresponds to radio telephony, II to the light intensity and colour of one single area element of a picture. III shows an approximative representation of the picture by $m \cdot n$ area elements.
If the light intensity of each area element is to be reproduced p times per second, then the entire picture demands $p \cdot m \cdot n$ impulses per second. If the colours are to be reproduced it demands $3 \cdot p \cdot m \cdot n$ impulses pr. second.

In this connection I may also mention the television problem. It is to-day possible over wires or by radio to perform primitive and imperfect television, but it is of such a quality that the designation television is hardly justified. No doubt it may be somewhat improved by utilising existing technical facilities and the present physical knowledge. I may take occasion, however, to point out that in television the difficulties are of a far greater magnitude than those met with in radio telephony. There is a profound fundamental difference between these two problems.

In radio telephony we have only to reproduce in a correct manner the variation of the air pressure for a single point in space as a function of time. There is only *one* of the time dependent variable to be reproduced, as indicated by I in fig. 15. In television, from each single point in space—each point of a picture—has to be reproduced both the colours

Digitized by Google

and the light intensity. This demands the reproduction of at least three variables, f. inst. the intensities of the red the green and the violet light for each single point of the picture; se II fig. 15. If we are content with only a black-and-white picture without colours we have one variable for each point of the picture. But in each single moment the picture consists of an infinite number of area elements so that the ideal television demands the transmission and reproduction of respectively $3 \times \infty$ or $1 \times \infty$ variables. This problem cannot be solved in a manner fundamentally correct, at least not with the present knowledge of physics. The possibility of an approximate technically useable solution is formed by contending oneself with a finite number of area elements

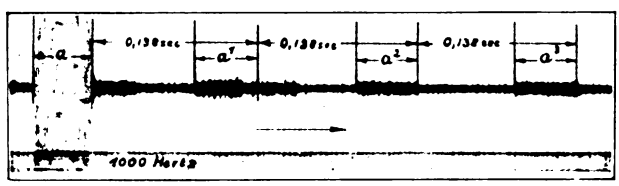


Fig. 16. Radio echoes produced by radio waves travelling several times round the earth (after *Quäck* and *Mögel*).

and by reproducing the light intensity in each of these a limited number of times per second, f. inst. 15 times. But even if we were very modest in our requirements to a reproduction of a televised picture, the number of impulses would be so exorbitant that the problem is utterly difficult. It has not been satisfactorily solved so far, and the prospects for the near future are not very promising. It is very simple to establish a primitive and imperfect television, but none of the systems of to-day rest, as far as I can judge, on principles which may be developed into a real and fully satisfactory television.

The telegraph, the telephone and the radio have made the earth small. We are now able to transmit communications to any point of its surface in so short intervals of time as were a century ago needed for communicating with a neighbouring parish. In an almost equally short time ve are able to transmit photographically correct copies of pictures. We can speak to one another even over the greatest distances on the earth. Technically there would be no difficulty in letting one single person speak simultaneously to the entire population of the earth. The earth is, in fact, so small that certain radio waves have a tendency to travel several times round it, so that instead of a single signal two, three or more are received with intervals of one seventh part of a second, which is the time it takes a radio wave to travel round the earth, see fig. 16.

Digitized by Google

On this occasion when we celebrate a centenary and where we have been talking about a technique—the radio—whose entire fabulous development falls almost entirely within the last 25 years, I may perhaps be allowed in conclusion to fancy a little about the future.

The early days of the radio technique were full of excitement as the distance attained increased from a few kilometers to some hundreds and then to some thousands of kilometers. The distant and radiant goal—as it was felt then, perhaps unattainable—was to master the entire

VALDEMAR POULSEN in 1912 (Born 1869).

earth i.e. to cover distances up to 20,000 km. It *was* a great goal and our globe was considered a very ample field for further progress.

Now, when the radio waves travel two, three or more times round the earth and produce inconvenient echoes, and when—as observed by *Jørgen Hals,* Professor *C. Størmer* and others—we get echoes from waves having been 5—or event 50—millions of kilometers out in space from whence they again return to the earth's surface, probably reflected by clouds of ions, now one ventures to ask: *Is the field of the radio technique forever limited to our own small globe?* Or is there a possibility of communication with other globes? In the first case the radio technique will no doubt in the future lose some of its fascination since what is attainable as a whole has been attained. If, however, we succeed in communicating with other globes, then the radio will fascinate more than ever and will in a profound manner affect the evolution of mankind. The discovery of America and the circum-navigation of

Digitized by Google

the globe was of very great significance for the emancipation and evolution of the spirit of man; but a connection with other globes would no doubt affect it much more.

But is such a connection possible? From a technical point of view without doubt. Between our earth and Mars or Venus we could establish already a radio communication by means of short waves if the possible inhabitants of these globes occupy the same high technical standing as we do. It would have to be wavelengths below 30—40 m

OLE ROEMER (1644—1710).

since otherwise they would be unable to penetrate the ionised part of the earth's outer atmosphere. Possibly the waves would have to be even much shorter namely if the ion layer of the other globe is more dense than that of our earth; waves of 3 to 4 m penetrate an ion layer of 100 times the density of that of our earth. The waves would, on the other hand, have to be much longer than light waves since otherwise they would be absorbed by clouds or fog formations around the globes; see fig. 17. Waves of that kind are easely generated, directed and observed.

A plant for such a purpose would not be inexpensive, but on the other hand not too costly. Various difficulties would of course arise, but they would surely not be unsurmountable. But there is one serious question. Are any of the globes within our solar system inhabitable, and if so, do the inhabitants possess sufficient physical and technical knowledge to be able to serve the other "end." The probability of this is rather small.

Digitized by Google

Conditions are quite different if we consider the entire part of the universe which we can observe. The probability of inhabited globes is then many times greater than it is within our own solar system. Here we meet, however, an other and no doubt insurmountable difficulty; the time of transmission will be too long. Only two stars are so near to us that in the most favourable case could we get an answer to a question after 8.5 years, and only a few dozen are so near that a reply could be received within the age of a man. Only at distances of thous-

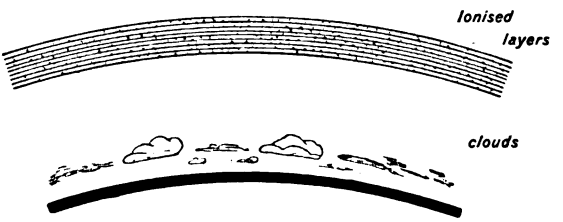


Fig. 17. Schematical representation of cloud layers and ion »layers« around an inhabitable globe.

ands or millions of light-years the number of stars (or solar systems) with which we might possibly communicate is really great and the probability of finding "tuned" colleagues consequently correspondingly greater.

The velocity of the radio waves or the light in free space, namely 300.000 km per second, is a velocity which in the ancient times of *Ole Rømer*[1]) surely appeared inconceivably great, but which in our days appears almost unduly small. This velocity, small as it is in comparison with the dimensions of the universe, will set the limits for what will be attained during the next 100 years within the universe of radio-telegraphic connections.

If a gracious fairy would grant me the fulfilment of a wish on the physical-technical field, I would request that the velocity of the electrical waves might be increased by a million times! And then I might perhaps inwardly envy the radio engineers of the coming century.

[1]) A Danish scientist who as the first by astronomical means determined the velocity of light. (See, Journal des Sçavans 1676, p. 233).

Digitized by Google

LECTURE DELIVERED AT A JOINT MEETING OF THE INSTITUTION OF DANISH CIVIL ENGINEERS AND THE ELECTROTECHNICAL SOCIETY THE 27TH OCTOBER 1932

The Institution of Danish Civil Engineers and the *Electrotechnical Society* have honoured me by asking me to speak here in homage of Dr. *Valdemar Poulsen* on occasion of the 25th anniversary of the carrying out of his first experiments with, and successful demonstrations of, radio telephony. It was with the greatest pleasure that I accepted the invitation, and this not the least because I probably am the one who have most reason to feel the greatest gratitude towards Dr. *Poulsen* for what he has accomplished in the field of radio.

When I try briefly to characterise the achievements of Dr. *Poulsen* in the field of radio telephony, it will be necessary to touch upon the history of the development of the radio technique up to the time when the *Poulsen*-arc began to play an important role, but in doing so I shall confine myself to the main features and leave out all details. I believe that most of us can now hardly remember how primitive was radio technique 25—30 years ago.

After the discovery by *Volta* of the galvanic cell in the year 1800, of electromagnetism by *Oersted* in 1820, and of electromagnetic induction by *Faraday* in 1831, the physical basis for the development of the ordinary electromagnetic telegraph and telephone over wires was in all essentials established. The telegraph soon appeared and became very important as early as in the middle of the nineteenth century. As for the telephone nearly half a century elapsed before the very ingenious invention by *Graham Bell* in 1876 made it a reality, but from that time its development went on with such astonishing rapidity that the importance of the telephone to the community has now far surpassed that of the telegraph.

The development of the radio telegraph and the radio telephone did not occur until much later. Electrical oscillations, i.e. high frequency alternating currents, which form the fundamental base of the whole radio technique, were first discovered by *W. Feddersen* in 1857. But these oscillations were purely local, occurring in closed

Digitized by Google

circuits consisting of a copper coil and a Leyden jar (see fig. 1). No radiation took place, and no effect was attained at a distance. Not less than 30 years elapsed before *Heinrich Hertz* succeeded in re-arranging, or in opening up, the oscillating circuit so that it radiated

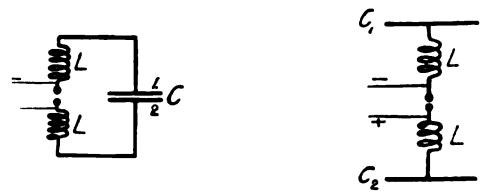


Fig. 1. *"Closed" and "open" oscillating circuits.*
L wire coils, *C* a condenser whose plates C_1 and C_2 in the open circuit are removed from each other.

electromagnetic waves (see fig.'s 1 and 2). We may say, without diverging too much from the real facts, that *Hertz* discovered the importance of the antenna for the transmission and the reception of electromagnetic waves.

Thus in 1887 a physical basis for building up a wireless technique

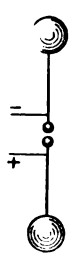


Fig. 2. *Hertzian oscillator.*
The two large spheres correspond to the plates C_1 and C_2 of the condenser in fig. 1; the wires between the spheres and the spark gap correspond to the wire coils *L*.

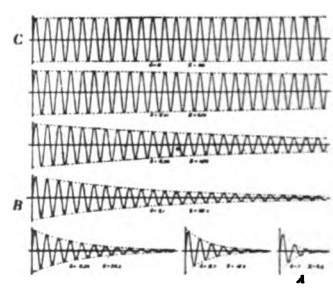


Fig. 3. *Wave trains of various damping.*
A shows strongly damped waves such as are produced by a hertzian oscillator. *B* represents slightly damped waves from ordinary spark transmitters. *C* "undamped", sustained waves as are produced by the arc-generator, alternators or thermionic generators

was at hand, but only for a very primitive technique. The oscillations discovered by *Feddersen* and those used by *Hertz* were not alternating currents of constant amplitude, but extremely rapidly decreasing, damped oscillations, as for example shown fig. 3 A. The wavelength of the Hertzian waves was a few meters, the period of the

Digitized by Google

oscillations consequently about 2×10^{-8} seconds, and the duration of a single wave train consequently only about one tenth of a millionth of a second. Supposing that 10 discharges took place per second, and consequently 10 wave trains were radiated, which is very liberally estimated, then something occurred only within one millionth of the time while during the other 999.999 millionths of the time complete electrical quiet existed. The wave trains actually were only rapid electric "shocks." An acoustical analogy would be if a man whistled for one second every tenth day! Neither did *Hertz* himself expect that his discovery would eventually form the basis for a practical, usable radio technique, and this was quite natural, be-

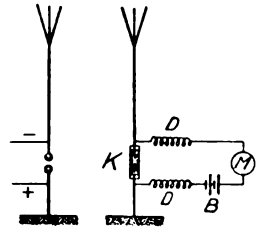


Fig. 4. *Marconi's first primitive arrangement.*
K coherer, *B* battery, *M* morse printer, and *D* choke coils to prevent oscillations in the receiver from passing through *M* instead of acting upon *K*.

cause in the receiver he mainly used small sparks for, as we would now say, detecting the waves; what from a modern point of view is an extremely insensitive method. But in 1890 an improvement was introduced by the invention of the coherer by *Branly,* which a few years later enabled *Marconi* to carry out experiments with wireless telegraphy over smaller distances (see fig. 4).

It was a primitive technique, and the understanding of the problems which presented themselves was very deficient right up to the first decade of the twentieth century. I shall mention a few examples. At first it was believed that the effective waves were of the length of some 20 to 30 cm. The spark gaps were consequently designed so as to favour the production of very rapid oscillations corresponding to the said short wavelengths. Numerous patents on such spark gaps were filed, and the electrotechnical and the physical literature contained numerous reports well-satisfied about the excellent results attained with these spark gaps, of which some samples, taken from *A. Righi* und *B. Dessau:* "Die Telegraphie ohne Draht" (1903) are shown in fig's 5—10.

Digitized by Google

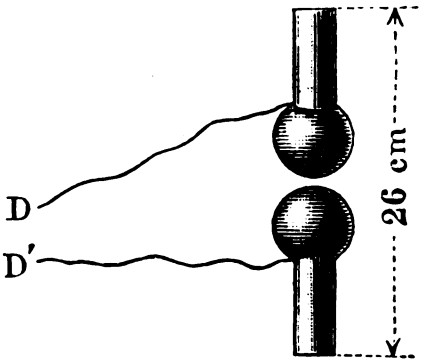


Fig. 5.

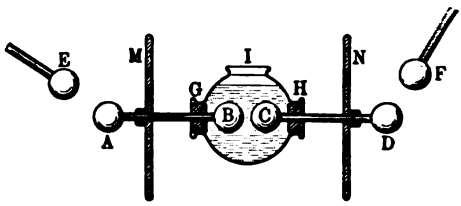


Fig. 8.

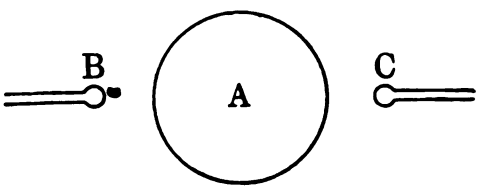


Fig. 6.

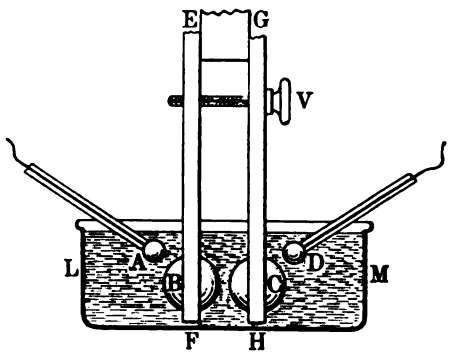


Fig. 9.

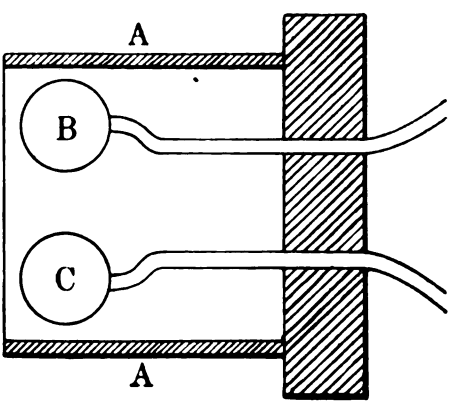


Fig. 7.

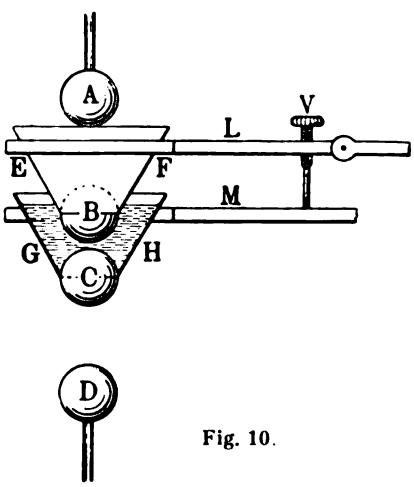


Fig. 10.

Digitized by Google

Fig. 5 shows a simple spark gap used by *Hertz* for quite short waves; for longer waves the cylindrical parts were elongated. Fig's 6 and 7 show the spark gap as suggested by *Sir Oliver Lodge*. The high-potential feeders were connected to *B* and *C*. The oscillator proper is in fig. 6 the sphere *A*, in fig. 7 the cylinder *A*.

Fig's 8—10 show various spark gaps designed by *Righi-Dessau*. The effective sparks here jump in oil between the oscillators proper.

The ideas upon which these complicated spark gaps were based were entirely wrong. The apparatus applied actually worked with

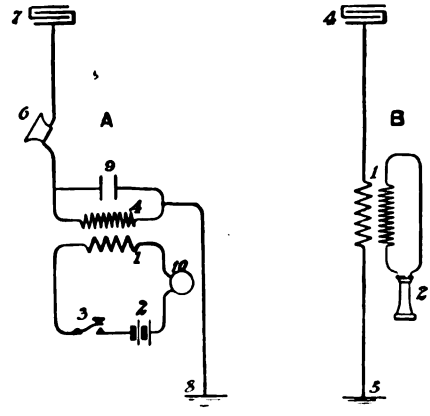


Fig. 11.

waves of 30—50 meters or still longer! Not, as supposed by those who designed them, with waves of 30—50 cm.

In other respects also great confusion prevailed as f.inst. with regard to the capacity of the antenna. It was discussed whether the best effect was obtained by placing in the top of the antenna a basket of open network—a bird cage— or a tin box. Someone even preferred a Leyden jar (see fig. 11). Even serious periodicals were discussing the advantages of using a tin box of a certain shape in the top of the antenna.

A few one were trying to find some foundation on which to base their considerations, as f.inst. *Dr. G. Eichhorn* in his book "Die drahtlose Telegraphie" (1904)—probably the best book on wireless matters at that time. He carried out some experiments with regard to the capacity of an antenna, and came to the conclusion that an area of 13.7 m^2 for a counterpoise gave the best result while his theoretical calculations gave 13.93 m^2. A very fine agreement. But ones delight is somewhat reduced when one discovers that his calculations were about 14 times wrong.

Digitized by Google

It was not strange, however, that at that time uncertainty prevailed with regard to the principles underlaying the working of the radio apparatus. It was a difficult problem. Most radio technicians of to-day would, no doubt, feel troubled if they were asked to give even an approximate account of the influence on a receiver of those short-lived wave trains.

The use of continuous (sustained) waves would in that respect be an enormous advance because the theoretical treatment of the problems of transmission and reception would then become so much simpler and the theoretical foundation of the radio technique consequently much more reliable (compare fig. 12). This is a very important point.

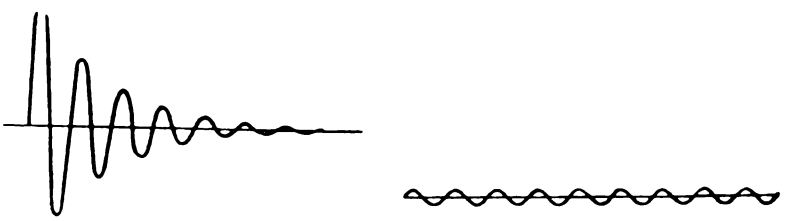


Fig. 12. Discontinuous oscillations. Continuous oscillations.

But also in a technical respect it was to be expected that the use of continuous waves would mean a very great progress. It could be predicted that the continuous waves would render possible a much sharper tuning; a prediction which is fully confirmed. Even to-day when the spark transmitters are vastly improved every radio listener knows from experience how annoying their interference is.

Naturally enough, many electro-technicians, and phycisists were keenly interested in trying to find a method by which to produce continuous electrical oscillations. Extensive and outstanding work was put in in the endeavour to reach this goal. Radio telegraphy was fashionable in circles interested in natural science. Emperor *William* II. for instance was very keenly interested and his "court" professor *Slaby* had to deliver extensive and, from a German point of view, well prepared lectures for the royal family both during their stay in Berlin and at the royal country castles, and these were followed by demonstrations in the technical college of Charlottenburg or elsewhere. While at Hubertusstock castle the empress one rainy day even wrote down for later instruction of her sons a lecture delivered the day before by professor *Slaby*. (*A. Slaby:* "Glückliche Stunden," Berlin 1908). These facts not only show that it was fashionable to be interested in radio telegraphy but also that Germany's extensive means were available for the furtherance of radio technique.

Digitized by Google

In fact, the most energetic attempts were made, especially from the German and the American sides to try to produce continuous electrical oscillations by methods based on the works of *Feddersen, Hertz* and *Marconi*. But contrary to numerous reports claiming succes all attempts were without the least positive result. Then, as often before, a casual observation which at the first moment seemed unimportant led, however, into the right track.

The English physicist and electro-technician *William Duddell* had contracted a dislike to the humming and hissing sounds emitted by the electric arc lamps then used, and he carried out a series of well arranged investigations in order to overcome these undesirable phen-

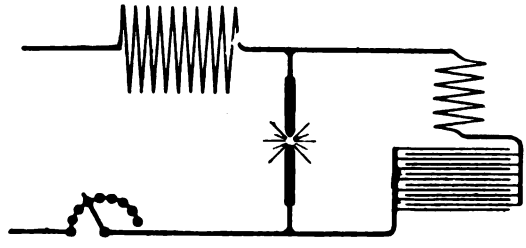


Fig. 13.

omenae. In some of these investigations, carried out in 1899, he shunted the electric arc with a condenser in series with an inductance coil and this caused the arc to emit a musical note the frequency of which was dependent on the sizes of the capacity and the inductance inserted (see fig. 13).

This was remarkable. It had never before been observed that a circuit containing only electric sources of constant voltage and no rotating machinery could deliver an alternating current. However, further investigations revealed the fact, that through the condenser and inductance coil was flowing a pure alternating current which was superposed on the direct current in the arc, thus creating in this a rhytmically change of volume which was the cause of the acoustical tone.

The *Duddell* musical arc caused a great sensation and great expectations as it was thought to be the keenly wanted generator for high-frequency electrical oscillations. *Duddell* himself, who was a very skilled investigator, took up the question, but shoved as early as 1903 that the *Duddell* arc could not produce alternating currents of such high frequencies as were needed for the radio. The arc question was also investigated in U. S. A., France and Italy. But it was taken up most intensely in Germany where the great expert in this line, Profes-

Digitized by Google

sor *Th. Simon* in the University of Göttingen, arranged a special arc laboratory in which worked succesively a considerable number of his prominent pupils, and from which a great number of publications were issued, first on the *Duddell* arc, and later also on the *Poulsen* arc after its appearance. The latter investigation had a rather peculiar fate. It was found that the results obtained by *Simon* did not agree with ours obtained here in Copenhagen and the reason was found to be that *Simon* had not worked with a proper *Poulsen* arc but with a very unstable variety of it which was unsuited for practical use.

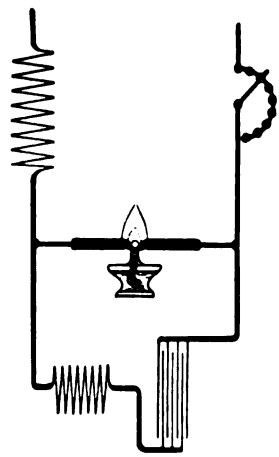


Fig. 14.

Simon's investigations were actually correct and cleverly performed, but he had investigated a wrong object. *Simon's* investigations did not lead any more than those of *Duddell* to a useful result; but in the meantime *Valdemar Poulsen* had solved the problem.

Valdemar Poulsen had become greatly interested in the arc investigations of *Duddell,* and he himself commenced experiments with the arc. He intuitively conceived the right idea that what was needed was to let the arc burn under such physical conditions that its inertia was reduced as far as possible, in other words, that the arc was made as lively as possible. It would consequently be of advantage to let it burn within a light kind of gas, which at the same time possessed great heat conducting properties. *Poulsen's* first experiments were very simple; he let the arc burn inside the flame of a spirit lamp (see fig. 14). And there was no doubt but that the spirit flame stimulated the oscillations. *Poulsen* reasoned, that this effect was due to the presence of some hydrogen, our very lightest gas, in the dark center of the

Digitized by Google

flame. The arc would consequently have to be enclosed in a container filled with hydrogen or a gas mixture composed largely of hydrogen, f. inst. illuminating gas. Experiments confirmed the correctness of this assumption. *Poulsen* further reasoned that, since stronger oscillations were obtained at the frequency which he used — determined by the

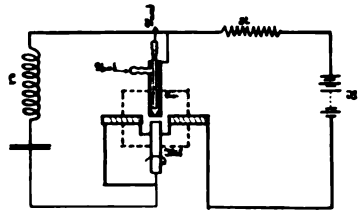


Fig. 15. Hydrogen atmosphere. Magnetic field.
Cooled anode. Rotating cathode.

capacity and the inductance applied — there would be a possibility of increasing the frequency; and this assumption also was confirmed. At the higher frequencies it was further found an advantage to subject the arc to the influence of a strong magnetic field whose direction preferably should be at a right angle to the arc. *Duddell* also had tried

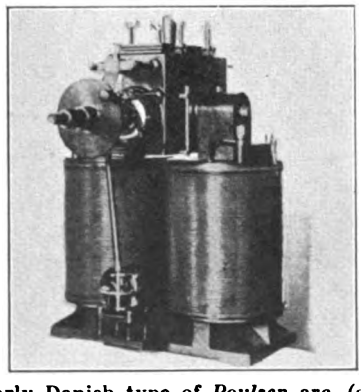


Fig. 16. Early Danish type of *Poulsen* arc. (about 1909).

with magnetic fields at the lower frequencies obtainable with his arc, but he found the influence of such a field directly injurious, and he therefore advised not to use a magnetic field. *Poulsen* also found it of advantage to maintain the anode at a much lower temperature than it has in ordinary illuminating arcs, where the major part of the light is emitted from the anode crater. The arc became much more lively when a water cooled copper tube was used as an anode. With this the

Digitized by Google

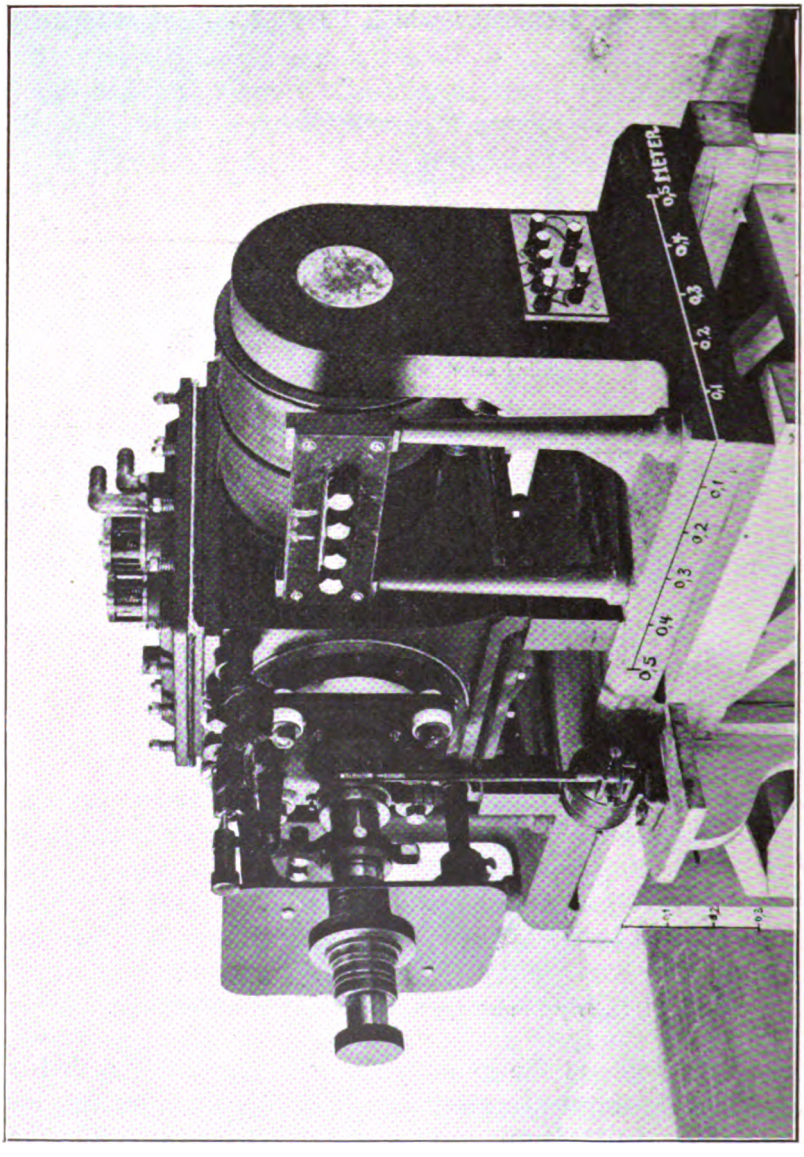


Fig. 17. A Danish type of *Poulsen* arc. (about 1913).

Digitized by Google

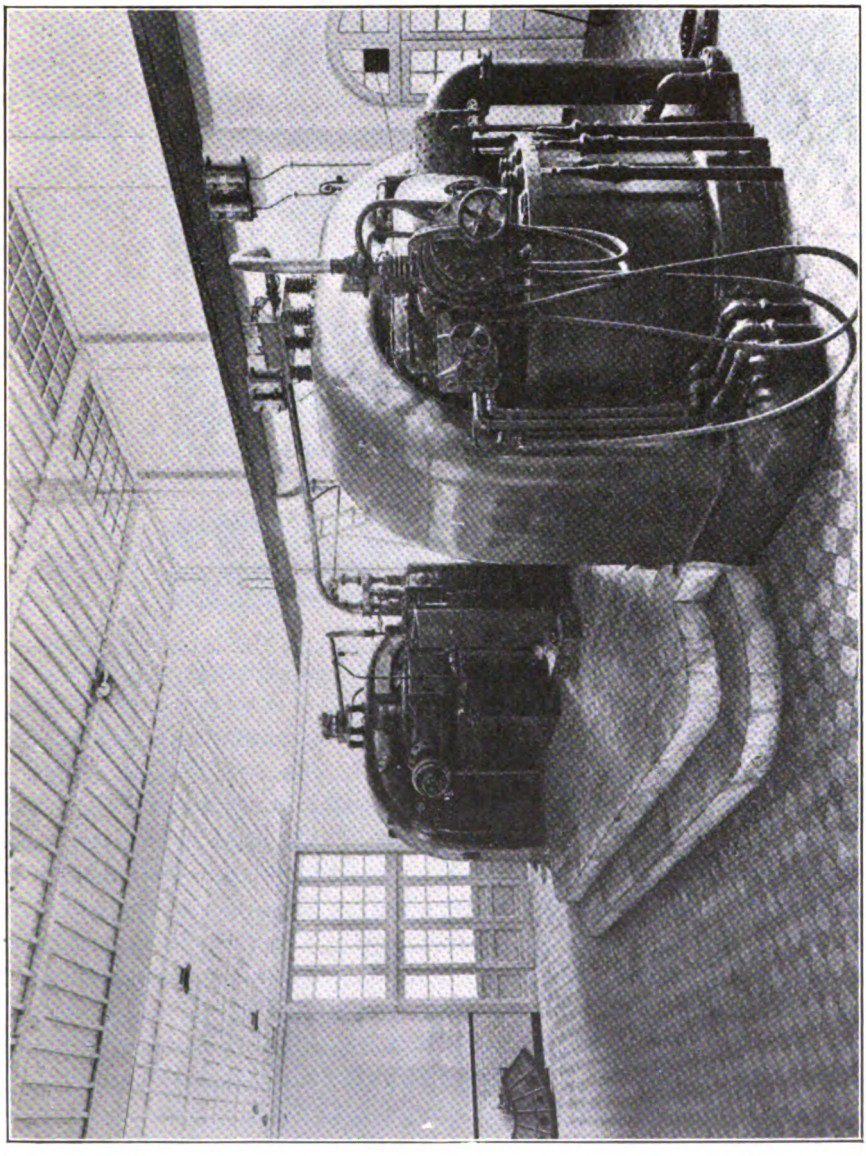


Fig. 18. *Poulsen* Arcs installed in the Lafayette radio station near Bordeaux (each 1000 kWs primary power; about 1919).

Digitized by Google

essential components of the *Poulsen* arc were provided. Fig. 15 shows the diagram for such a *Poulsen* arc.

There were, of course, many difficulties to overcome as larger and larger units were designed. The first arc generators were rated below one kW, and the largest one constructed was for 3600 kW. Fig's 16, 17 and 18 show some of the various types which were built.

Valdemar Poulsen and his co-operators at first devoted themselves mainly to the development of a radio-telegraphic system based on

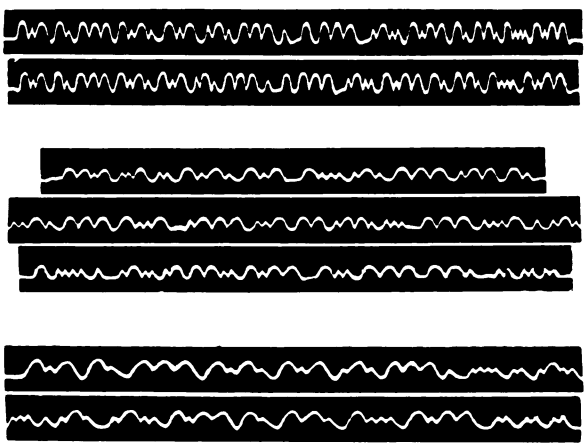


Fig. 19. Photographic record of telegraph signals transmitted at a speed of about 100 words per minute between Lyngby and Knockroe (1500 kms) in 1910.

continuous waves. Various difficulties were encountered owing to the fact that existing receivers were developed for reception of discontinuous waves and were unsuitable for continuous waves. I shall not go into details with regard to these difficulties and how they were overcome, but merely show how they influenced the distances over which communication was established. The first transmitting station was, as is well known, situated near *Lyngby*. The first distant receiver was put up at *Virum* 3 kms away. The telegraphic connection was not very good. The connection with the next receiving place, *Taastrup*, about 18 kms away was somewhat better, and those to *Lynæs* (42 kms), *Esbjerg* (250 kms), *Cullercoats* near *Newcastle* (900 kms), and finally to Knockroe on the west coast of *Ireland* (1500 kms) still better. As the distance was increased better connection was obtained. This was of course not due to it being more easy to telegraph over long than over short distances with the wavelenghts then used, 1000—6000 m, but is merely mentioned to indicate that the improvement of the applied technique proceeded more rapidly than the erection of stations

Digitized by Google

at greater and greater distances. In that period apparatus was even developed for performing quite satisfactory rapid telegraphy with automatic recorders. Between Lyngby and Knockroe (1500 kms) a speed of more than 100 words per minute was attained (see fig. 19).

This development took place in the main during the years 1904—1909. But as early as 1906—07 the development of the radio telephone was successfully taken up. It was a comparatively simple problem. A microphone was inserted in the transmitting antenna, see fig. 20, and a crystal detector was used in the receiver. Fig. 21 shows one of the transmitters used. By handling one or two switches it was possible to

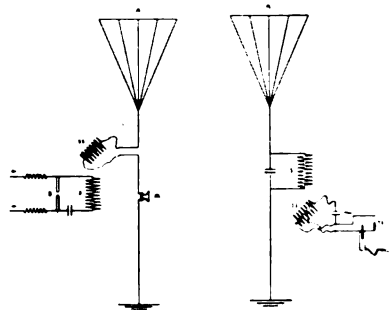


Fig. 20.

change from speaking to listening and further from telephonic connection to telegraphic connection. Fig. 22 shows a radio telephone and telegraph station in *Sacramento, California* which in 1910 and onwards was used for radio telephony between *Sacramento* and *Stockton* (70 kms). To the left in the picture is seen the arc generator and in the middle the microphones with their large mouth-pieces. The plant worked satisfactorily and was much used. It was impossible to perform radio telephony before the appearance of the *Poulsen* arc, but very easy by means of this, and broadcasting might even then have been established; but of course only for listeners on crystal detectors, since at that time the thermionic valve receivers did not exist. The area which could have been covered by a single transmitting station would have been relatively small. The quality of the speech transferred was good, I have hardly heard any better or more natural reproduction in modern broadcasting reproduced by means of loud speakers.

Looking back now on the development of radio engineering and then trying as objectively as possible to form an opinion of the importance

Digitized by Google

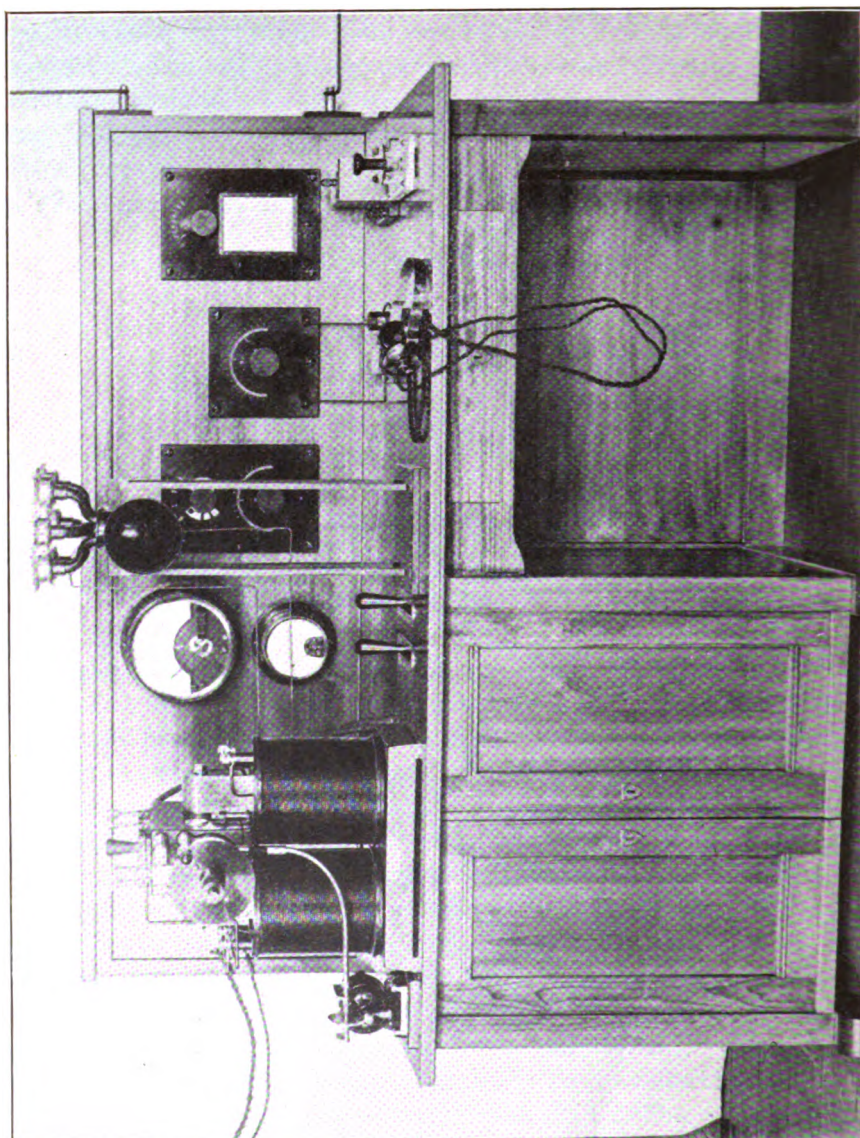


Fig. 21. A *Poulsen* radio telephone station. (Danish make; 1907).

Digitized by Google

of *Valdemar Poulsen's* contribution to it, I think I may characterise this as follows:

The appearance of the *Poulsen* arc led radio telegraphy into entirely new and fertile tracks. The *Poulsen* system itself was developed to a position of very high standing and was during a number of years the leading system in radio technique.

The *Poulsen* arc for the first time made the performance of radio telephony and broadcasting possible.

VALDEMAR POULSEN in 1932.

But its indirect influence was, possibly, even greater. Radio engineering prior to the appearance of the arc-generator was no real science but merely a primitive technical application of some physical experiments. By the introduction of the continuous waves a real radio technique was established and a safe theoretical foundation, on which to proceed, was obtained. From then and onwards a speedy development took place, a development witnessed by all of us, and unparalelled by any other, carried forward as it has been by the closest co-operation between theory and experiment. There is now hardly any other technique for wich the scientifical foundation is so firmly established.

Radio engineering was at the beginning of this century in a period of stagnation. At the bend, where the road of progress again turns up-

Digitized by Google

wards toward more fertile regions, we find imprinted the name *Valdemar Poulsen,* and there it will stand for ever.

We pay our homage to *Valdemar Poulsen* for what he has done and it is with the greatest pleasure that we take this opportunity, the

Fig. 22.

occurence of the twentififth year since his first demonstration of radio telephony to pay this homage to him; and we, his co-operators from those early, eventful days are most delighted that this opportunity has occurred.

Digitized by Google

SPEECH DELIVERED THE 30TH AUGUST 1929 ON THE OCCASION OF THE CENTENARY OF THE ROYAL TECHNICAL COLLEGE OF COPENHAGEN

Your Majesties, your Royal Highnesses, honourable Guests and Colleagues!

Den polytekniske Læreanstalt (The Royal Technical College, Copenhagen) was founded by *Frederic* VI. in 1829, and the king took a paternal interest in its modest economy. Den polytekniske Læreanstalt owing to the influence of the great scientist *H. C. Oersted*[1]) became from its very beginning a *scientific* technical high school. The high scientific and technical purpose of the college found expression in the first paragraph of its royal charter:

"The object of Den polytekniske Læreanstalt is to impart to young people having the necessary previous knowledge such an insight into mathematics and experimental sciences and such a familiarity with the use of this insight that they can be eminently fitted for certain branches within the Civil Service as well as for taking charge of industrial undertakings."

Most of the other technical high schools in Europe which have celebrated or within a few years are going to celebrate their centenary, started as elementary technical schools and only later on—in many cases only after the lapse of many years—attained the scientific standing of technical high schools. Our college is therefore in reality one of the oldest technical high schools in the world.

With regard to the general history of our college I must refer to the excellent book written by Professor *Lundbye*[2]) and I shall only dwell upon a few features of special interest.

---

[1]) *H. C. Oersted* (1777—1851) the discoverer of electromagnetism.
For further information see:
Abs. Larsen: The Discovery of Electromagnetism by H. C. Oersted, Copenhagen 1920.
K. Meyer: H. C. Ørsted, Scientific Papers, Vol. I—III. Copenhagen 1920.
M. C. Harding: Correspondance de H. C. Oersted avec divers savants. T. I—II. Copenhagen 1920.

[2]) *J. T. Lundbye:* Den polytekniske Læreanstalt 1829—1929 (G. E. C. Gad. Copenhagen 1929).
For the first fifty years see also:
A. Steen: Den polytekniske Læreanstalt 1829—1879. (Copenhagen 1879.)

Digitized by Google

H. C. Oersted was the first principal of our college and acted in this capacity until his death in the year 1851. It was indeed very fortunate for the college that this rich, sympathetic, purposeful and far-seeing personality guided its development in the first difficult years of its existence. Owing to his influence Den polytekniske Læreanstalt from its very beginning not only became a *real technical high school* but also a valued home in this country for the exact sciences. Or as the Danish historian *Troels Lund* puts it: "For the first time Natural Philosophy gained a secure and respected position in Danish science and culture."[1]) Such a home for the exact sciences was certainly needed at a time when one of our greatest spiritual leaders was of the opinion that "where chemistry, astronomy and mathematics are flourishing the spiritual life is at the very brink of ruin."[2])

As a result of the natural course of development the responsibility for the cultivation of the exact sciences in our country now in the first place rests upon the University of Copenhagen. But there always has been, and still is, close collaboration between the University and the Technical College. For this good and fruitfull co-operation I beg the University to accept our most cordial thanks. I especially want to address these thanks to the long series of eminent professors of the University who have taken part in the instruction, the research, and the administration within the Royal Technical College.

Also in the future, engineering must build on the foundation laid by the exact sciences, but engineering will in the future as in the past render valuable and even indispensable contributions to the advancement of science. Even now there are great domains within engineering which are so closely related to pure science that it is hardly possible to draw any border line. I suppose that engineering in the future will take over an increasing share of the experimental research within pure science.

The great clearness and foresight with which Den polytekniske Læreanstalt was started is best proved by the fact that the original formulation of its purposes has remained substantialy unaltered until now when a new Royal Charter has been given, and according to which it is a duty of the college within its field of activities to serve *research* as well as *education*. This amendment is firstly an underlining of an already existing fact and secondly somewhat of a programme for the future work.

Educational methods have changed in character during the passed century. In the beginning and for a long time they were in the main

[1]) *Troels Lund:* Bakkehus og Solbjerg, II p. 3. Copenhagen 1921.
[2]) l. c.

Digitized by Google

composed of lectures, examinations and exercises in drawing and in design work, by which latter is only understood to work out drawings of technical plants. Later on laboratory exercises in chemistry were added, and again later in a small measure, exercises in physics. At this stage of development the present main building of the college was

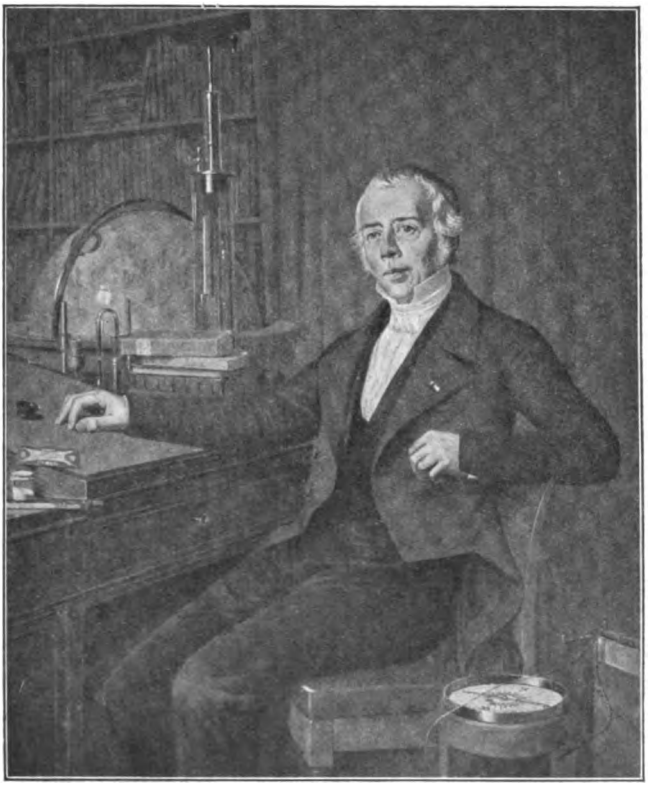


Fig. 1. H. C. Oersted (1777—1851).

erected and taken into use in 1890. The claims to spaces and laboratory facilities were then comparatively modest, and it was therefore with the greatest delight that the college took possession of its new home, large and well equipped as it was in comparison to the premises formerly at its disposal, and there was consequently a tone of festive delight and proudness in the opening speech delivered by the principal, Professor *Julius Thomsen.*

The course of development soon, however, took a turn. The necessity of comprehensive laboratory exercises in the technical courses was re-

Digitized by Google

cognised, for instance as regards machinery and technical chemistry. New subjects were urgently pressing themselves to the foreground, as for instance electrotechnics; and a scientifical course in electrotechnics without suitable laboratory work is an impossibility. Fifteen years after the occupation of the new buildings i.e. in 1905 when *G. A. Hagemann* was principal of the college large buildings for power engine laboratories and electrotechnical laboratories were taken into use, and this brought our college again fairly in line with the leading foreign colleges. But this did not last long. Scientific and technical progress went on and partly in a new direction.

Certain branches of the leading industries had then for some time being carrying out already in own laboratories scientific research work in a large scale, because the industrial leaders clearly saw that such work carried out on a suitably large scale was an expedient which would with certainty give a good return for the money spent on it. This state of affairs developed with increasing rapidity especially during the great war, the issue of which in the main was determined by the solution of a number of important technical and industrial problems. It became evident to statesmen and politicians that industrial research was a very powerful expedient and the economically and politically leading countries have put great forces into the promotion of such research.

It is an urgent necessity for the technical colleges to follow in this research work. They must be able to educate engineers who can effectively take part in it, and in order to be well prepared for providing this education the teachers at the colleges must themselves carry out research work, and this is necessary not only for the said reason, but also in order that the colleges may be able to assist the smaller industries which are not econimically strong enough to provide laboratories of their own for carrying out necessary research.

The majority of technical colleges have followed in this development, for instance in America, England and Germany and, to mention the Scandinavian countries, in Sweden, Norway and, partly at least, Finland. In this respect our Danish college is far behind, but I hope that our new institute for technical chemistry, the foundation stone of which was laid yesterday, will mark the inauguration of a time of prosperous development of the facilities of our college.

When the situation is such now that we may look upon the future with some confidence, credit is due to my predecessor as principal, Professor *Hannover,* who succeeded in establishing a number of new professorial chairs so that as regards teachers the college is fairly well

Digitized by Google

prepared also for gradually taking charge of new laboratories as means for such can be provided. May this be possible very soon![1]

During the past century life has been extremely reformed by the progress of engineering, but during the coming century it will be so even more owing to the rapid development of rational technical research. This progress has provided means of existence for millions and millions of people; it has provided possibilities for a more abundant life and increased culture for the earth's entire population; it has brought us nearer to the noble goal that the earth should obey mankind. But this progress has also involved great difficulties and that it will also do so in the future is quite natural. Political, economical and social development has been unable to follow, or at least it has not done so. And the immense powers provided by engineering may of course also be used for destruction of life and prosperity for the greater part of the population of the earth. One thing is at any rate obvious: the possibilities offered by the progress of engineering are not utilised as well as they could be and ought to be.

It is, however, natural that the difficulties of adaptation are great. I may illustrate this by a few examples: As regards the field of intelligence communication the entire earth is now more closely connected by means of telegraph, telephone and wireless than were two neighbouring parishes a century ago. As regards transport Europe is, in respect to time, not larger than the island of Sealand seemed to be hundred years ago—and in the course of a few years will probably seems still smaller. Is it strange then that difficulties are encountered in solving economical and political differences between states having almost the same boundaries and ruled by almost the same principles as a hundred years ago. The community has not yet learnt to draw the proper consequences from the fact that with regard to the conditions of technical and commercial life the earth is getting smaller day by day.

A few are blinded by looking at these difficulties and suggest that further technical progress should be stopped. However, any community or country trying to do so, or which even lacks behind, will no doubt very soon be crushed economically. A stand-still would shortly lead to social catastrophes since it is technical development which provides the basis of a higher standard of living. The social disaster which would be the consequence of a reduced standard of living need not be pointed out to the generation of to-day.

---

[1]) Now, in 1934, several new buildings have been built and more buildings are in the course of erection.

Digitized by Google

But who is responsible for the unsatisfactory utilisation of technical progress? The engineer who provides it or the community which receives it? Well, there may be faults on either side. The engineer has probably been too one-sidedly busy in providing the technical utilities to pay the necessary attention to their social consequences. And he may

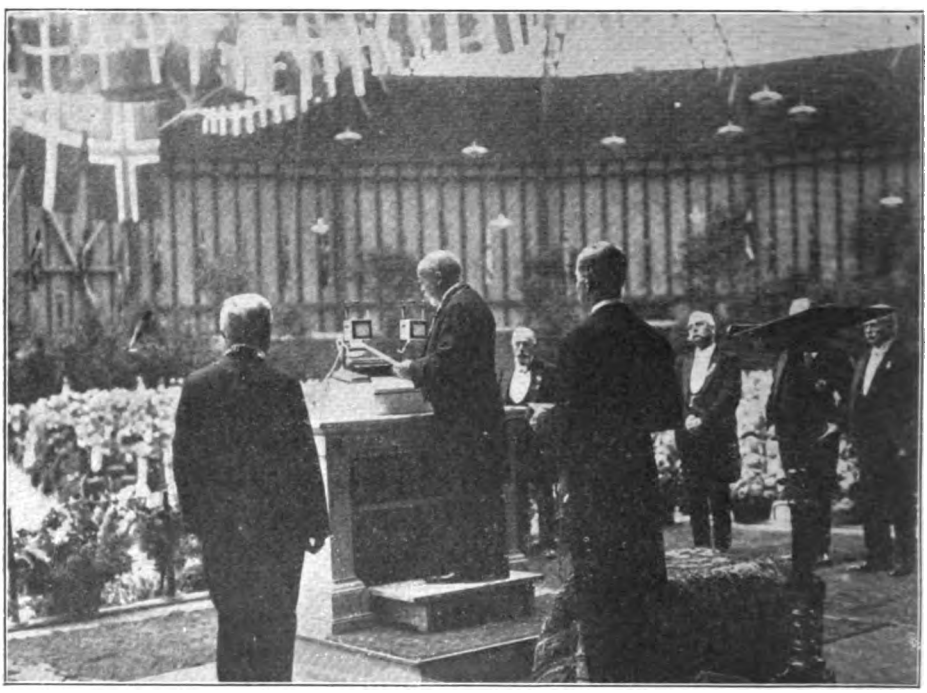


Fig. 2. From the centenary celebrations of the Royal Technical College in 1929: The principal is speaking.

sometimes have taken a too narrow economical view of the problems by considering more the interests he represents than the community as a whole. But the faults committed by the community and its leaders are certainly not smaller. The two parties will, however, have to find each other in efficient co-operation if a prosperous future is to be expected.

The engineer should remember that not all of what is of value to humanity belongs to his sphere of conception, and he must be very cautious not to destroy such values even if they cannot be measured in sums of money or in kilowatt-hours. In dealing with nature he must touch sparingly upon its beauty and cleanness, and his encroachments on it should not go beyond what is absolutely necessary.

Digitized by Google

The engineer should also remember that the work of men is not exclusively determined by time and speed.

The community must learn that its ancient standards of value, its ideals from classical culture are not always the sole ones nor the most righteous or the most high. Engineering will not always—as time passes

Fig. 3. From the centenary celebrations of the Royal Technical College in 1929: Guests from foreign colleges and universities.

on probably never—modestly fit itself into the forms of ancient culture and sociology. It has the right and the duty to find for the present time and for the future other more suitable expressions. All of us now acknowledge that engines designed in "Dorian style," "Empire" or other styles were mistakes. Most of us surely anticipate the coming of new, more natural and more true styles which in the future will be considered more beautiful than the old. These new styles will grow up from the soil of the conceptions of engineering and will be nourished from its sense of reality, suitability and truth.

Far more important but unfortunately also far more difficult is the correct amalgamation of engineering with economy and sociology.

As a consequence, in the future much more than in the past, great

Digitized by Google

and important duties will rest upon our college. First of all its facilities must continually be such that it is able to educate engineers so that they will be "eminently fitted for certain branches within the Civil Service as well as for taking charge of industrial undertakings." Next it will have to promote the technical sciences and with these to assist in fertilizing the industry of our country. And last but not least the college will have to assist in securing the best utilisation of technical utilities for the benefit and elevation of the culture of our community and for the promotion of its prosperity.

May it find men and means to enable it to reach this goal.

Or, as *H. C. Oersted* in the language of those days expressed it at the end of his opening speech a hundred years ago:

"God bless the King and his house! May He allow our country to bloom, and our college to worthily add its share to that end."

Digitized by Google

A FEW EXAMPLES ILLUSTRATING THE LINE OF PROGRESS IN SCIENTIFIC-TECHNICAL DEVELOPMENT[1)]

(An introduction to a discussion on the possibility of an application of scientific-technical methods to other fields of research).

The engineers of to-day no doubt look upon the technical and industrial development of the last century with some pride both as regards the results already obtained as well as with respect to the systematic and purposeful manner in which this development has been furthered —at least if considered from a purely technical point of view. Many engineers therefore believe that an application of the methods of engineering science to other fields of research, as f. inst. to the field of *economics*, would result in a more rapid progress within these fields and in a greater confidence in the results obtained than has been possible with the methods previously used. With the uncertainty and even confusion which still prevails with regard to many problems in the science of economics and considering the extremely great importance which certainty and clearness within this field would have for the whole of mankind it is quite obvious that an improvement in the treatment of these problems would be of the highest value and all possibilities in this respect deserve the most careful consideration; and this refers of course also to the above mentioned point of view of the engineers.

Personally I am not able to give any definite answer to the above question: the possibility of using the methods of scientific engineering in dealing with economic problems; my knowledge of economics is far to small for that. But I intend to-night by means of a few examples to illustrate the scientific technical development which has taken place within certain limited branches of engineering. I thereby hope to give at least some of you a clearer conception of the nature of the scientific methods used in engineering and to illustrate certain points with regard to this question which are not very conspicuous in themselves. If I

[1)] A Lecture held on the 16th December 1933 in »Dansk Ingeniørforening« (The Institution of Danish Civil Engineers).
(An abstract has been published in »Ingeniøren« Sect. »Elektroteknik«, p. 3—7, Copenhagen 1934).

Digitized by Google

suceed in giving you a somewhat deeper insight into the scientific development work of the engineer, I will thereby have also made a small contribution to a serious discussion of the possible transfer of engineering methods to the field of economics.

Now and then I will also make some remarks with regard to the development of pure physics which in many respects is similar to that of engineering.

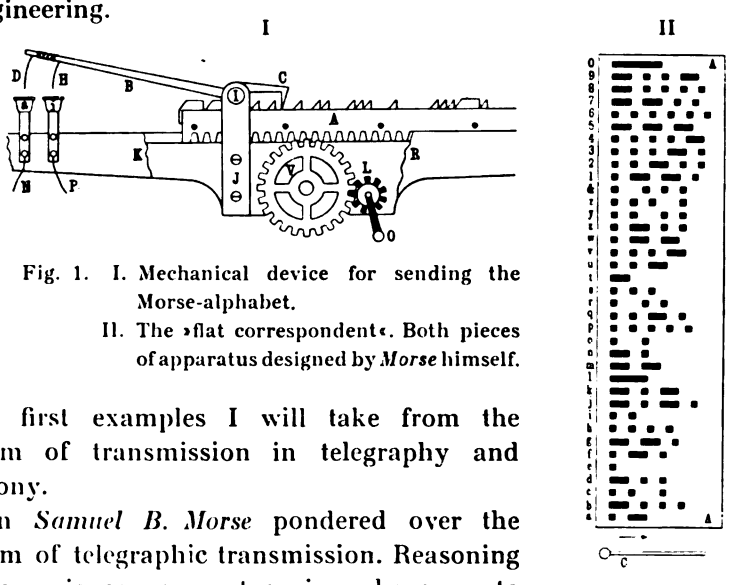


Fig. 1. I. Mechanical device for sending the Morse-alphabet.
II. The »flat correspondent«. Both pieces of apparatus designed by *Morse* himself.

The first examples I will take from the problem of transmission in telegraphy and telephony.

Even *Samuel B. Morse* pondered over the problem of telegraphic transmission. Reasoning from experiences on water pipes, he came to the conclusion that it was not advisable to alter the cross sectional areas of the electrical circuits. He therefore at first made his coils in the receiving apparatus of the same wire as used in the construction of the telegraph line, and his magnets therefore were very large and clumsy. Later on the great scientist *Joseph Henry* proved to him that this difficulty did not exist—but was of a purely imaginary nature. We very often meet such "imaginary difficulties" at the beginning of a new technical art. *Morse* himself was once more the victim of such an imaginary difficulty after having invented the *Morse-alphabet.* He was of the opinion, that it would be too difficult for ordinary people to learn to transmit morse-signals by hand and by means of an ordinary telegraph key. He therefore invented and constructed some auxilliary apparatus for this purpose, viz. the "key-board" or "the keyed correspondent" and the "flat correspondent." Examples of this apparatus are shown in fig. 1.

He should have known that a century later every second schoolboy would spend a considerable part of his leisure time in "morsing" with a simple key!

Digitized by Google

The transmission problem in itself did not cause any great difficulty during the first years of the new art of telegraphy as practically all telegraph lines were land lines with overhead wires. The telegraphic "speed" was then determined solely by the quality of the transmitting and receiving apparatus. But the problem of telegraphic transmission changed altogether when the first telegraph cable was to be laid across the Atlantic. This section of the telegraph circuit was so long and the capacity and resistance of the conductor would be so great that serious

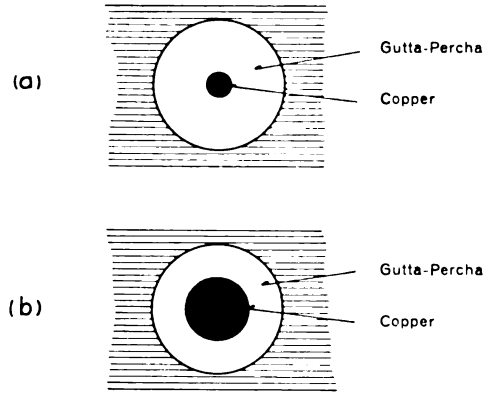


Fig. 2. Cross-sections of cores proposed for the first Atlantic telegraph cable. (a) with small capacity but high resistance; (b) with small resistance and great capacity.

distortions of the signals were to be expected. It was to be feared that the signals would—figuratively—be "drowned" in the cable. The question was: How should such a cable be designed and constructed in order to allow the greatest possible speed of working for a given outlay of money? The experts differed greatly in their opinions with regard to this question. *Faraday* and *Morse* were most afraid of the capacity others thought that the resistance would give most trouble. The former proposed to use a relatively thin conductor and a thick layer of gutta-percha, fig. 2 a; the latter preferred a thick conductor, even if this meant a relatively thin layer of gutta-percha, fig. 2 b.

The problem was much discussed but no general agreement was attained. The problem was solved, however, by the young engineer, mathematician and physicist *William Thomson*—later on Lord *Kelvin*. His starting point was an approximately correct differential equation, viz:

$$CL\frac{\partial^2 i}{\partial t^2} + (CR + GL)\frac{\partial i}{\partial t} + RGi = \frac{\partial^2 i}{\partial x^2}. \qquad (A)$$

Digitized by Google

where i is the current at the distance x from the transmitter, C is the capacity, L the self-induction, R the resistance and G the leakance per unit length of the cable. The differential equation (A) is the famous *"telegraph equation."* It is only approximately correct, but in most cases the approximation it gives is fairly close and we shall not complicate the discussion by seeking one still closer. (The equation for the voltage v along the cable is exactly the same as for the current).

The ordinary procedure would now be to solve equation (A) for the current and the corresponding equation for the voltage as function of the time t and distance x. Only such a solution would satisfy the pure scientist; but unhappily the mathematical difficulties in the way of a solution of (A) were so formidable that *William Thomson* was unable to go this way. In order to come to a result which could be of practical utility he had to approximate. He considered it possible to insulate the cable so perfectly that the leakance G might be neglected, thus reducing equation (A) to

$$CL\frac{\partial^2 i}{\partial t^2} + CR\frac{\partial i}{\partial t} = \frac{\partial^2 i}{\partial x^2}. \qquad (B)$$

This approximation is—or at least was—quite justified, but equation (B) is almost as unwieldy as equation (A). *Thomson* therefore had to make further approximations and in making them he was guided by the following reasoning: The influence of the self-induction L on the transmission of currents and voltages depends upon the product $L\frac{di}{dt}$, but since the telegraphic current will not alter very rapidly, and since the self-induction L of the cable is rather small, the product $L\frac{di}{dt}$ must be very small, and we may therefore, as a first approximation, consider L to be equal to zero. In this case equation (B) reduces to

$$CR\frac{\partial i}{\partial t} = \frac{\partial^2 i}{\partial x^2}. \qquad (C)$$

This approximation, $L = 0$, seems, from a theoretical point of view, to be extremely hazardous. When L is equal to zero there is a possibility of a signal passing through the cable with an infinitely great velocity. The case is analogous to waves along a tight string without mass. But this is contrary to all experience; electric waves along a telegraph cable having a relatively very great capacity must necessarily have a velocity much less than the corresponding velocity along overhead wires and this last velocity cannot exceed the velocity of light in free space. Was it not to be feared that an approximation of this kind would lead to

Digitized by Google

quite erroneous results with regard to the transmission problem? No doubt it was. But *Thomson* was in the case that the cable would have to be designed, constructed and laid without further delay and it could not wait for a more stringent solution of the problem. And he had the courage to take the consequences of his conviction, namely that the influence of the self-induction of the cable on the transmission of the slowly varying telegraph currents must be unimportant and equation (C) must therefore, notwithstanding its theoretical defects, give a sound approximation of the main features of the thus restricted transmission problem. *Thomson* therefore took equation (C) as his starting ground

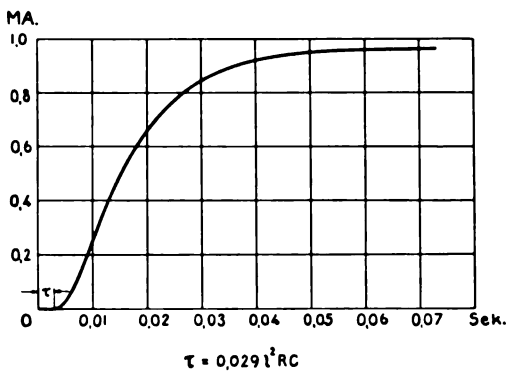


Fig. 3. *Thomson*'s curve for current arriving at the receiving end, the key at the transmitting end being depressed at $t = o$. (The numerical values given refer to a special case).

and gave a complete solution of this equation. It is at once evident from that equation that the main influence of the capacity and the resistance of the cable on the telegraphic speed is measured by the product of capacity and resistance (CR), not by capacity alone or by resistance alone. It is also easily proved that the telegraphic speed is inversily proportional to the product of the total capacity and the total resistance of the cable. *Thomson* also determined the curve for the current arriving at the receiving end, the key at the transmitting end being depressed at $t = 0$, see fig. 3, and proved that the current there would not attain a significant value until $\tau = 0.029 \cdot l^2 \cdot RC$ seconds later, l being the length of the cable. This retardation τ in the arrival of the current is much greater than it would be if the signals travelled with the velocity of light.

Notwithstanding the grave theoretical deficiencies of *Thomson*'s procedure the results which he arrived at by the solution of equation (C) proved to be extremely valuable approximations and have been of the very greatest help in furthering the rapid development of submarine telegraphy.

Digitized by Google

To-day this approximation of putting L equal to zero is no longer sufficient as we have in the meantime succeeded in increasing the telegraphic speed to such high values that the influence of the self-induction can no longer be ignored. It has even been proved that it is possible to increase the telegraphic speed by increasing the self-induction of the cable (*Pupin, Krarup*).

In 1876, when *Alexander Graham Bell* invented the telephone, very little was known about speech and hearing. The true shape of the corresponding sound waves was not known. The "sound pictures" recorded of human speech generally told more about the recording apparatus than about the speech waves themselves. With regard to the all important question for a practical telephony: "How do various distortions of the speech waves affect the intelligibility?" practically nothing was known.

How then were the engineers to solve the many problems created by *Bell*'s invention of the telephone? Were they to begin by studying acoustics, speech and hearing and postpone the technical development until the physical and physiological part of the problem was fully elucidated. That sounds reasonable and from a purely scientific point of view almost the only rational course to follow.—But I doubt very much if there would have been any important telephone industry to day had this course been followed.

Actually the engineers pushed ahead and designed a lot of telephone apparatus, not all equally good but all usable. They also attacked the telephone transmission problem—at first rather unsuccessfully. The chief engineer of one of the great telegraph and telephone administrations tried to use *William Thomson*'s CRl^2-law on telephone lines and therefore built such lines with very stout overhead copper wires, thus giving CRl^2 a somewhat low value. He was greatly surprised that the result was rather poor—but afterwards he reached a profit for his administration as the price of copper had increased considerably in the meantime. The mistake with regard to the CRl^2-law is easily understood as the telephone currents alter so rapidly that the inductance of the telephone circuit cannot be ignored.

But if we cannot simplify the telegraph equation (A) by putting L equal to zero and we cannot solve the equation in its general form, what then? The difficulty was overcome by solving a far simpler problem, viz. by ascertaining the steady state solution when a sinusoidal voltage of constant frequency and constant amplitude is impressed on the sending end of the line. The determination of this steady state solution is rather simple and we need not discuss it here. But it is at least a very bold suggestion to consider this steady state as representative

Digitized by Google

of the transmission of actual speech-currents. No signals at all can be transmitted during a steady state period, and it may even be said, and with some truth, that speech waves are just the opposite of a steady state motion and are fundamentally to be represented by suitable transients.

This last point of view is no doubt the correct one. But even to-day very great difficulties stand in the way of handling transients in telephone circuits even if the operational calcules of *Oliver Heaviside* and others is a good help in the treatment of such problems.

Experience has shown, however, that even if the steady state method of treating telephone transmission problems may seem, from a theoretical point of view, to be wholly inadequate, this simple method has proved to be a very great help in the development of practical telephony. If we at the present time are able to treat telephone transmission problems in a more stringent manner, this progress is mainly due to the telephone industry itself, to which we are indebted for more suitable mathematical tools and especially a greatly extended knowledge of the physiology of speech and hearing[1]).

In the fields considered above an exact treatment of the problems was and is impossible; one has to rest satisfied with approximate solutions. But how can it be that those approximate solutions have proved to be so extremely valuable as a sure foundation for an imposing technical development? I think there are two main reasons for that: (1) The approximations were based on a sound and rational conception of the main problems, which from a scientific point of view were quite clear. It is therefore to be expected that these approximations, with no great errors, may be used within rather wide limits. (2) Comparison of the results arrived at by way of approximate theories with the results obtained by experience, and this repeated over and over again, often by experiments arranged particularly for the purpose of testing the accuracy and soundness of the approximation within the widest possible limits.

It is this intimate connection between the approximate theory and the controlling experiment which in the scientific technical and industrial fields has made possible the extremely rapid technical developments and the certainty which has characterized this development. This comparison between theory and experience at once calls attention to any discrepancy between the two and thereby points out that the approximative theory has been pushed too far. Compare f. inst. the above mentioned unwarranted use of *William Thomson*'s CRl^2-law in the field of telephone transmission.

[1]) See f. inst. *H. Fletcher:* Speech and Hearing (New York 1929).

Digitized by Google

In many technical and industrial fields there is no exact theory from which to start and it is therefore necessary to use tentative approximations and controlling experiments. But even in the cases where we possess an exact theory, as for instance the well known differential equations of the electromagnetic field, an accurate calculation for the specific technical system considered will in most—perhaps in all—cases be impossible. Even in this case we can only make approximative calculations and must corroborate our results by suitable experiments. This f. inst. is the case in the radio field. There is hardly any other technical field where the theoretical foundation is so well known and so secure[1]); but even here there are very, very few cases in which it is

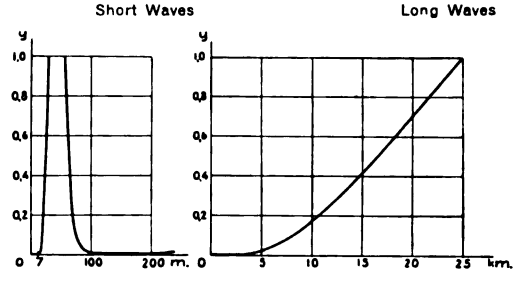


Fig. 4. *Austin*'s Formula: $E_r = 120\,\pi\,\frac{h_1}{\lambda r}\,I_s \cdot \varepsilon^{-\frac{0{,}0012}{\sqrt{\lambda}}\,r}$

possible to attain an accurate solution of the fundamental differential equations. But the very intimate connection between theory and experiments which always existed within this field has given a series of approximations which within very wide limits are so accurate that in every day practice they are considered as being exact solutions.

In speaking about radio I made an exception with regard to the problem of the propagation of radio waves as influenced by the condition of the higher atmosphere, because the scientific foundation here is much less secure than in the other fields of radio. The empirical formulae arrived at with regard to the propagation of radio waves must therefore also be used with some caution as they do not represent rational approximations derived from an exact theory, where the physics of the problem is fully understood. Empirical formulae may then lead to quite erroneous results when applied outside the limits within which their applicability has been proved directly by experience. I shall mention two such cases.

The first is *Austin*'s empirical formulae for the attenuation of long radio waves ($\lambda > 400$ m) over sea by day, see fig. 4. It is a purely empirical formula for the mean value of the electric field E_r at the

[1]) We exclude at present the problems concerning the propagation of radio waves.

Digitized by Google

receiver at a distance of r kms from the transmitter. The formula is developed from an enormous number of observations. The right hand part of fig. 4 shows the relative values of the electric field for a distance of 10,000 kms and for various wavelengths, the field intensity being equal to 1 for $\lambda = 25{,}000$ m. The field intensity decreases rapidly with decreasing wavelength. Especially for short wavelengths *Austin*'s formula gives very small field intensities. F. inst. for $\lambda = 100$ m the relative field intensity would be about 5×10^{-20} and for $\lambda = 20$ m about 1.7×10^{-45}. Inconceivable small figures, which were once believed to

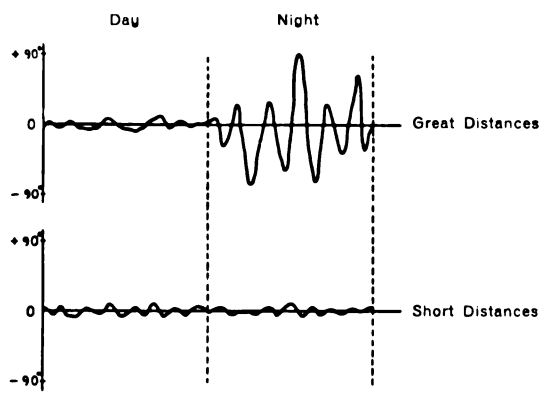


Fig. 5. Errors in the direction of the propagation of radio waves as determined by a simple frame aerial.

come fairly near to the truth. When however the electron-tube made it possible to generate short continuous waves experience showed that *Austin*'s formula, when applied to short waves ($\lambda < 100$ m), gave altogether wrong results. The left hand part of fig. 4 shows schematically the experimental results for such short waves. In many cases the actual field intensities are more than 10^{50} time greater than those calculated by means of *Austin*'s formula.

The second case relates to the direction of the radio waves as determined by means of a simple frame aerial. Experience shows that for small distances the directions of propagation of the radio waves thus determined agrees fairly well with the direction transmitter-receiver. This is also generally true for greater distances by day, see fig. 5. But by night the errors may be as much as 90 degrees or even more.

The first case relates to a purely empirical formula which gives extremely wrong results when used just outside the limits within which it has been confirmed experimentally. In the second case direct experience proves that the measured direction for small distances is nearly

Digitized by Google

correct both by day and night and for greater distances the same is the case by day but an extrapolation to night-time would in this case give altogether wrong results.

Within the sciences of hydrodynamics and aerodynamics the fundamental differential equations—just as in the field of electrotechnics—are too complicated to allow of accurate solutions in practical cases. The very rapid progress within these sciences is also due to the intimate cooperation between approximate theory and experimental investigations, whereby a system of rational and very valuable approximations has been attained. The above mentioned experiments are mostly carried out in special laboratories and the number and importance of such laboratories is increasing year by year. Laboratorical investigations are also of the greatest importance in all such cases where the "boundary" is too complicated to allow of even an approximate computation; the experiments may then give an approximate quantitative solution of the special problem.

As a consequence of this development the laboratories have become a most important factor in the equipment of a modern technical high-school (technical university) and laboratory work a very important item in the curriculum of students of engineering.

A consideration of other sciences in which a similar rapid development has taken place, as in engineering science and in industry, will reveal similar conditions: It is the experimental investigations in close co-operation with approximate theory which have fostered the great and rapid progress. This is true in chemistry and also in biology in which science experiments are of rapidly growing importance. This is eminently true in physics where the results of experiments have necessitated the introduction of new hypothesis differing radically from the old ones.

The close cooperation between tentative approximate theory and experiment is the true foundation stone upon which the exact sciences —included the engineering science—have been able to erect their imposing and rapidly growing structures. It must be remembered, however, that speculation alone could never have carried us to the splendid goal, which has been reached, and could never have given to the results obtained the firm security which they now possess.

I think there is good reason for pointing out this fact especially to the engineer because it is his everyday job to calculate with great certainty the dimensions of his mechanical structures, strength and voltage of his electric currents, power necessary etc. He therefore, quite naturally, becomes inclined to forget that all his computations ultimately rest on experiments or other practical experience. He will therefore often be too inclined to start making calculations within other fields

Digitized by Google

where he only suspects numerical relations. There is no harm in this as long as he is quite aware of the fact that the hypothesis, manifest or hidden, upon which his calculations rest, may be wrong—and probably will be—if not corroborated repeatedly by experience.

Within the field of economics there is, no doubt, a series of problems which naturally lend themselves to mathematical treatment. I need only mention depreciation, theory of production, theory or marginal value, monopoly, etc. But any attempt to formulate universal economic laws —if such laws exist—by mere speculation would have less chance of success than an attempt to predict the physical behaviour of matter by aid of the then prevailing atomic theory would have had a hundred years ago.

I hope to have your permission to emphasize once more the fact, that the remarkable development of engineering science is due to the close cooperation of theory and experiments. Hypothesis and speculations are in themselves barren. They are of value as far as they give rise to the carrying out of valuable experiments, and they are harmful if they prevent the execution of such experiments.

But what experiments are to be performed and how are they to be carried out? That is, no doubt, one of the most important questions in all problems. It is the most important task of the theory to select the questions which are most suitable for experimental investigation. It is, of course, not possible to give any general rule for this choice. But very often the most fundamental experiments are very simple, if not in actual execution at least in principle. I shall try to illustrate this point by a few examples.

Benjamin Franklin proved lightning to be an electric spark. He and others have carried out a number of investigations on lightning in order to clear up more fully the physical conditions existing just before and during the flash, but our knowledge with regard to this matter is even to-day rather meagre. Had the scientific investigations with regard to electro-physics alone centred on lightning experiments we would in all probability to-day have had no electro-technics.

It was the simple and unpretending experiments carried out by *Coulomb* on the mutual repulsion and attraction of electrified small balls of gilded elder pith, which laid the first foundation stone in the science of electrostatics.

At the beginning of the other main road, that of the electric current, which leads to the imposing domain of electro-technics we find the signboards marked: *Galvani*'s frogs, the voltaic pile of *Volta,* and the magnetic needle of *Oersted.* Three very simple and unpretentious discoveries—but none the less all three of fundamental importance.

Or consider the science of meteorology. Hardly any other science

Digitized by Google

possesses such a lot of well ordered reliable observations, collected year after year and published in convenient form. Still it would hardly be possible, from meteorology alone to deduct the laws of *Boyle-Mariotte* or *Gay Lussac*. The rather simple experiments of these scientists have taugth us much more about the physical nature of the gases than all meteorological observations.

The science of meteorology also offers a very good illustration of the fact that observations alone, even if they are made very carefully, in very great numbers and extended over very long periods of time, will not always furnish us with real insight into the phenomena in question nor always provide us with a possibility for predicting with certainty the future course of the phenomena.

Even though I consider myself to be simply a layman in the fields of economies you will possibly find it natural that I should say a few words regarding my opinion on the possibility of an application of the scientific methods of engineering to the economical problems.

The all important question is: Are the concepts of economy measurable quantities; or put another way: are they expressible numerically in suitably choosen units? The late Dr. *L. Birck* answered this question with a definite No. It is in accordance with this that the science of economy at most Universities belongs to the group of liberal sciences and not to the group of exact sciences.

If this view is correct I believe that the engineers with their mathematics and slide rules ought to keep in the back-ground. Personally I think, or at least I hope, it will be possible to convert parts of economics to the exact sciences. If that is so I expect that the engineers will be able to make important contributions to this development. But in that case the engineer must remember the history of his own science: *It is the many small unassuming, but absolutely sure and progressive steps which have carried engineering science to its imposing height. Speculation and experiments, experiments and speculation; but neither speculation alone nor experience alone have been able to show the right path through unknown fields.*

I feel obliged to emphasize this view because the calculations and the designs of engineers are generally accepted with almost absolute confidence. His bridges are strong enough, his power lines carry the stipulated power, etc. On the other hand, he has not the possibility of

Digitized by Google

hiding or explaining away his errors as have those working in the liberal professions. Therefore engineering and confidence are nearly synonyms. *We engineers therefore ought to be very careful and not place any trust in new hypothesis before they have been thoroughly tested again and again, in theory as well as in practice, in practice as well as in theory.*

Digitized by Google

ON THE DEPRECIATION OF PUBLIC UTILITIES[1])

(A somewhat abridged abstract of the original paper.)

Preliminary remarks.

One of the effects of technical development in the fields of production, transportation and communication is the increasing importance of the interest on the capital invested in the plant, and of the depreciation of the plant, for the profit and loss account[2]). Interest and depreciation of the invested capital for field labourers using only spades, shovels and the like may be but a few parths in a thousand of the wages, while for a manual telephone exchange system the sum of the interest on the capital and the depreciation of the plant may be almost as great as all other operating expences together, and in automatic telephone systems and some modern manufactories it is even greater.

The determination of a reasonable rate of interest and a rational depreciation charge are therefore very important economical problems. The relative importance of the two will, naturally, vary from case to case, and we shall only mention that the yearly amount of depreciation for all the Danish telephone companies taken together is almost the same as the whole amount paid as dividend on share capital together with interest on loans. We shall, however, in the following only consider the determination of the rational amount of depreciation.

The great importance of the yearly amount put by for depreciation makes this a fundamental question for the profit and loss account in all considerations concerning cost-price, rates and dividends on capital. The question of obtaining a reasonable measure of actual depreciation has been much discussed. Especially in U.S.A. has a whole literature grown up treating this and related questions. This is no doubt partly due to the fact that railways, tramways, telephone and telegraph, water-, gas- and electricity-works in U.S.A. are mostly owned by private com-

[1]) Reprinted from "Polyteknisk Tidsskrift, Ingeniør og Samfund", Nr. 7—12. Copenhagen 1929.

[2]) We, of course, assume that the books of the undertaking are kept in good order with a clear distinction between profit and loss account and balance sheet which is not always the case even in great and, from a technical point of view, well conducted undertakings.

Digitized by Google

panies, and with regard to the fixing of rates, prices, etc., all these *public utilities* are subject to control from government commissions. A number of engineers and accountants have therefore specialized in such a way as to be able to effectively represent the different parties in such *"rate-cases."* Some of these specialists have put down their knowledge and experience in this matter and made propaganda for their personal views in valuable books[1]).

Despite this rich literature it seems to me that there is too great a disparity between the very highly developed theories of all the technical questions involved in the building up of the plant and the rather primitive points of view in which this economically very important question of depreciation is treated. Some seem to prefer the well known "maxim" of English bridgebuilders: Strong, Stronger, Damned Strong. Others seem to think: My *old* coat is of the same use to me as a *new* one and is therefore just as valuable.

The following remarks on the theoretical aspect of the question of depreciation relate principally to "Public Utilities" only and do not at all claim to give a full treatment of the theoretical aspect of even that restricted question. They are to be considered rather as sundry notes written down for my own guidance as a member of the government commission controlling the Danish private telephone companies. As these notes, however, as far as I know, contain a few hitherto unpublished theoretical facts I have thought it justifiable to let them go into print even in this provisional form.

§ 1. *General Remarks.*

A plant will generally lose value in many ways. First of all on account of the ordinary *wear* and *tear* from use, by which the original value is gradually reduced to scrap value. But the loss in value may also be due to *obsolescence, inadequacy* or other causes. The wear

---

[1]) Of this large literature I have had the opportunity of consulting the following:
H. E. Riggs: Depreciation of Public Utility Properties (211 pp.) (New York 1922).
W. H. Maltbie: Public Utility Valuation (201 pp.) (New York 1924).
L. R. Nash: The Economics of Public Utilities (430 pp.) (New York 1925).
H. V. Hayes: Public Utilities Their Cost New and Depreciation (262 pp.) (NewYork 1916).
H. V. Hayes: Public Utilities their Fair Present Value and Return. (207 pp.) (New York 1915).
J. Bauer: Effective Regulation and Public Utilities. (381 pp.) (New York 1925).
C. E. Grunsky: Valuation, Depreciation and the Rate-Base. (500 pp.) (New York 1927).
C. W. McKay: Telephone Rates and Values. (245 pp.) (Boston 1921).
L. Lyndon: Rate-Making for Public Utilities. (211 pp.) (New York 1923).

Digitized by Google

and tear determines the "*physical life time*" of the plant, *obsolescence* and *inadequacy* its "*functional life time,*" which is never greater and generally less than the physical life time.

This depreciation in value necessitates the creation of a *replacement fund* with which to provide the owner of the plant with new "machinery" when that in operation is worn out. The price of the plant in question will rarely be constant during its whole "life time" but in the following discussion of depreciation change in replacement cost will be disregarded.

By the *actual value* of the plant we will understand the *initial cost* of the plant when installed, less the *total loss* due to depreciation of all kinds. This total loss due to depreciation (which we often simply will call *total depreciation*) is to be determined in such a way that the *total cost* of any unit produced shall be the same in the existing plant as in a new, modern plant arranged in the best possible way. The *total cost* is to include all expences for power, manual labour, repair, etc., and to include also the loss due to depreciation and the interest on the invested capital.

The actual value of the old plant is therefore equal to zero when the total cost of power, labour, depreciation and capital for the new plant is less than or equal to the cost of power, labour and any repairs absolutely necessary to the old plant.

In the following discussion we have, for the sake of simplicity, only considered the physical life time and the effect of obsolescence and inadequacy in so far as they have influence on the *actual average working life* of the plant, and this *actual working life* of the plant is in the following denoted by n years.

It is furthermore supposed that the new plant is in all respects similar to the old one and with the same unit-cost for power and labour. *The comparison of the old and new plant therefore only includes a consideration of the cost of repair, depreciation and capital.*

It is supposed that the accounting is made in the following manner.

If a certain plant is installed in a certain year at a cost A, this amount A is included in the account headed *total initial cost of actual plant,* until the end of the n^{th} year following. The increase of the *total replacement fund,* due to the depreciation of this plant, shall after the n years equal the same amount A. Both of the accounts, the total initial cost of the actual plant and the total replacement fund are then reduced by the amount A. (It does not make any difference with regard to the book-keeping if the plant is actually replaced at the end of the n years or not, as we suppose that there is no account kept of the separate plants.)

Digitized by Google

The *book value* of a plant is its initial cost less the corresponding part of the replacement fund.

§ 2. *Depreciation of a Single Plant.*

The *initial cost* of the plant is supposed to be A crowns (Kr.) and its *actual working life* n years. The *scrap value* is for the present taken to be zero. The *total replacement* fund will have to be A (Kr.) at the end of the n^{th} year. But how ought the replacement fund to increase during the period of the n years? A method *very commonly used* is to let the replacement fund increase by $\frac{A}{n}$ (Kr.) at the end of each year, as shown by the step-by-step line in fig. 1, while the bold straight line gives a simpler and very nearly correct representation of the value of the replacement fund. (For the sake of simplicity the correct step-by-step line is in the following graphical representations replaced by a smooth line passing through the uppermost edges of the steps. In many cases we do the same in carrying out the calculations on the following pages. This results in great simplification and the error committed is but small. F. inst. the mean value of the replacement fund during the n years is $\frac{1}{2} A \left(1 - \frac{1}{n}\right)$ when calculated from the step-by-step line, while the mean value is $\frac{1}{2} A$ when the value of the replacement fund is represented by the bold straight line.)

The question is now: ought the replacement fund to increase linearly or should its growth be governed by some other law? The answer is that *the rational growth of the replacement fund depends upon the shape of the repair-curve,* that is, the curve representing the cost of repair as a function of the age of the plant.

We will, to begin with, assume that the cost of repair is constant during the whole working life of the plant. In this case linear growth of the replacement fund gives too great values of this fund in the "middle life" of the plant. An example will easily prove this.

$A = 100$ (Kr.), $n = 20$ years. After 10 years the replacement fund will be 50 (Kr.), and the book value $100 - 50 = 50$ (Kr.). If the rate of interest is 6 per cent p. a. the total cost of capital and depreciation for the 11^{th} year will be

Interest 6 p. c. of 50 (Kr.)	=	3 (Kr.)
Depreciation $\frac{1}{20}$ of 100 (Kr.).....	=	5 »
Total...		8 (Kr.)

For the first year of the life time of this plant we have:

Interest 6 p. c. of 100 (Kr.)	=	6 (Kr.)
Depreciation $\frac{1}{20}$ of 100 (Kr.).....	=	5 »
Total...		11 (Kr.)

Digitized by Google

And for the 20th year we have:

Interest 6 p. c. of 5 (Kr.)	=	0.30 (Kr.)
Depreciation $\frac{1}{20}$ of 100 (Kr.)	=	5.00 »
Total...		5.30 (Kr.)

The real value of the plant after 10 years is evidently more than 50 (Kr.).

There is no difficulty in determining how the value of the replacement fund ought to increase in order to make the sum of interest on

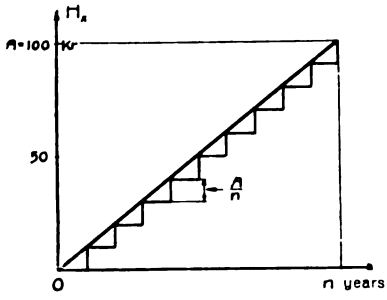


Fig. 1. Linearly increasing replacement fund. The step-by-step line represents the actual value of this fund. The bold straight line gives a simpler and approximately correct representation.

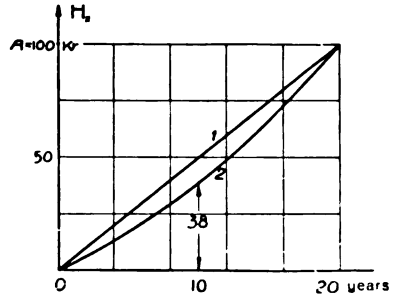


Fig. 2. Curve 2 shows the rational value of the replacement fund for constant cost of repair and for $n = 20$ years and interest 5 per cent p. a.

capital and the yearly increase of the replacement fund constant for the whole working life of the plant and therefore also equal to the cost of these two items in a new plant. We will call the value of the replacement fund thus determined the *rational value of the replacement fund*. I fig. 2 line 1 shows the linear increase of the replacement fund and curve 2 its rational value, assuming $n = 20$ years and that the rate of interest is 5 per cent p. a. This rational value of the replacement fund for the x^{th} year is denoted by H_x and determined by formula (1) below.

Let the rate of interest be r (f. inst. $r = 0.05$), the actual working life of the plant n years and its initial cost A, then the rational value H_x of the replacement fund at the end of the x^{th} year is

$$H_x = A \cdot \frac{(1+r)^x - 1}{(1+r)^n - 1}, \qquad (1)$$

provided the cost of repair is constant.

We may easily prove this as follows: At the end of the x^{th} year the replacement fund is increased by

Digitized by Google

$$H_x - H_{x-1} = A \cdot \frac{(1+r)^x - 1}{(1+r)^n - 1} - A \cdot \frac{(1+r)^{x-1} - 1}{(1+r)^n - 1} = A \cdot \frac{r(1+r)^{x-1}}{(1+r)^n - 1}. \qquad (1')$$

The amount of interest on capital $R_x(r)$ in the x^{th} year is

$$R_x(r) = r \cdot B_{x-1} = r \cdot \left(A - A \cdot \frac{(1+r)^{x-1} - 1}{(1+r)^n - 1} \right) = A \frac{r(1+r)^n - r(1+r)^{x-1}}{(1+r)^n - 1}, \qquad (1'')$$

where

$$B_{x-1} = A \frac{(1+r)^n - (1+r)^{x-1}}{(1+r)^n - 1} \qquad (1''')$$

is the book value of the plant at the end of the year $(x-1)$.

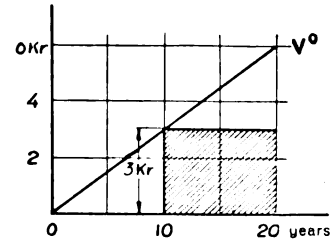


Fig. 3. Linear repair curve corresponding to the numerical example treated below.

The yearly cost $U_x(r, n)$ of capital and depreciation is accordingly

$$U_x(r, n) = R_x(r) + (H_x - H_{x-1}) = A \frac{r(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}. \qquad (2)$$

As $U_x(r, n)$ is independent of x, and therefore the same during the whole lifetime of the plant, the correctness of formula (1) is thus proved.

The cost of repair will generally increase with the age of the plant. If this cost increases linearly with age and is equal to $\frac{x}{n} rA$ for the x^{th} year, then a linear growth of the replacement fund will be the rational one. As an example we will take the case treated above and put the cost of repair equal to $\frac{x}{20} \cdot 0.06 \cdot 100$. At the end of the x^{th} year the sum of interest, depreciation, and repair will be

$$\frac{6}{100} \cdot 100 \left(1 - \frac{x}{20}\right) + \frac{100}{20} + \frac{x}{20} \cdot \frac{6}{100} \cdot 100 = 6 - \frac{6x}{20} + 5 + \frac{6x}{20} = 11 \text{ (Kr.)}$$

i. e. constant for the whole life of the plant. Compare also fig. 3.

Digitized by Google

This case is, however, a very special one; but we may in all cases where the curve of repair is known, determine without difficulty the rational value of the replacement fund. *If the cost of repair in the* x^{th} *year is less or greater than* $\frac{x}{n} rA$, *the linear growth of the replacement fund gives too high or too low values of this fund in the middle life of the plant.*

We shal now consider the general case with a linear repair curve. If the cost of repair increases linearly up to the amount v^0 at the end of the lifetime of the plant, see fig. 3, the total cost of repair for the whole life of the plant capitalised at the end of the n^{th} year, will be

$$v_n^0 = \frac{v^0}{r} \cdot \left(\frac{((1+r)^n - 1)(1+r)}{nr} - 1 \right). \tag{3}$$

This capital v_n^0 will be accumulated in the course of the n years by yearly instalments b at compound interest. The rate of interest being r, then

$$b = v^0 \left(\frac{1+r}{nr} - \frac{1}{(1+r)^n - 1} \right). \tag{4}$$

The actual cost of repair for the x^{th} year is $\frac{x}{n} v^0$. If we want the cost of repair to be evenly distributed over the n years, we may establish a repair *fund*, $P_x = \sum_1^x c_x (1+r)^{x-1}$ where

$$c_x = b - \frac{x}{n} v^0 = v^0 \left(\frac{1+r}{rn} - \frac{1}{(1+r)^n - 1} - \frac{x}{n} \right). \tag{5}$$

and accordingly

$$\left. \begin{aligned} P_x = b \cdot \frac{(1+r)^x - 1}{r} - \frac{v^0}{n} (1 \cdot (1+r)^{x-1} + 2 \cdot (1+r)^{x-2} \\ + \cdots + x(1+r)^{x-x}) = \frac{v^0}{r} \left(\frac{x}{n} - \frac{(1+r)^x - 1}{(1+r)^n - 1} \right). \end{aligned} \right\}^{1)} \tag{6}$$

P_x is of course equal to zero both for $x = 0$ and $x = n$.

---

[1]) Auxiliary formula:

$$1 \cdot (1+r)^{x-1} + 2 \cdot (1+r)^{x-2} + 3 \cdot (1+r)^{x-3} + \cdots + x \cdot (1+r)^{x-x} = \frac{(1+r)[(1+r)^x - 1]}{r^2} - \frac{x}{r}.$$

Digitized by Google

The rational value K_x of the replacement fund for a constant yearly cost of capital, depreciation and repair is accordingly

$$\left.\begin{aligned} K_x = H_x + P_x &= A\frac{(1+r)^x - 1}{(1+r)^n - 1} + \frac{v^0}{r}\left(\frac{x}{n} - \frac{(1+r)^x - 1}{(1+r)^n - 1}\right) \\ &= \left(A - \frac{v^0}{r}\right)\cdot\frac{(1+r)^x - 1}{(1+r)^n - 1} + \frac{x}{n}\cdot\frac{v^0}{r}. \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

The yearly cost of these three items is

$$\left.\begin{aligned} U_x(r, n, v^0) &= r\cdot(A - K_{x-1}) + (K_x - K_{x-1}) + \frac{x}{n}\cdot v^0 \\ &= \frac{Ar(1+r)^n - v^0}{(1+r)^n - 1} + \frac{(1+r)\cdot v^0}{rn}, \end{aligned}\right\} \tag{7_1}$$

and it being independent of x the correctness of formula (7) is proved.

In the case of $v^0 = rA$ we get from (7) and (7_1)

$$K_x = \frac{A}{n}\cdot x \text{ and } U(r, n, v^0) = \left(r + \frac{1+r}{n}\right)A, \tag{7_2}$$

The rational value of the replacement fund will in this case increase linearly — as shown above.

The difference D_x between the linearly increasing replacement fund and the rational value of this fund is determined by

$$D_x = A\cdot\frac{x}{n} - K_x = \left(A - \frac{v^0}{r}\right)\cdot\left(\frac{x}{n} - \frac{(1+r)^x - 1}{(1+r)^n - 1}\right). \tag{7_3}$$

The mean difference is

$$\left.\begin{aligned} D_{\text{mean}} = \frac{1}{n}\sum_1^n D_x &= \left(A - \frac{v^0}{r}\right)\cdot\left(\frac{n-1}{2n} + \frac{1}{(1+r)^n - 1} - \frac{1}{nr}\right) \\ &= \left(A - \frac{v^0}{r}\right)\cdot F_{\text{mean}}(r, n), \end{aligned}\right\} \tag{7_4}$$

where

$$F_{\text{mean}}(r, n) = \frac{n-1}{2n} + \frac{1}{(1+r)^n - 1} - \frac{1}{nr}. \tag{7_5}$$

Table 1 shows the value of F_{mean} for various values of n and r.

Digitized by Google

TABLE 1. VALUES OF $F_{mean}(r, n)$.

$n =$	15	20	25	30	40	50	60 years
$r = 0.04$	0.048	0.065	0.080	0.096	0.126	0.154	0.180
$r = 0.05$	0.060	0.080	0.099	0.118	0.153	0.186	0.216
$r = 0.06$	0.073	0.096	0.118	0.139	0.178	0.214	0.245

The greatest difference D_{max} will be found in the neighbourhood of $x = \frac{1}{2}n$. We therefore have

$$D_{max} \simeq \left(A - \frac{v^0}{r}\right)\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{(1+r)^{\frac{n}{2}} + 1}\right) = \left(A - \frac{v^0}{r}\right) F_{max}(r, n). \qquad (7_6)$$

Table 2 shows some values of F_{max}.

TABLE 2. VALUES OF F_{max}.

$n =$	15	20	25	30	40	50	60 years
$r = 0.04$	0.073	0.097	0.119	0.143	0.186	0.227	0.264
$r = 0.05$	0.091	0.120	0.148	0.175	0.226	0.272	0.312
$r = 0.06$	0.108	0.141	0.174	0.206	0.262	0.311	0.352

The values of F_{mean} and F_{max} are also shown in fig. 4.

(Formula (7) determines the rational value K_x of the replacement fund in the case of a linearly increasing cost of repair and the curves in fig. 5 show the value of K_x in five special cases, specified in the text below the figs.).

The rational replacement fund according to formula (7) is determined in such a way as to make the yearly cost $U_x(r, n, v^0)$ of capital, depreciation and repair a constant. For comparison it may be of interest to show how these three items will alter in the case where the replacement fund increases linearly to the value A at the end of the n years. Such a case is shown in fig. 6.

Formula (7) also holds good in the case where the yearly cost of repair increases linearly from the value v_0 at $x = 0$ to the value $(v_0 + v^0)$ at $x = n$, see fig. 7; but the value of $U_x(r, n, v)$ according to (7_1) and (7_2) will in this case increase with v_0.

Digitized by Google

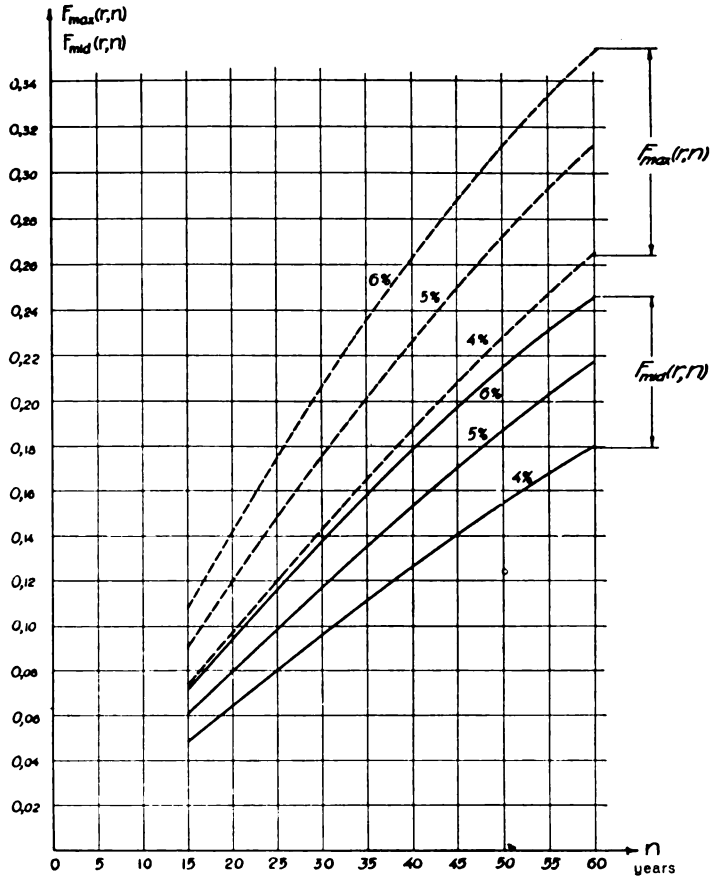


Fig. 4. The functions $F_{\text{mean}}(r, n) (= F_{\text{mid}}(r, n))$ and $F_{\max}(r, n)$ for $r = 0.04, 0.05$ and 0.06.

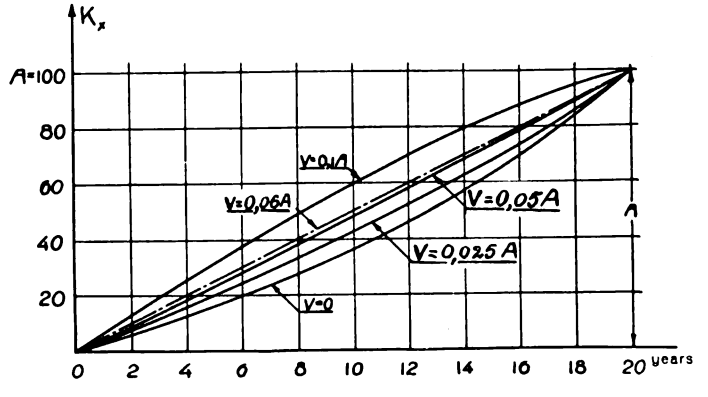


Fig. 5. The value of K_x for the following five special cases: cost of repair $v = 0$, $\frac{x}{n} \cdot 0.025\, A$, $\frac{x}{n} \cdot 0.05\, A$, $\frac{x}{n} \cdot 0.06\, A$ and $\frac{x}{n} \cdot 0.10\, A$; $n = 20$ years; $r = 0.06$.

Digitized by Google

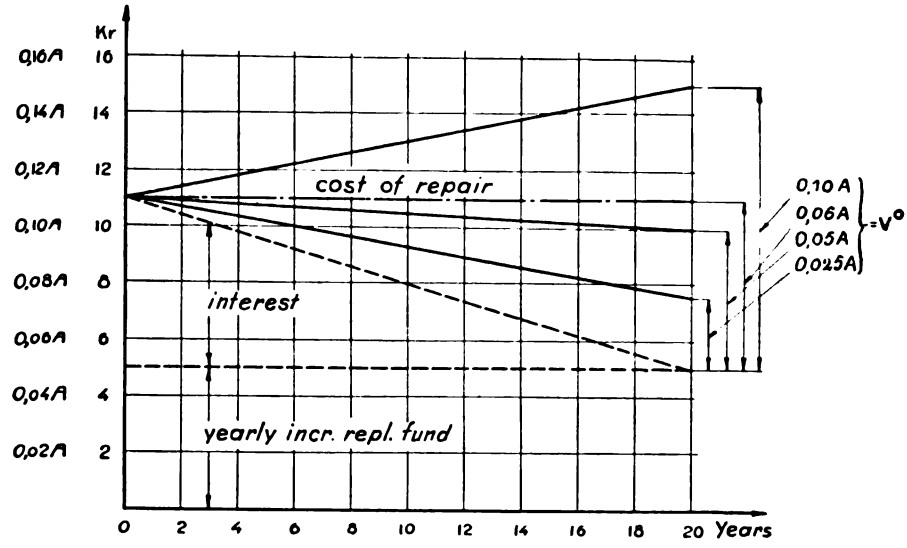


Fig. 6. Yearly cost of capital, depreciation and repair in the case of linearly increasing replacement fund and for $n = 20$ years, $r = 0.06$ and cost of repair $v = \frac{x}{n} v^0$, where $v^0 = 0.025\ A$, $0.05\ A$, $0.06\ A$ and $0.10\ A$ respectively.

We shall now consider the case where the yearly cost of repair is equal to

$$v = \frac{x^2}{n^2} v^0, \qquad \text{(a)}$$

see fig. 8.

The total cost of repair during the whole working life of the plant and capitalised at compound interest at the end of the n years will then be

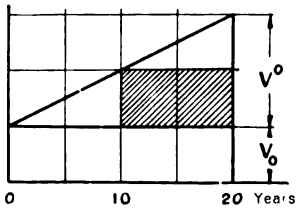


Fig. 7. Yearly cost of repair: $v = v_0 + \frac{x}{n} v^0$.

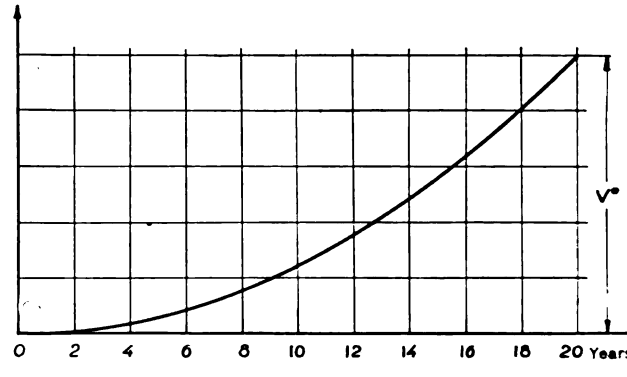


Fig. 8. Yearly cost of repair: $v = \frac{x^2}{n^2} v^0$.

Digitized by Google

$$V_n^0 = \frac{v^0}{n^2}\left(\frac{(1+r)(2+r)[(1+r)^n-1]}{r^3} - \frac{2n(1+r)}{r^2} - \frac{n^2}{r}\right)^{1}). \qquad (b)$$

A yearly instalment

$$b = \frac{r}{(1+r)^n-1}\cdot V_n^0 = \frac{v^0}{rn^2}\left(\frac{(1+r)(2+r)}{r}\cdot\frac{n^2r+2n(1+r)}{[(1+r)^n-1]}\right) \qquad (c)$$

will at compound interest accrue to the capital V_n^0 in the course of the n years.

If an amount c determined by

$$c = b - \frac{x^2}{n^2}v^0 = \frac{v^0}{rn^2}\left(\frac{(1+r)(2+r)}{r} - \frac{n^2r+2n(1+r)}{(1+r)^n-1} - rx^2\right) \qquad (d)$$

is put aside every year it will at compound interest have at the x^{th} year the value

$$\left.\begin{aligned} P_x = b\frac{(1+r)^x-1}{r} + \frac{v_0}{n^2}(1^2\cdot(1+r)^{x-1} + 2^2\cdot(1+r)^{x-2} + \cdots \\ + x^2(1+r)^{x-x}) = \frac{v^0}{r^2n^2}\cdot[(1+r)^x-1]\left(\frac{(1+r)(2+r)}{r}\right. \\ \left. - \frac{n^2r+2n(1+r)}{(1+r)^n}\right) - \frac{v^0}{n^2}\cdot\left(\frac{(1+r)(2+r)}{r^3}[(1+r)^x-1] - \frac{2x(1+r)}{r^2}\right. \\ \left. - \frac{x^2}{r}\right) = \frac{v^0}{r^2n^2}\left(rx^2 + 2rx + 2x - [n^2r+2n(1+r)]\frac{(1+r)^x-1}{(1+r)^n-1}\right). \end{aligned}\right\} \qquad (e)$$

The rational replacement fund K_x based upon constant yearly expences for capital, depreciation, and repair will then be

$$\left.\begin{aligned} K_x = H_x + P_x = A\frac{(1+r)^x-1}{(1+r)^n-1} \\ + \frac{v^0}{r^2n^2}\left(x(rx+2(1+r)) - [n^2r+2n(1+r)]\frac{(1+r)^x-1}{(1+r)^n-1}\right) \\ = \left(A - \frac{v^0}{r^2n^2}(n^2r+2n(1+r))\right)\frac{(1+r)^x-1}{(1+r)^n-1} + \frac{v^0}{r^2n^2}[x^2r+2x(1+r)]. \end{aligned}\right\} \qquad (f)$$

The corresponding values of K_x for $n = 20$ years, $r = 0.05$ and $v^0 = 2rA$, rA, and $\frac{1}{2}rA$ are shown in fig. 9.

---

[1]) Auxiliary formula:

$$1^2\cdot a^{n-1} + 2^2\cdot a^{n-2} + 3^2\cdot a^{n-3} + \cdots + n^2\cdot a^{n-n} = \frac{a(a+1)(a^n-1)}{(a-1)^3} - \frac{2na}{(a-1)^2} - \frac{n}{a-1}.$$

Digitized by Google

The corresponding yearly cost of capital, depreciation, and repair is

$$\left.\begin{aligned} U_x(r, n, v) &= r(A - K_{x-1}) + (K_x - K_{x-1}) + \frac{x^2}{n^2} v^0 \\ &= rA + \frac{r\left[A - \frac{v^0}{r^2 n^2}(n^2 r + 2n(1+r))\right]}{(1+r)^n - 1} + \left(1 + \frac{3}{r} + \frac{2}{r^2}\right)\frac{v^0}{n^2}. \end{aligned}\right\} \quad (g$$

It appears from these formulae and from figs. 5 and 9, that if v^0 does not differ too much from the value of rA, then the value of the

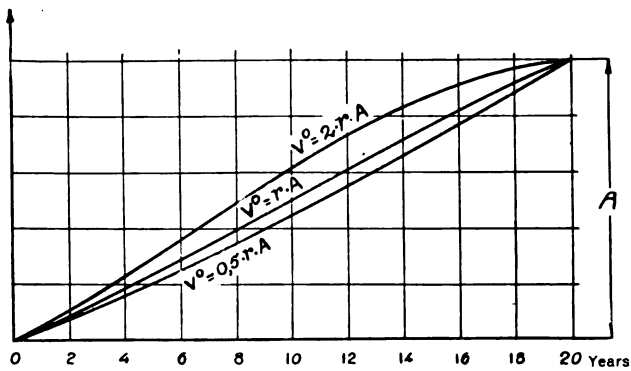


Fig. 9. Values of K_x for $v = \frac{x^2}{n^2} \cdot v^0$ and $n = 20$, $\frac{v^0}{rA} = 2$, 1 and 0.5 respectively.

rational replacement fund will not differ very much from the straight line increase from $K_x = 0$ at $x = 0$ to $K_x = A$ at $x = n$.

At all events the rational values K_x are too complicated for general use and we shall henceforth use a straight line value for K_x namely

$$K_x = \frac{x}{n} A.$$

(It will perhaps be right to point out, that the formula (1) is very risky in the case of large values of n, since a small error in the estimation of the working life may involve a great loss; f. inst. if n is estimated at 60 years and the actual working life of the plant is only 50 years, then formula (1) with $r = 0.05$ only gives 0.59 A, while the straight line replacement fund gives 0.83 A.)

It has up to now been assumed that the degree of utilisation η of the plant is constant during the whole of its working life. But in many cases as f. inst. with telephone cables and telephone exchanges η will increase with increasing age of the plant. On the other hand the cost of repair will also generally increase with increasing values of η[1]). An

[1]) It will be shown later on that that part of the cost of repair which is proportional to η will not alter the rational value of the replacement fund.

Digitized by Google

incresasing value of η would justify a slower increase of the replacement fund but a growing cost of repair would have the opposite effect. We therefore for the moment disregard possible variations in the value of η and only consider the simple straight line increase of the replacement fund, as shown in fig. 10.

If the scrap value of the plant is N[1]), the replacement fund needs only be equal to $(A—N)$, at the end of the n^{th} year. We always suppose, however, that the symbol A represents the initial cost corrected

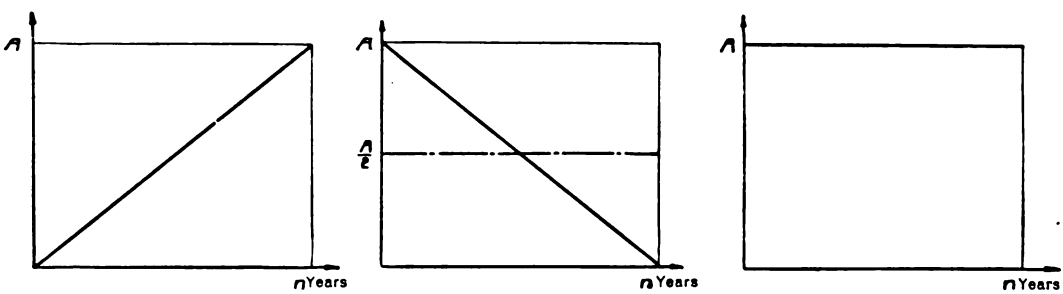


Fig. 10. I represents the value of the replacement fund. II the book value of the plant; III the sum of the book value and the replacement fund.

in this manner; the actual initial cost is therefore $(A + N)$. The corresponding corrections with regard to capital and interest are very easily made.

§ 3. *The Effects of Errors in the Estimations of the Length of the Actual Working Life of the Plant.*

We shall now consider the influence of errors in the estimate of the length n of the actual working life of the plant assuming a linear growth of the replacement fund equal to $\frac{1}{n}A$ yearly. We shall for brevity call $\frac{1}{n}$ the (yearly) rate of replacement. If n is wrong, the rate of replacement $\frac{1}{n}$ will, of course, not provide a replacement fund equal to A at the moment the plant is removed. We will consider two special and rather extreme cases. The one represented in fig. 11, where the lifetime has been estimated at $2n$ years but actually is only n years, the other in fig. 12 where the estimated life is only $\frac{1}{2}n$ years instead of the actual value n years.

[1]) The scrap value may be negative.

Digitized by Google

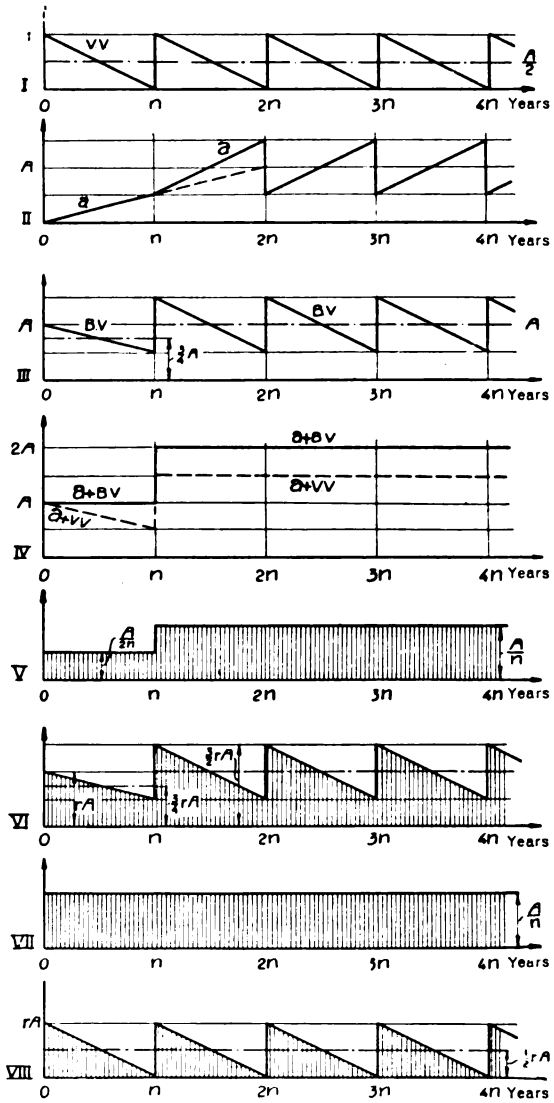


Fig. 11. Diagrammatical representation of the influence of a too small rate of replacement $\left(\frac{1}{2n}\right)$; the actual lifetime of the plant being only n years.

I. The actual value of the plant.
II. The value of the replacement fund.
III. The book value of the plant.
IV. The line marked $(a + BV)$ represents the value of the replacement fund + the book value. The line marked $(a + VV)$ represents the value of the replacement fund + the actual value of the plant.
V. Represents the yearly instalments to the replacement fund.
VI. Represents the yearly cost of capital.
} Rate of replacement equal to $\frac{1}{2n}$.
VII. Represents the yearly instalments to the replacement fund.
VIII. Represents the yearly cost of capital.
} Rate of replacement equal to $\frac{1}{n}$.

Digitized by Google

It appears from fig. 11 that for the first n years the mean value of the book value is $\frac{3}{4}A$ and for later periods this mean value is equal to A. The mean of the actual value of the plant is, however, for all periods only $\frac{1}{2}A$.

The sum of the replacement fund and the book value is equal to A during the first n years and then, at the first replacement of the plant by a new one, rises to $2A$ and keeps at this value in all following years.

The yearly instalments to the replacement fund is $\frac{1}{2n}$ for the first n years, but afterwards they are equal to the correct rate of replacement, namely equal to $\frac{1}{n}A$.

The mean cost of capital is for the first n years equal to $\frac{3}{4}rA$, and during later periods equal to rA. With the correct rate of replacement, $\frac{1}{n}$, it would only be $\frac{1}{2}rA$.

The results may be summed up as follows:

The too small yearly instalments $\frac{1}{2n}A$ *to the replacement fund in the first n years, cause the mean cost of capital to increase* by 50 per cent during the first n years and for the following *periods by 100 per cent over its normal value* $\frac{1}{2}rA$. *The yearly instalments to the replacement fund will after the first n years automatically adjust themselves to the correct value* $\frac{1}{n}A$.

In fig. 12 we have shown a graphical representation of the opposite case, which we hardly need to discuss in detail. In this case *the too great yearly instalment* $\frac{2A}{n}$ *during the first n years, cause the mean cost of capital to drop to* $\frac{1}{4}rA$, *or to one half of its normal value* $\frac{1}{2}rA$. *The mean value of the yearly instalments to the replacement fund automatically adjusts itself to the correct value* $\frac{1}{n}A$.

It is evident that we get the following general rule:

If the actual working life of the plant is n years, and the yearly rate of replacement is $\frac{1}{\alpha n}$, *the mean yearly instalments to the replacement fund will after the lapse of the first n years automatically adjust themselves to the correct value* $\frac{1}{n}A$, *while the mean value of the cost of capital after the first n years will be* $\alpha \cdot \frac{1}{2}rA$, *i. e.* α *times its normal value* $\frac{1}{2}rA$.

Digitized by Google

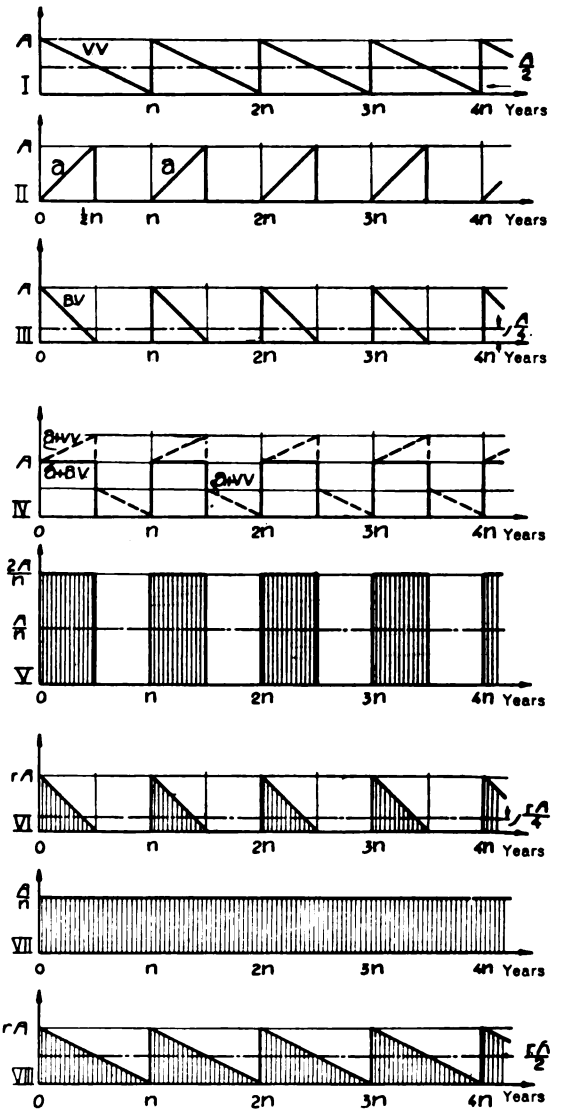


Fig. 12. Diagrammatic representation of the influence of too great a rate of replacement $\left(\frac{2}{n}\right)$, the actual lifetime of the plant being n years.

I. The actual value of the plant.

II. The value of the replacement fund.

III. The book value of the plant.

IV. The line marked $(a + BV)$ represents the value of the replacement fund + the book value. The line marked $(a + VV)$ represents the value of the replacement fund + the actual value of the plant.

V. Represents the yearly instalments to the replacement fund.
VI. Represents the yearly cost of capital.
} Rate of replacement equal to $\frac{2}{n}A$.

VII. Represents the yearly instalments to the replacement fund.
VIII. Represents the yearly cost of capital.
} Rate of replacement equal to $\frac{1}{n}$.

Digitized by Google

§ 4. *Depreciation of Composite Plants.*

In order to simplify the accounting, plants of a somewhat different construction and with somewhat different lengths of working life are often put up jointly as a single plant under a single heading in the books. The question is then: what is the equivalent length n_a of the working life of the composite plant?

We suppose that the initial costs of the several parts of the composite plant are A_1, A_2, A_3, ... and their lengths of working life n_1, n_2, n_3, ... respectively. The yearly instalments to the replacement fund will consequently be equal to

$$\frac{A_1}{n_1} + \frac{A_2}{n_2} + \frac{A_3}{n_3} + \cdots .$$

The equivalent length of the working life of the composite plant is accordingly

$$n_a = \frac{A_1 + A_2 + A_3 + \cdots .}{\frac{A_1}{n_1} + \frac{A_2}{n_2} + \frac{A_3}{n_3} + \cdots .} \qquad (8)$$

This equivalent life n_a is less than the weighted mean life time n_{mean} of the plant, i. e. less than

$$n_{\text{mean}} = \frac{n_1 A_1 + n_2 A_2 + n_3 A_3 + \cdots .}{A_1 + A_2 + A_3 + \cdots .} \qquad (8')$$

Ex. 1. $A_1 = A_2$ ($A_3 = A_4 \cdots = 0$); $n_1 = 20$ and $n_2 = 10$ years: $n_a = 13\frac{1}{3}$ and $n_{\text{mean}} = 15$ years.

Eks. 2. The composite plant consists of a great number of separate plants with the same initial cost but with life times equally distributed between $\frac{1}{2}n$ and $\frac{3}{2}n$ years, see fig. 13 I. In this case we have $n_{\text{mean}} = n$ and we easily find that $n_a = 0.91n$.

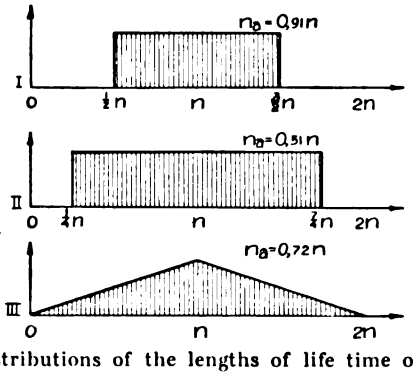


Fig. 13. Examples of distributions of the lengths of life time of the different parts of a composite plant for which $n_{\text{mean}} = n$ is a constant.

Digitized by Google

Eks. 3. If the life time is equally distributed between $\frac{1}{4}n$ and $\frac{7}{4}n$, see fig. 3 II, we have $n_{\text{mean}} = n$ and $n_a = 0.51n$.

Eks. 4. For the distribution of the length of working life of the separate plants shown in fig. 3 III we have $n_{\text{mean}} = n$ and $n_a = 0.72n$.

§ 5. *Depreciation of Composite Plants constructed from time to time but Scrapped Simultaneously.*

As an example of such a plant we will take a telephone pole line. If all replacements are charged to (initial) cost the replacement fund will never attain the cost of a new pole line. If the pole line has lived long enough to attain its stationary condition the replacement fund and the book value will each be equal to one half of the (initial) cost A, of a new pole line and if the line is kept in operation for ever then its actual value will also be equal to $\frac{1}{2}A$. In this case the replacement fund has the right value. But if the pole line is taken down later on the replacement fund is too small.

If, on the other hand, all replacements are charged to repair the whole pole line will be written off in n years: i.e. after n years the replacement fund will be equal to the cost of a new pole line. If the line is taken down after the n years this is alright, but if the line continues to be in operation and all replacements are still charged to repair the book value of the line will be zero, and its actual value equal to $\frac{1}{2}A$. (On the other hand the rather popular view that it is not necessary to create a replacement fund if all replacements are charged to repair is wholly erroneous: the actual value of the pole line will at least decrease to $\frac{1}{2}A$, in the case of its being in operation for ever. If, however, it is taken down the actual value is zero—the scrap value being previously deducted).

In extensive plants consisting of a great number of parts built year after year, the discontinuities of the curves in figs. 11 and 12 will mostly disappear and they will very nearly become smooth lines. In this respect the extensive composite plants are rather simpler than a single one.

On the other hand, the composite plants very often present another complication: the whole plant is scrapped simultaneously even if some of its parts are relatively new. (This f. inst. happens very often with telephone exchanges).

We shall study this problem a little more closely. We will suppose that the initial cost of the plant is A_0, and before the whole plant n_0 years later is taken down it has been supplemented with new parts the total cost of which is A_s. (The values A_0 and A_s are initial values less scrap values).

Digitized by Google

It is quite clear that a yearly rate of replacement equal to $\frac{1}{n_o}$ is too small. But the amount M by which the replacement fund will be too small at the year n_o will depend upon the distribution of the cost A_s over the n_o years.

As a first example we will consider the case where the cost of the supplementary parts increases linearly from zero at the beginning to

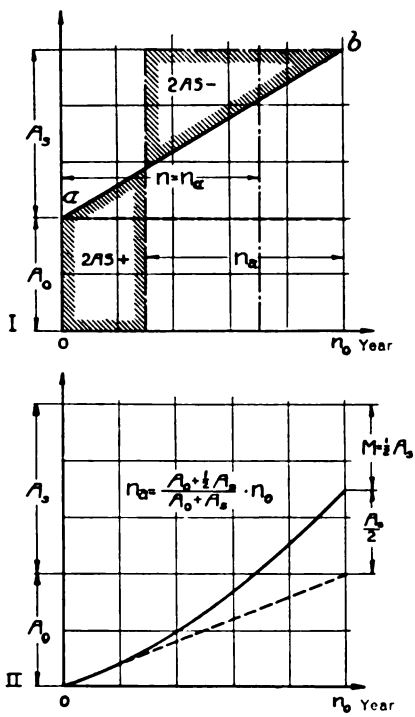


Fig. 14. I. The straight line ab represents the total initial cost of the plant. II. The curve represents the value of the replacement if the rate of replacement is equal to $\frac{1}{n_o}$.

A_s at year n_o, see fig. 14 I line a—b. If the rate of replacement is taken to be $\frac{1}{n_o}$ the instalment to the replacement fund for the year x will be

$$H_x = \frac{xA_o}{n_o} + \frac{x(x-1)}{2} \cdot \frac{A_s}{n_o^2} \tag{9}$$

and accordingly

$$H_{n_o} = A_o + \frac{n_o-1}{2n_o} A_s \simeq A_o + \tfrac{1}{2} A_s. \tag{9'}$$

These values of the replacement fund are shown in fig. 14 II. At the end of the lifetime of the plant this fund is only equal to $A_o + \frac{1}{2} A_s$,

Digitized by Google

which is too small by the amount $M = \frac{1}{2} A_s$. In order to obtain $M = o$ it is necessary to increase the rate of *replacement in each of the* n_o *years and for the entire plant to* $\frac{1}{n_a}$, where

$$\frac{1}{n_a} = \frac{1}{n_0} \cdot \frac{A_0 + A_s}{A_0 + \frac{1}{2} A_s} \quad \text{or} \quad \frac{n_0}{n_a} = \frac{A_0 + A_s}{A_0 + \frac{1}{2} A_s} > 1. \tag{9''}$$

With this value of the rate of replacement the book value of the plant will be zero at the end of the year n_0, as it should be.

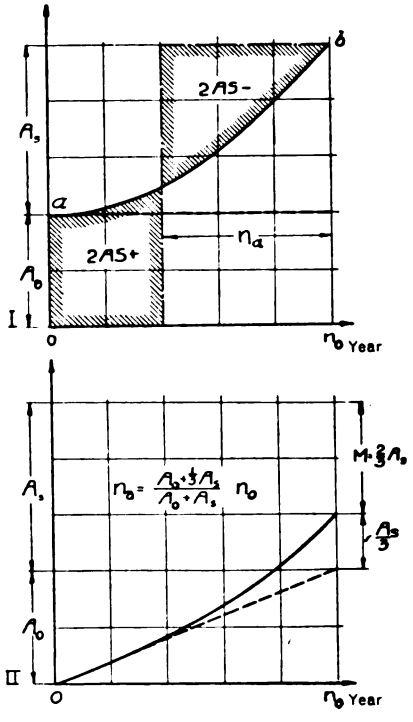


Fig. 15. I. The curve *ab* represents the total initial cost, A_x being equal to $\frac{2x}{n_0(n_0+1)} \cdot A_s$.

II. The curve represents the value of the replacement fund the rate being $\frac{1}{n_0}$.

In most cases the yearly cost of the supplementary parts will increase during the life of the plant. We will, therefore, also consider the case where the yearly cost of these parts increases linearly with the age of the plant and we suppose that for the year x it has the value

$$\frac{x}{n_0} \cdot \frac{2}{n_0 + 1} A_s,$$

Digitized by Google

see fig. 15 I. In the course of the n_o years the total initial cost of these supplementary parts is equal to A_s, being for the year x equal to

$$\frac{x(x+1)}{n_0(n_0+1)} \cdot A_s. \tag{10}$$

The replacement fund will at the year x be equal to

$$H_x = \frac{x}{n_0} A_0 + \frac{x^3 - x}{3n_0^2(n_0+1)} \cdot A_s, \tag{11}$$

the rate of replacement being $\frac{1}{n_o}$. For $x = n_o$ we get the following value:

$$H_{n_0} = A_o + \frac{n_0 - 1}{3n_0} A_s \cong A_0 + \tfrac{1}{3} A_s. \tag{12}$$

The replacement fund is accordingly too small by the amount $M = \frac{2}{3} A_s$. But M will be zero, if for the whole plant and for all n_0 years we take the replacement rate equal to $\frac{1}{n_a}$, where

$$\frac{1}{n_a} = \frac{1}{n_0} \cdot \frac{A_0 + A_s}{A_0 + \frac{1}{3} A_s}, \quad \text{or} \quad \frac{n_0}{n_a} = \frac{A_0 + A_s}{A_0 + \frac{1}{3} A_s} > 1. \tag{12'}$$

But this method of accounting is very inconvenient unless a special account is kept for each separate plant, which may easily be done in the case where the number of separate plants is small. And it ought to be done in such a case because it then is very important that the book value of each of the few separate plants should reach zero at the same time as the actual value.

If, on the other hand, there is a great number of similar plants it is possible to determine an economic life, n_σ years, of such plants in such a manner that a rate of replacement equal to $\frac{1}{n_\sigma}$ applied in the ordinary manner will give a book value the average value of which will be equal to the average of the actual value of the plant. The fact is that in this case it is not necessary that the book value of each separate plant at all times should be equal to its actual value. It is only necessary that the "replacement advance" should be equal to the "replacement retardation." By replacement advance (denoted by $AS+$) is understood the following sum—a_x being the yearly increase in initial cost—

$$(AS+) = \tfrac{1}{2} \int_0^{n_0 - n_\sigma} a_x [n_0 - n_\sigma - x] \, dx \tag{a}$$

Digitized by Google

while the replacement retardation (AS—) is determined by

$$(AS-) = \tfrac{1}{2}\int_{n_0-n_\sigma}^{n_0} a_x[x - n_0 + n_\sigma]\,dx. \qquad (\beta)$$

In order to illustrate the meaning of these two terms we shall consider fig. 16. The initial cost of the plant increases as shown by the heavy broken line *c d e f g h i*, while the whole plant is taken down n_o years after the construction of its first part *c d*. The economic life n_σ of the plant is then determined in such a way that the sum of the re-

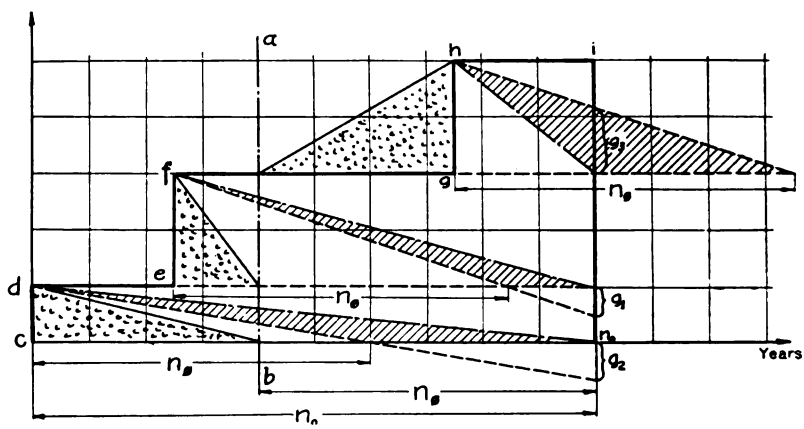


Fig. 16. Determination of the economic life n_σ of a composite plant, which is scrapped in the year n_0, the initial cost being shown by the broken line *cdefghi*.

placement advance corresponding to *c d* and *e f* is equal to the replacement retardation corresponding to *g h*. If this is the case the sum of the area of the two shaded triangles with corners at *d* and *f* is equal to the shaded triangle with a corner at *h*, and therefore if the distance of the vertical line *a b* from the ordinate axis is equal to $n_o - n_\sigma$, then the area of the two (spotted) triangles to the left of *a b* is equal to the area of the one to the right of *a b*. The area between *c d e f* and the vertical line *a b* is therefore equal to the rectangular area between *g h* and *a b* and it is easily seen that the economic life of the plant n_σ must be determined in such a way that, in fig. 17, where the curve *a b c* represents the initial cost of the plant, the shaded area 2 ($AS+$) to the left of the vertical line at the year $(n_o - n_\sigma)$ shall be equal to the shaded area 2 (AS—) to the right of this line.

If the yearly instalments to the replacement fund at the rate $\frac{1}{n_\sigma}$ for the parts *c d* and *e f* (in fig. 16) are not discontinued at the moment their book value has become zero, i.e. at the end of the n_σ years, but

Digitized by Google

are continued untill the n_o^{th} year, then the book values of these parts will be $-g_2$ and $-g_1$ respectively. At the same moment the book value of the part $g\,h$ will be $+g_3$ and it is easily seen that $g_1 + g_2 = g_3$. The book value of the total plant will in this case be zero at the end of the n_o^{th} year. The economic life n_e is therefore equal to n_a in figs. 14 and 15; we therefore have 2 $(AS+) = 2\,(AS-)$. This method of the two equal areas is very often the most convenient for the determination of the economic life of a composite plant.

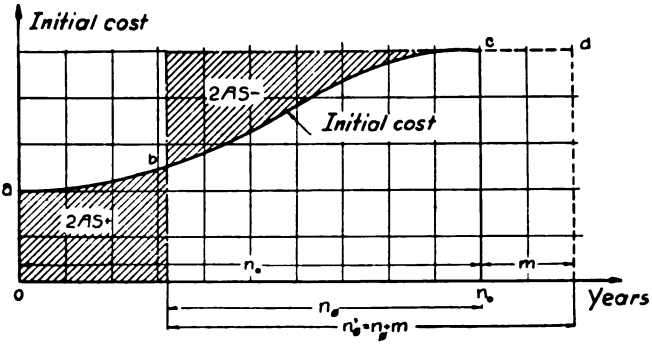


Fig. 17. Determination of the economic life n_e of a plant the initial cost of which increases according to the curve *abc* and which is scrapped at the end of the year n_0: the two shaded areas $2\,(AS+)$ and $2\,(AS-)$ must be equal.
If the actual life of the plant is increased by m years without any increase in initial cost, then the economic life of the plant is also increased by m years—a result which is evident from an inspection of the figure.

As already mentioned it has been assumed that the scrap value has been deducted from the initial cost before drawing the initial cost curves in figs. 14-17. If the ratio between scrap value and initial cost is constant this deduction of the scrap value is not necessary for the determination of n_e.

§ 6. *The Determination of the Value of the Replacement Fund in the case of varying Degree of Utilisation.*

In order to simplify the mathematical treatment we shall henceforth use a continuous conversion of interest, the *force of interest* r_1, corresponding to the rate r of interest p. a., being determined by[1])

$$r_1 = \log_e (1 + r) \qquad (a)$$

We shall also suppose that the cost of repair and the instalments to the replacement fund are continously distributed and not paid in lump sums.

[1]) See f. inst. *F. C. Kent:* Mathematical Principles of Finance. New York 1927 (Page 141).

Digitized by Google

We furthermore suppose that the degree of utilisation varies continuously, i.e. $\eta = f(x)$, see fig. 18.

We will now try to solve the following problem: The value $H(x)$ of the replacement fund is to be determined in such a way that the sum of the cost of capital and repair plus the increase of the replacement fund at any moment is proportional to the degree of utilisation or equal to $c \cdot \eta = c \cdot f(x)$. With known values of the total initial cost

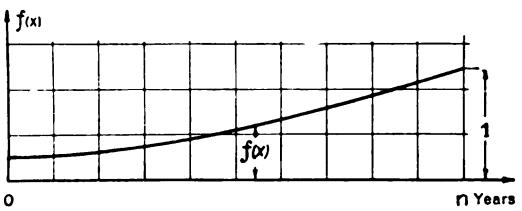


Fig. 18. Degree of utilisation $\eta = f(x) \leqq 1$.

$A(x)$, the cost of repair $V(x)$ and the degree of utilisation $\eta = f(x)$, we then have the following differential equation for the determination of the value $H(x)$ of the replacement fund:

$$[A(x) - H(x)] \cdot r_1 \cdot dx + \frac{dH(x)}{dx} \cdot dx + V(x) \cdot dx = c \cdot f(x) \cdot dx,$$

or

$$\frac{dH(x)}{dx} - r_1 \cdot H(x) = c \cdot f(x) - V(x) - r_1 \cdot A(x) = F(x), \qquad (I)$$

where

$$F(x) = c \cdot f(x) - V(x) - r_1 \cdot A(x). \qquad (I')$$

The solution of (I) is:

$$H(x) = e^{r_1 x}\left[\int_0^x F(x) \cdot e^{-r_1 x} \cdot dx + C\right]. \qquad (II)$$

The constants C and c must be determined in such a way that

$$H(o) = 0 \quad \text{and} \quad H(n) = \xi A(n) \qquad (II')$$

where $(1 - \xi) \cdot A(n)$ is the actual value of the plant in the n^{th} year. If the plant is scrapped in the year n then $(1 - \xi) \cdot A(n)$ is its scrap value, which may be zero and even negative.

Example 1. $V(x) = 0$, $A(x) = A$, $H(n) = A$, and $\eta = f(x) = \frac{x}{n}$, then

$$F(x) = c\frac{x}{n} - r_1 A.$$

Digitized by Google

In this case we have

$$\left.\begin{aligned} H(x) &= e^{r_1 x}\left[\int_0^x\left(\frac{c}{n}\cdot x - r_1\cdot A\right)\cdot e^{-r_1 x}\,dx + C\right] \\ &= -A\cdot(e^{r_1 x}-1) - \frac{c}{nr_1^2}\cdot(xr_1+1) + \frac{c}{nr_1^2}\cdot e^{r_1 x} + C\cdot e^{r_1 x}. \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

As $H(o)=0$ and $H(n)=A$ we get

$$C=0 \quad \text{and} \quad c = A\frac{nr_1^2\, e^{r_1 n}}{e^{r_1 n}-(r_1 n+1)}, \tag{16}$$

and therefore

$$\left.\begin{aligned} H(x) &= A\cdot\left(1+\frac{(r_1 n+1)\cdot e^{r_1 x} - (r_1 x+1)\, e^{r_1 n}}{e^{r_1 n}-(r_1 n+1)}\right) \\ &= A\frac{(r_1 n+1)\cdot(e^{r_1 x}-1) - r_1 x\cdot e^{r_1 n}}{e^{r_1 n}-(r_1 n+1)}. \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

From (17) it follows that

$$\frac{dH(x)}{dx} = A\cdot r_1\cdot\frac{(r_1 n+1)\cdot e^{r_1 x} - e^{r_1 n}}{e^{r_1 n}-(r_1 n+1)}, \tag{18}$$

and

$$\left(\frac{dH(x)}{dx}\right)_{x=0} = -r_1 A. \tag{19}$$

The rational replacement fund thus commences by being negative and its yearly decrease is equal to the yearly cost of capital. Or put another way: To begin with the initial cost of the plant ought to be increased by the interest on that capital.

It appears from (18) that

$$\left(\frac{dH(x)}{dx}\right)_{x=n} = A\cdot\frac{nr_1^2\, e^{r_1 n}}{e^{r_1 n}-(r_1 n+1)} = c \tag{20}$$

a result which may be read off directly from (I) as

$$V(x)=0,\ H(n)=A, \text{ and } f(x)=1 \text{ for } x=n.$$

Fig. 19 shows the values of $\eta = f(x) = \frac{x}{n}$ and $H(x)$ for $r_1 = 0.05$ and $n = 20$ years.

Example 2. $A(x)=A$, $V(x)=\frac{x}{n}v_0$, $\eta = f(x) = \frac{x}{n}$, $H(n)=A$, and accordingly $F(x) = (c-v_0)\frac{x}{n} - r_1 A$.

Digitized by Google

A comparison with example 1 shows that the replacement fund must have exactly the same value in the two cases and therefore is determined by equation (17). But instead of (16) we get

$$c = A \cdot \frac{n \cdot r_1^2 \cdot e^{r_1 n}}{e^{r_1 n} - (r_1 n + 1)} + v_0; \tag{21}$$

i. e. the yearly cost per unit is increased by v_0.

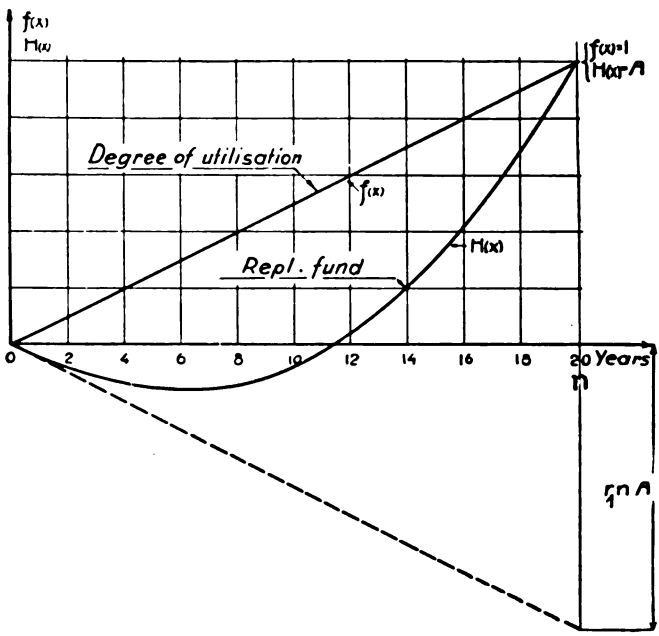


Fig. 19. The value of the rational replacement fund $H(x)$ in case of a linear increase in the value of the degree of utilisation, $\eta = f(x) = \frac{x}{n}$.

If the cost of repair is proportional to the degree of utilisation, i. e. $V(x) = v_0 \cdot f(x)$, we always have

$$F(x) = c \cdot f(x) - v_0 \cdot f(x) - r_1 A(x) = (c - v_0) \cdot f(x) - r_1 A(x). \quad (I'')$$

The value of the rational replacement fund will thus be exactly the same as if the cost of repair was zero, but the yearly expences per effective unit is increased by v_0.

Example 3. $\eta = f(x) = 1 - e^{-\alpha x}$, $A(x) = A$, $V(x) = 0$; $F(x) = c(1 - e^{-\alpha x}) - r_1 A$, $H(o) = 0$, and $H(n) = A$.

Digitized by Google

It is easily found that $C = 0$ while

$$c = A \cdot \frac{r_1 e^{r_1 n}}{(e^{r_1 n} - 1) - \frac{r_1}{r_1 + \alpha}(e^{r_1 n} - e^{-\alpha n})}, \tag{22}$$

and

$$H(x) = A \cdot \frac{e^{r_1 x} - 1 - \frac{r_1}{r_1 + \alpha} \cdot [e^{r_1 n} - e^{-\alpha n} + e^{r_1 x - \alpha n} - e^{r_1 n - \alpha x}]}{(e^{r_1 n} - 1) - \frac{r_1}{r_1 + \alpha}(e^{r_1 n} - e^{-\alpha n})}, \tag{23}$$

and therefore

$$\frac{dH(x)}{dx} = A \cdot \frac{r_1 e^{r_1 x} - \frac{r_1}{r_1 + \alpha}[r_1 \cdot e^{r_1 x - \alpha n} + \alpha e^{r_1 n - \alpha x}]}{(e^{r_1 n} - 1) - \frac{r_1}{r_1 + \alpha} \cdot (e^{r_1 n} - e^{-\alpha n})}. \tag{24}$$

In case of $e^{r_1 n} \gg 1$ (and $\alpha > 0$) we have

$$\left(\frac{dH(x)}{dx}\right)_{x=0} = A \cdot \frac{r_1 - \frac{r_1}{r_1 + \alpha}(r_1 e^{-\alpha n} + \alpha e^{r_1 n})}{(e^{r_1 n} - 1) - \frac{r_1}{r_1 + \alpha}(e^{r_1 n} - e^{-\alpha n})} \simeq - r_1 A \tag{25}$$

and

$$\left(\frac{dH(x)}{dx}\right)_{x=n} = r_1 A \cdot \frac{e^{r_1 n}(1 - e^{-\alpha n})}{(e^{r_1 n} - 1) - \frac{r_1}{r_1 + \alpha}(e^{r_1 n} - e^{-\alpha n})} \simeq r_1 A \frac{e^{r_1 n}}{\frac{\alpha}{r_1 + \alpha} e^{r_1 n} - 1} \tag{26}$$

$$\simeq r_1 A \cdot \frac{r_1 + \alpha}{\alpha}$$

Example 4. $\eta = f(x) = 1 - \frac{1}{s} \cdot e^{-\alpha x}$, $A(x) = A$, $V(x) = 0$,

$$F(x) = c\left(1 - \frac{1}{s} \cdot e^{-\alpha x}\right) - r_1 A, \quad H(o) = 0, \quad \text{and } H(n) = A.$$

We can then without difficulty find the following formulae:

$$c = A \cdot \frac{r_1 e^{r_1 n}}{(e^{r_1 n} - 1) - \frac{r_1}{s(r_1 + \alpha)} \cdot (e^{r_1 n} - e^{-\alpha n})} \simeq A \cdot \frac{r_1 e^{r_1 n}}{\frac{(s-1) r_1 + s\alpha}{s(r_1 + \alpha)} e^{r_1 n} - 1}, \tag{27}$$

$$\left.\begin{aligned} H(x) &= A \cdot \frac{e^{r_1 x} - 1 - \frac{r_1}{s(r_1 + \alpha)} \cdot [e^{r_1 n} - e^{-\alpha n} - e^{r_1 n - \alpha x} + e^{r_1 x - \alpha n}]}{(e^{r_1 n} - 1) - \frac{r_1}{s(r_1 + \alpha)}(e^{r_1 n} - e^{-\alpha n})} \\ &\simeq A \cdot \frac{e^{r_1 x} - 1 - \frac{r_1}{s(r_1 + \alpha)} \cdot [e^{r_1 n} - e^{r_1 n - \alpha x} + e^{r_1 x - \alpha n}]}{\frac{(s-1) \cdot r_1 + s\alpha}{s \cdot (r_1 + \alpha)} e^{r_1 n} - 1}, \end{aligned}\right\} \tag{28}$$

Digitized by Google

$$\left.\begin{aligned}\frac{dH(x)}{dx} &= A \cdot \frac{r_1 e^{r_1 x} - \frac{r_1}{s(r_1+\alpha)} \cdot [\alpha \cdot e^{r_1 n - \alpha x} + r_1 e^{r_1 x - \alpha n}]}{(e^{r_1 n} - 1) - \frac{r_1}{s(r_1+\alpha)}(e^{r_1 n} - e^{-\alpha n})} \\ &\cong A \cdot \frac{r_1 e^{r_1 x} - \frac{r_1}{s(r_1+\alpha)} \cdot [\alpha \cdot e^{r_1 n - \alpha x} + r_1 e^{r_1 x - \alpha n}]}{\frac{(s-1)r_1 + s\alpha}{s(r_1+\alpha)} \cdot e^{r_1 n} - 1},\end{aligned}\right\} \quad (29)$$

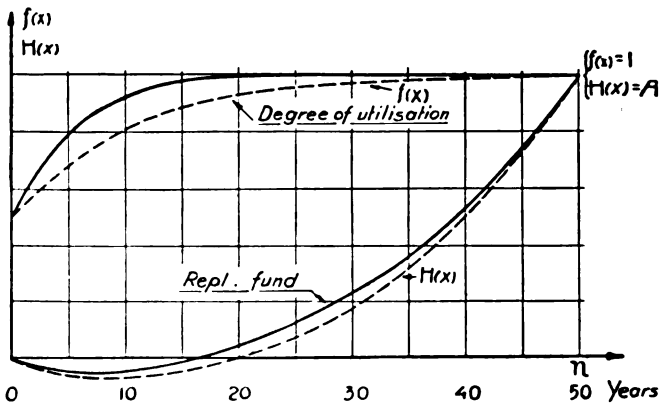


Fig. 20. The rational value of the replacement fund for $\eta = f(x) = 1 - \frac{1}{s} \cdot e^{-\alpha x}$ for $s = 2$ $r_1 = 0.05$, $n = 50$ years, and $\alpha = 0.1$ (broken lines) or $\alpha = 0.2$ (full lines). Telephone cables will very often offer similar conditions.

$$\left(\frac{dH(x)}{dx}\right)_{x=0} \cong A \cdot \frac{r_1 \cdot \left(1 - \frac{\alpha}{s(r_1+\alpha\lambda)} \cdot e^{r_1 n}\right)}{\frac{(s-1) \cdot r_1 + s\alpha}{s(r_1+\alpha)} e^{r_1 n} - 1}. \quad (30)$$

$$\text{For } s = \frac{\alpha}{(r_1+\alpha)} \cdot e^{r_1 n} \qquad \text{we have} \qquad \left(\frac{dH(x)}{dx}\right)_{x=0} = 0 \quad (31)$$

and from (29) we get

$$\left(\frac{dH(x)}{dx}\right)_{x=n} \cong A \cdot \frac{r_1 \cdot \left(e^{r_1 n} - \frac{1}{s} \cdot e^{r_1 n - \alpha n}\right)}{\frac{(s-1)r_1 + s\alpha}{s(r_1+\alpha)} e^{r_1 n} - 1} \cong A \cdot \frac{r_1 \cdot e^{r_1 n}}{\frac{(s-1)r_1 + s\alpha}{s(r_1+\alpha)} e^{r_1 n} - 1}. \quad (32)$$

This case is shown in fig. 20 for $s = 2$, $r_1 = 0.05$, $n = 50$ years and for $\alpha = 0.1$ (broken lines) and $\alpha = 0.2$ (full lines).

Even if the replacement fund thus determined may be the rational one there is nevertheless a great risk in following this plan especially

Digitized by Google

if n is great. Change in technique or other conditions may make the plant obsolete at an early date at which the replacement fund may be very small or possibly negative.

§ 7. *The Value of the Replacement Fund determined on the basis of the Book Value of the Plant.*

In practical accounting the value of the replacement fund is often determined on the basis of the book value of the plant, instead of on initial cost as done up till now, because this method is the simplest possible: it is not necessary to keep account of the dates at which the various parts are constructed nor of the dates at which they are completely written off—as that will never happen.

Against this method, which from an accounting point of view, is very simple, there are a number of points which cause serious scruples. We shall mention only two of them. First the great uncertainty with regard to the right value of the replacement fund and secondly the great risk in postponing the collection of part of the replacement fund to a very distant future.

If this method is to be used it is necessary to determine the right rate of replacement when the working life n of the parts of the plant is known. We shall first consider a plant consisting of a great number of parts each of which has a working life of n years and we shall suppose that the plant is old enough so that the value of the scrapped parts and of the new parts put in is the same so that each year a part equal to $\frac{1}{n} A$ is replaced, A being the initial cost of the whole plant. The actual value of the plant will then be $\frac{1}{2} A$, if we suppose that the value of the parts decrease linearly with age.

For the sake of simplicity we use continuous depreciation. If we reduce the book value each year in the ratio of $(1 - \frac{1}{n_a})/1$ and if we put

$$-\beta = \log_e\left(1 - \frac{1}{n_a}\right), \tag{33}$$

then the book value of a part constructed year 0 at an initial cost a_0 will at year x be equal to

$$a_x = a_0 e^{-\beta x}. \tag{34}$$

The book value of the whole plant will accordingly be

$$B = \int_0^\infty e^{-\beta x} \frac{A}{n} dx = \frac{1}{\beta n} A. \tag{35}$$

Digitized by Google

The book value will thus be equal to the actual value of the plant if and only if

$$\beta n = 2. \tag{36}$$

If $n_a \gg 1$ we very nearly have

$$\beta = \frac{1}{n_a} \tag{37}$$

and accordingly

$$n_a = \tfrac{1}{2} n. \tag{38}$$

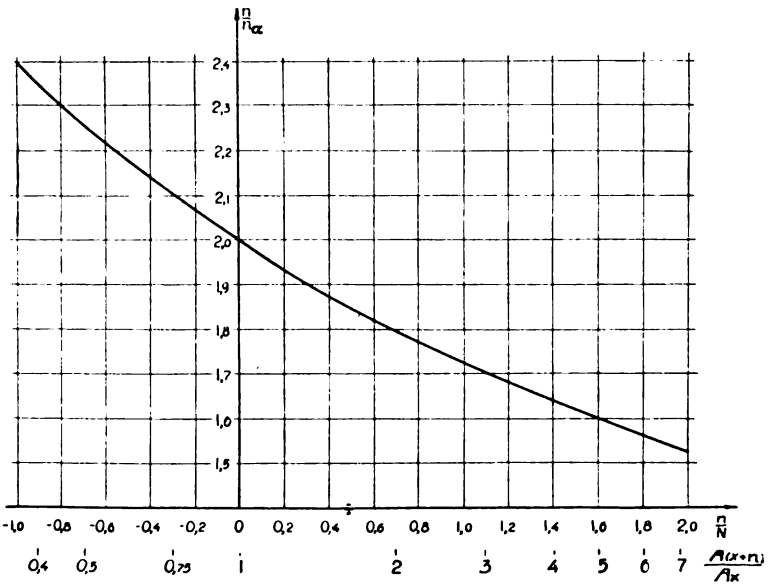


Fig. 21. The values of $\frac{n}{n_a}$ as a function of $\frac{n}{N}$, n being the working life of the parts and $\frac{1}{n_a}$ the rate of replacement calculated from the book value of the plant.

In this case where the scrapped parts and the new parts put in have the same value the rate of replacement, counted from the book value, shall be equal to $\frac{2}{n}$.

We shall next consider the case in which the plant is growing in geometrical proportion, i.e. in the course of x years a plants of inital cost a increases (or decreases) to a plant of initial cost $a \cdot e^{\frac{x}{N}}$. For positive values of N the plant increases, for negative N it decreases.

If the book value every year is reduced in the ratio $(1 - \frac{1}{n_a})/1$ the total book value B_0 of the plant at the year in which the initial cost of the plant is A_0 will then approcimately be equal to

Digitized by Google

$$B_0 = \frac{A_0}{n}\int_0^{\infty} e^{-x\left(\frac{1}{n_a}+\frac{1}{N}\right)}\,dx = \frac{A_0}{\frac{n}{n_a}+\frac{n}{N}}. \tag{39}$$

The actual value of the plant at this date is

$$\frac{A_0}{n}\int_n^0 e^{-\frac{x}{N}}\cdot\frac{n-x}{n}\cdot dx = \frac{N}{n}\left[1-\frac{N}{n}\left(1-e^{-\frac{n}{N}}\right)\right]A_0. \tag{40}$$

The book value will be equal to the actual value if

$$\frac{n}{n_a} = \frac{1-e^{-\frac{n}{N}}}{1-\frac{N}{n}\left(1-e^{-\frac{n}{N}}\right)}. \tag{41}$$

If $N = \infty$ the plant is in a state where scrapped and renewed parts equals each other and (41) then gives $\frac{n}{n_a} = 2$ in accordance with (38).

Fig. 21 shows the values of $\frac{n}{n_a}$ for values of $\frac{n}{N}$ from -1 to $+2.0$.

Digitized by Google

ARTICLES, PAPERS AND BOOKS

PUBLISHED BY

P. O. PEDERSEN

1. »On the Surface-Tension of Liquids investigated by the Method of Jet Vibration.« »Phil. Trans. Royal Soc.« Series A. Vol. 207, p. 341—392. London 1907. (52 pp.).
2. »Über den Empfang kontinuerlicher, elektromagnetischer Wellen ind der Radiotelegraphie.« »Jahrbuch der drahtlosen Telegraphie und Telephonie.« Bd. 3, p. 283—294. 1910. (12 pp.).
3. »Telefonering uden Traad ved elektriske Bølger.« »Frem's Aarbog«, p. 257—262. 1910. (6 pp.).
4. »Resonanz in gekoppelten Schwingungskreisen.« »C. R. d. Congrès int. de Radiologie et d'Electricité.« T. 1. Bruxelles 1911. (12 pp.).
5. »Resonanz in gekoppelten Schwingungskreisen.« »J. d. d. T. u. T.« Bd. 4, p. 449—459, 1911. (11 pp.).
6. »Wirbelstromverluste in und effektiver Wiederstand von geraden runden Metallzylindern.« »J. d. d. T. u. T.« Bd. 4, p. 501—515. 1911. (15 pp.).
7. »Drahtlose Schnelltelegraphie.« »J. d. d. T. u. T.« Bd. 4, p. 524—231. 1911. (8 pp.).
8. »Elektricitetens Bevægelse gennem korte Gnistbaner. Halvkontakter. S. G. Browns Relais for Telefonstrømme.« »Elektroteknikeren«, p. 56—62. 1911. (7 pp.).
9. »Le Problème du secret dans les Communications Radiotélégraphiques.« Privat Tryk. København, 1912. (16 pp.).
10. »La Ricerca della Segretezza nelle Comunicazioni Radiotelegrafiche.« »Congresso Internazionale delle Applicazioni Elettriche Torino, 10—17 Settembre 1911. Tema No. 26. Vicenzo Bona Torino.« (16 pp.).
11. »Beiträge zur Theorie der drahtlosen Telephonie.« »J. d. d. T. u. T.« Bd. 5, p. 449—498. 1912. (50 pp.).
12. »Absorption with the Arc and Spark.« »Electrician«, Vol. 71, Aug. 1st, 1913, p. 699.
13. »The Design of Aerials.« »Electrician« Vol. 71, Aug. 1st, 1913, p. 741.
14. »Kapazität von Drahtnetzen. Abhängigkeit von Abstand der Drähte voneinander und von deren Durchmesser.« »J. d. d. T. u. T.« Bd. 7, p. 434—438. 1913. (5 pp.).
15. »Nogle Undersøgelser vedrørende Mikrofoner og mikrofoniske Kontakter.« »Elektroteknikeren«, p. 149—168. 1914. (20 pp.).
16. »Telefonledningernes Teori«. »Jul. Gjellerups Forlag.« København 1914. (116 pp.).
17. »On Microphones and Microphonic Contacts«. Electrician«, Vol. 76, pp. 589—591, 625—627. 1916. (5 pp.).

Digitized by Google

18. »Des microphones et des contacts microphoniques.« »La lumière électriques.« T. XXXII (2e série), p. 281—286; T. XXXIII, p. 17—22. 1916. (10 pp.).
19. »Lidt om Antenners effektive Modstand.« »Elektroteknikeren«, p. 125—127. 1915. (3 pp.).
20. »Nogle simple Sætninger vedrørende Telefonledningernes Teori.« »Elektroteknikeren«, p. 165—169. 1915. (5 pp.).
21. »En simpel Metode til Fourieropløsning af en forelagt Kurve.« »Elektroteknikeren«, p. 18—19. 1916. (3 pp.).
22. »Om Poulsen-Buens Virkemaade.« »Elektroteknikeren« p. 71—77. 1917. (7 pp.).
23. »Oversigt over den elektriske Bues Elektronteori.« »Fysisk Tidsskrift«, p. 177—192. 1917. (16 pp.).
24. »Om Poulsen-Buen og dens Teori.« »Det Kgl. Vid. Selsk. Skr., Naturv. Math. Afd. 8. Række II. 4. København, 1917. (44 pp.).
25. »Untersuchungen über Mikrophone und mikrophonische Kontakte«. »J. d. d. T. u. T.« Bd. 11, p. 384—392. 1917. (9 pp.).
26. »On the Poulsen-Arc and its Theory.« »Proc. Inst. Rad. Eng.« Vol. 5, p. 255—316. 1917. (52 pp.).
27. »Om Townsends Teori for Stødionisation.« »Det kgl. Vid. Selsk., Math.-fys. M. I, 7. København, 1918. (13 pp.).
28. »Poulsen-Buens Virkemaade.« »Fysisk Tidsskrift.« Bd. 17, p. 45—87. 1918—19. (43 pp.).
29. »On the Lichtenberg Figures.« Part I. »Det Kgl. d. Vid. Selsk., Math.-fys. Medd. I, 11. Copenhagen 1919. (79 pp.).
30. »Valdemar Poulsen«. »Berl. Tid.« 20/11 1919*).
31. »On the Poulsen-Arc and its Theory; Supplementary Note.« »Proc. Inst. Rad. End.« Vol. 7, p. 293—297. 1919. (4 pp.).
32. »A new Alternate-Current Potentiometer for Measurements on Telephone Circuits.« »Electrician«. Vol. 83, p. 523—525. 1919. (3 pp.).
33. »Om Dimensionering af Telefonledningsnet.« »Ingeniøren«, p. 287—294. 1920. (8 pp.).
34. »On the Theory of Ionization by Collision.« »Phil. Mag.« (6), Vol. 40, p. 129—137. 1920. (8 pp.).
35. »Ved Hundredaaret for Elektromagnetismens Opdagelse.« »Ingeniøren«, p. 534—536. 1920. (3 pp.).
36. »On the Poulsen-Arc in Coupled Circuits.« »Proc. Inst. Rad. Eng.« Vol. 9, p. 228—242. 1921. (15 pp.).
37. »Some Improvements in the Poulsen-Arc.« Part I. »Proc. Inst. Rad. Eng.« Vol. 9. p. 434—441. 1921. (8 pp.).
38. »Some Improvements in the Poulsen-Arc.« »Electrician«, Vol. 86, p. 684—686 and 714—716. 1921. (5 pp.).
39. »Designing of Telephone Networks.« »Post Office Electr. Eng. Journ.« Vol. 14, p. 171—180. 1921. (10 pp.).
40. »En Metode til Bestemmelse af den effektive Modstand i højffrekvente Svingningskredse.« »Det Kgl. d. Vid. Selsk., Math.-fys. Medd. IV, 5.« København, 1922. (21 pp.).
41. »On the Lichtenberg Figures.« Part II. »Det kgl. d. Vid. Selsk., Math.-fys. Medd. IV, 7.« Copenhagen, 1922. (40 pp.).

*) Biographical notes and the like.

Digitized by Google

42. »A Method for the Measurement of R. F. Resistance.« »Wireless World and Radio Rev.« p. 135—139. 1922. (5 pp.).
43. »Om elektriske Gnister. I. Gnistforsinkelse.« »Det kgl. Vid. Selsk., Math.-fys. Medd. IV, 10.« København, 1922. (73 pp.).
44. »Træk af Buegeneratorens Udviklingshistorie.« »Mødeberetning fra 1ste nordiske Elektroteknikermøde, København, 1920«, p. 33—41. København 1922. (8 pp.).
45. »Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Lichtenbergschen Figuren und ihre Verwendung zur Messung sehr kurzer Zeiten.« »Ann. d. Ph.« IV Folge Bd. 69, p. 205—230. 1922. (26 pp.).
46. »Some Improvements in the Poulsen-Arc.« Part II. »Proc. Inst. Rad. Eng.« Vol. 11, p. 155—162. 1923. (8 pp.).
47. Über den elektrischen Funken. I. Teil: Funkenverzögerung.« »Ann. d. Ph.« IV. Bd. 71, p. 317—376. 1923. (60 pp.).
48. Om elektriske Gnister.« »Teknisk Tidsskrift«, p. 174—184, Stockholm, 1923. (11 pp.).
49. »Traadløs Telegrafi og Telefoni. Træk af Udviklingshistorie og Udblik over Fremtidsmuligheder.« »Gads danske Magasin«, p. 65—98. 1923. (34 pp.).
50. »Hovedlinier i Radioteknikkens Udvikling og nuværende Anvendelse.« »Grundrids ved folkelig Universitetsundervisning.« Nr. 321. København, 1923. (15 pp.).
51. »Spredte Bemærkninger om Eksperimentets Betydning i Fortid, Nutid og Fremtid.« »Ingeniøren«, p. 41—45. 1924. (5 pp.).
52. »En ny Metode til Maaling af den effektive Modstand i højfrekvente Svingningskredse.« »Ingeniøren«, p. 185—196. 1924. (12 pp.).
53. »Om elektriske Gnister. II. Eksperimentelle Undersøgelser over Gnistforsinkelse og Gnistdannelse.« »Det Kgl. d. Vid. Selsk., Math.-fys. Medd. VI, 4.« 1924. (25 pp.).
54. Über den elektrischen Funken. II. Teil. Eksperimentelle Untersuchungen über Funkenverzögerung und Funkenbildung.« »Ann. d. Ph.« IV. Folge Bd. 75, p. 827—847. 1924. (21 pp.).
55. »An Electrometer Method for the Measurement of Radio Frequency Resistance.« »Proc. Inst. Rad. Eng.« Vol. 13, p. 215—243. 1925. (30 pp.).
56. »Radioteknikkens Udvikling og Muligheder.« »Polyteknisk Tidsskrift«, p. 189—194. 1926. (6 pp.).
57. »Radiobølgers Udbredelse rundt om Jorden.« »Ingeniøren«, p. 101—104. 1927. (4 pp.).
58. »Propagation of Radio Waves.« Ingeniørvidenskabelige Skrifter No. 15 a b. Copenhagen, 1927. (244, 20 pp.).
59. »De korte Bølgers Muligheder i Radioteknikken.« »Radio Posten.« Nr. 1, p. 5—7, Nr. 2, p. 5—6. 1927. (5 pp.).
60. »Om de korte Bølgers Udbredelsesmaade.« »Radio Magasinet« Nr. 3, p. 155—159. 1927. (5 pp.).
61. »Om Dæmpning, Ekko-Fænomener Doppler-Effekt og Fading i Kortbølgetransmission.« »Radio-Magasinet« Nr. 4, p. 227—232. 1927. (6 pp.).
62. »Michael Pupin.« (16 pp.) København, 1927.*)
63. »Fra Indvandrer til Opfinder.« »Ingeniøren«, p. 195—202. 1927. (8 pp.).*)
64. »J. P. Stensballe.« »Ingeniøren«, p. 126—127. 1927.*)

*) Biographical notes and the like.

Digitized by Google

65. »Fritz Johannsen.« »Berl. Tid.« 1/1 1928.*)
66. »M. C. Harding.« »Ingeniøren«, p. 377—378. 1928.*)
67. »Solopgangs- og Solnedgangs-Fænomener ved lange Bølgers Udbredelse over store Afstande.« »Radiofoniens Aarbog 1928«, p. 15—23. København, 1927. (9 pp.).
68. »Den højere Atmosfæres Sammensætning, Tryk, Temperatur og elektriske Ledningsevne i Belysning af Radiobølgernes Udbredelsesforhold.« »Det Kgl. d. Vid. Selsk. Math.-fys. Medd. VIII, 4.« København, 1927. (16 pp.).
69. »On the Lichtenberg Figures.« Part III. »Det Kgl. d. Vid. Selsk., Math.-fys. Medd. VIII, 10.« Copenhagen, 1929. (110 pp.).
70. »Wireless Echoes of long Delay.« »Det Kgl. d. Vid. Selsk., Math.-fys. Medd. IX, 5.« København, 1929. (48 pp.).
71. »Foredrag ved den femte Uddeling af H. C. Ørsteds Medaillen.« »Fysisk Tidsskrift«, p. 8—26. (19 pp.).
72. »Et Par Anvendelser af elektriske Udladninger i Maaleteknikken: Smaatidsmaaling og Klydonograf.« »Ingeniøren«, p. 201—209. 1928. (9 pp.).
73. »Radioteknikens Udvikling 1903—1928.« »Elektroteknikeren«, p. 482—484. 1928. (3 pp.).
74. »Babelstaarnet.« »Polyteknisk Tidsskrift«, p. 159—160. (2 pp.).
75. »Radiobølgernes Brydning i Rum med frie Elektroner og Ekko fra Verdensrummet.« »Radiofoniens Aarbog 1929.« (17 pp.).
76. »Radio-Ekko fra Verdensrummet.« »Nationaltidende« og »Dagens Nyheder« 4/12 1928.
77. »Afskrivninger paa tekniske Anlæg.« »Polyteknisk Tidsskrift.« H. 7—12. 1929. (22 pp.).
78. »Radiobølgers Udbredelse med særligt Henblik paa Fremkomsten af lange Ekkotider.« »Fjärda Nordiska Elektroteknikermøtets Publikation«, p. 30—46. Helsingfors, 1929. (17 pp.). »Radio Magasinet«, p. 253—258, 372—374, 1929. (ca. 15 pp.).
79. »Elektroner og Elektronrør.« I »Teknikens Vidunderland«, p. 136—164. 1928. (29 pp.).
80. »Om Udviklingen af den elektriske Kommunikationsteknik og danske Bidrag til denne.« I »Beretning om Det Nordiske Ingeniørmøde i København 28.—31. Aug. 1929«, p. 205—224. (Dansk Ingeniørforening). (20 pp.).
81. »Tale ved Den polytekniske Læreanstalts 100-Aars Fest.« »Beretning om Den polytekniske Lræeanstalts 100-Aars Fest«, p. 36—42. 1929. (Særtryk af »Ingeniør-videnskabelige Skrifter« B.. Nr. 2). (7 pp.).
82. »Selvbiografi.« Promotionsfesten den 1. Juni 1929 i Anledning af Københavns Universitets 450 Aars Jubilæum, p. 129—131.
83. »Wireless Echoes of long Delay.« »Proc. Inst. Rad. Eng.« Vol. 17, p. 1750—1785. 1929. (36 pp.).
84. »Om Fase- og Gruppehastighed i lineære dæmpningsfri Systemer.« »Ingeniøren«, p. 321—336. 1931. (16 pp.).
85. »The Refractive Index of Spaces with free Electrons.« »Experimental Wireless«, p. 16—21. 1930. (6 pp.).
86. »Om Teknikken og de eksakte Videnskaber.« »Teknisk Tidskrift« p. 353—356. Stockholm 1931. (4 pp.).
87. »Alfred Lütken.« 6/8 1930. København, 1930.*)

*) Biographical notes and the like.

Digitized by Google

88. »Holger Neergaard.« »Ingeniøren« Nr. 11, 1930.*)
89. »H. I. Hannover.« »Ingeniøren«, p. 237—238. 1931.*)
90. »Hvordan man naar frem.« »Berl. Tid.« 24/1 1931.
91. »Radioteknikens Fysik og dens Fysikere.« »Radiofoniens Aarbog 1932«, p. 5—14. (10 pp.).
92. »Den polytekniske Læreanstalts Udvidelsesplaner.« »Ingeniøren«, p. 113—128. 1932. (16 pp.).
93. Tale holdt ved Festen for Dr. Valdemar Poulsen den 27. Oktober 1932. »Elektroteknikeren« Nr. 21, 7. Nov. 1932, p. 493—502. (10 pp.).
94. »Om Undertoner i inducerede Svingninger.« »Ingeniøren« 28. Januar 1933, p. 31—33. (3 pp.).
95. »Sub-harmonics in Forced Oscillations in Dissipative Systems.« »Ingeniørvidenskabelige Skrifter« A. Nr. 35. Copenhagen 1933. (86 pp.).
96. »Teknik og Biologi.« »Ingeniøren«, Kemoteknik III, 6, p. 29. 4. November 1933. (4 pp.).
97. »Tale ved Den polytekniske Læreanstalts, Danmarks tekniske Højskoles Aarsfest den 8. Februar 1933.« »Ingeniøren«, p. 69—73. 1933. (4 pp.).

*) Biographical notes and the like.

Digitized by Google

LECTURE NOTES

printed from tracings, and used for lecturing on telegraphy, telephony and radio in the Royal Technical College, Copenhagen.

This list does not contain educational material existing in book print.

1. Optegnelser til Forelæsninger over Telegrafi og Telefoni. Hefte I. 153 pp. (18/2—16/6 1909). Hefte 2. 112 pp. (14/9—31/11). (Duplikeret).
2. Noter til Professor P. O. Pedersens Forelæsninger over Svagstrømselektroteknik, 1918. (Nedskrevne af stud. polyt. A. G. Jensen) 1919:
   Telegrafi. 64 pp.
   Telefoni. 96 pp.
   Radiotelegrafi. 92 pp.
   Radiotelegrafi, 2. ændrede Udgave ved stud. polyt. H. Stenby-Larsen. 1922. 106 pp.
   51 Planer til Professor P. O. Pedersens Forelæsninger over Svagstrømselektroteknik. 1919. (2. Udgave 1923). (Zinktryk).
3. Noter til Forelæsninger over Svagstrømselektroteknik. 2. Udgave 1923. (Telegrafi 64, Telefoni 96, Radio 105=265 pp). (Zinktryk).
4. Elektronrøret og Principperne i dets tekniske Anvendelse. 1922—23.
   I. 75 pp Tekst og 34 Planer (Lystryk).
   II. 69 pp. Tekst og 40 Planer (Lystryk).
5. Noter til Professor P. O. Pedersens Forelæsninger over Svagstrømselektroteknik.
   I 1930. 130 pp. (Zinktryk).
   II. 1931. 126 pp. (Zinktryk).
6. Forelæsninger over Relaxationssvingninger. 1935. (29 pp.). (Lystryk).

Digitized by Google

Digitized by Google

TN 93
B
13

INGENIØRVIDENSKABELIGE SKRIFTER
B Nr. 13

UMLAUFVERHÄLTNISSE IM WASSERROHRKESSEL WÄHREND DES ANHEIZENS

VON

P. RØNNE
DAMPFKESSELINSPEKTÖR. M. Ing. F.

DANSK INGENIØRFORENING
IN KOMMISSION BEI G. E. C. GAD · VIMMELSKAFTET 32
KOPENHAGEN
1934

Pris: Kr. 1,50

LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF WISCONSIN
Digitized by Google

Digitized by Google

UMLAUFVERHÄLTNISSE IM WASSERROHRKESSEL WÄHREND DES ANHEIZENS

Digitized by Google

Digitized by Google

INGENIØRVIDENSKABELIGE SKRIFTER
B Nr. 13

UMLAUFVERHÄLTNISSE IM WASSERROHRKESSEL WÄHREND DES ANHEIZENS

VON

P. RØNNE
DAMPFKESSELINSPEKTÖR. M. Ing. F.

DANSK INGENIØRFORENING
IN KOMMISSION BEI G. E. C. GAD · VIMMELSKAFTET 32
KOPENHAGEN
1934

Digitized by Google

J. JØRGENSEN & Co.

Digitized by Google

UMLAUFVERHÄLTNISSE IM WASSERROHRKESSEL WÄHREND DES ANHEIZENS.

In den Mitteilungen über Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens Heft 292 habe ich darauf verwiesen, dass in Teilen des Kessels verschiedene Temperaturen entstehen können und dass dadurch ein ungleichmässiger Umlauf verursacht wird. Dieser ist von der, durch die Kesselbauart bedingten, verschieden. Es ist bekannt, dass der quergehende Umlauf des Feuerrohrkessels, welchen diese Bauart voraussetzt und welcher auch hauptsächlich während des Betriebes stattfindet, in diesem Kessel während des Anheizens nicht auftritt, worüber ich teils auf die in Heft 292 erwähnten Versuche und teils auf zahlreiche dort zitierte Arbeiten verweise. Es ist deshalb natürlich, die Frage aufzuwerfen, ob man während des Anheizens auch bei Wasserrohrkesseln solche nicht vorausgesetzte Umläufe hat, welche die Sicherheit des Kessels bedrohen können. Die nachfolgende Arbeit soll diese Frage beleuchten.

Ich habe auch hier wie in Heft 292 Formänderungsmessungen benutzt und habe auch hier dasselbe Verfahren wie dort verwendet, nach welchem die Änderungen des Mantelteils eines Zylinders mittels eines Gestänges (siehe Abb. 1) aufgezeichnet werden.

Es handelt sich um vier Versuchsreihen:

1) Sektionalkessel mit Paralleloberkessel (Babcock & Wilcox).
2) Vollkammerkessel mit Querkessel.
3) Sektionalkessel mit Querkessel.
4) Steilrohrkessel (Stirling).

Ich bedaure, dass nicht Messgeräte zur Verfügung standen, durch welche beispielweise die Temperatur verschiedener Stellen festgestelt werden konnte, wodurch die Versuchssicherheit in hohem Grade verbessert worden wäre. Ich hoffe jedoch, dass die Versuche trotzdem die Vorgänge deutlich veranschaulichen.

Digitized by Google

Bevor ich an die Durchbesprechung der Versuche übergehe, muss ich die Gleichungen aufstellen, durch welche die Strömungsgeschwindigkeiten bestimmt werden können. Zwei Umstände verursachen Krümmungen der Kesselteile. Der erste ist die Einwirkung des Feuers, welcher eingehend in Heft 292 besprochen ist, und welcher in diesem Fall, wo es sich um die Krümmung des Oberkessel u. dgl. handelt, recht unerheblich ist, weil nur ein kleiner Teil des Oberkessels feuerberührt ist, und weil ausserdem die Temperatur der berührenden Rauchgase nur verhältnismässig gering ist.

Der zweite ist der Umstand, dass der Kesselteil mit zwei Medien gefüllt ist, welche verschiedene Temperaturen haben, deren Unterschied sich ausserdem von Augenblick zu Augenblick ändert, und das ist dies letztere, welches in dieser Abhandlung behandelt werden soll. Eine Änderung im Krümmungszustand eines solchen Kesselteiles ist durch eine Änderung dieses Temperaturunterschiedes verursacht.

Die Temperatursteigerung dieser Medien — Dampf und Wasser — ist dadurch verursacht, dass Wärmemengen mit Hilfe des Wassers im Kessel, welches durch das Feuer erwärmt wird, dem Wasser und dem Dampf im Oberkessel zugeführt werden, deren Grössen von den Unterschieden zwischen der Temperatur des durch das Feuer erwärmten Wassers und den Temperaturen der sich im Oberkessel befindlichen Medien bedingt sind. Auf Grund der ungleichmässigen Temperaturen im Kessel entstehen Strömungen, welche erwärmte Wasser- und Dampfteile zum Oberkessel führen. Indem diese Teile in den Oberkessel strömen, mischen sie sich mit den Wasser- und Dampfmengen desselben; dadurch entstehen Steigerungen der Temperaturen der Medien, welche verschieden sein können, und welche deshalb Änderungen der Temperaturunterschiede verursachen können.

Jede Änderung des Temperaturunterschiedes verursacht eine Änderung des Krümmungszustandes, und umgekehrt ist jede Änderung des Krümmungszustandes durch einen Temperaturunterschied bedingt. Ändert sich der Krümmungszustand plötzlich, bedeutet es, dass die Strömungen grosse Geschwindigkeit oder hohe Temperatur haben.

Ich setze voraus, dass die Temperatur im Dampfraum wie im Wasserraum dieselbe ist, welche Voraussetzung nur annäherungsweise zutrifft und sehe davon ab, dass der Oberkessel zuweilen feuerberührt ist.

In einem Kesselteil, beispielsweise einem Oberkessel, befindet sich a kg Wasser von der Temperatur t. d a kg Wasser von der Temperatur t_1 strömt in der Zeit d z zu. Vom Oberkessel fliesst in derselben Zeit d a kg Wasser ab, d. h. wir setzen voraus, dass die Wassermenge im Oberkessel immer dasselbe Gewicht hat, was nur annäherungsweise richtig ist, weil sich das Wasser im ganzen Kessel ausdehnt.

Digitized by Google

Im Oberkessel befindet sich ferner b kg Dampf von der Temperatur T. d b kg Dampf von der Temperatur T_1 strömt in der Zeit d z zu.

Die Temperatursteigerung des Wassers in der Zeit d z ist d t und die des Dampfes ist d T.

Das abströmende Wasser hat eine Temperatur, welche wir als Mittel zwischen t und $t + dt$ also $t + \frac{dt}{2}$ einsetzen können.

Die Temperatur des Wassers im Oberkessel ist nach der Zeit d z:

$$t + dt = \frac{a \cdot t + da \cdot t_1 - da \cdot \left(t + \frac{dt}{2}\right)}{a}$$

woraus

$$dt = \frac{da\,(t_1 - t)}{a + \frac{da}{2}} \quad \text{oder mit} \quad \frac{da}{a} = x$$

$$dt = \frac{x}{1 + \frac{x}{2}}\,(t_1 - t). \tag{1}$$

Die Temperatur des Dampfes im Oberkessel ist nach der Zeit d z:

$$T + dT = \frac{b \cdot T + db \cdot T_1}{b + db}$$

woraus

$$dT = \frac{db \cdot (T_1 - T)}{b + db} \quad \text{oder mit} \quad \frac{db}{b} = y$$

$$dT = \frac{y}{1 + y}\,(T_1 - T). \tag{2}$$

Setzt man voraus, dass die Temperatur des strömenden Wassers und des strömenden Dampfes dieselbe ist, d. h. dass wir das Gleichgewicht Wasser — gesättigter Dampf haben, ist $t_1 = T_1$, und die Gleichungen werden

$$dt = \frac{x}{1 + \frac{x}{2}}\,(T_1 - t) \tag{3}$$

und

$$dT = \frac{y}{1 + y}\,(T_1 - T), \tag{4}$$

aus welchen zwei Gleichungen wir x berechnen können, wenn wir y kennen.

Wir können die Grösse y mit Hilfe von Beobachtungen der Dampfdrücke und der Tafeln für gesättigten Wasserdampf bestimmen.

Digitized by Google

In der Zeit z ist

$$b = \frac{v \cdot 0{,}001293 \cdot 273 \cdot p \cdot \varphi}{\vartheta \cdot 760},$$

worin v, ϑ, p, und φ der Rauminhalt, die absolute Temperatur, der Druck und das spezifische Gewicht des Dampfes sind.

In der Zeit $z + dz$ ist

$$b + db = \frac{v \cdot 0{,}001293 \cdot 273 \cdot (p + dp) \cdot (\varphi + d\varphi)}{(\vartheta + d\vartheta) \cdot 760},$$

wobei wir voraussetzen, dass die zwei Dampfmengen in demselben Raum abgesperrt sind, und dass die Zustandsgleichung für Luftarten giltig ist.

Durch Division dieser zwei Gleichungen finden wir

$$\frac{b + db}{b} = 1 + y = \frac{(p + dp) \cdot (\varphi + d\varphi) \cdot \vartheta}{p \cdot \varphi \cdot (\vartheta + d\vartheta)},$$

woraus

$$\frac{db}{b} = y = \frac{(p + dp) \cdot (\varphi + d\varphi) \cdot \vartheta - \varphi \cdot p \cdot (\vartheta + d\vartheta)}{\varphi \cdot p \cdot (\vartheta + d\vartheta)},$$

und daraus

$$y = \frac{\frac{dp}{p} + \frac{d\varphi}{\varphi} + \frac{dp}{p} \cdot \frac{d\varphi}{\varphi} - \frac{d\vartheta}{\vartheta}}{1 + \frac{d\vartheta}{\vartheta}}. \qquad (5)$$

Dieser Ausdruck lässt sich für beliebige Werte von p mit Hilfe der Tafeln für gesättigten Dampf berechnen; es ist also möglich, einen willkürlichen Wert von y zu bestimmen, wenn der Wert $\frac{dp}{p}$ bekannt ist.

x und y drücken die Wasser- und Dampfmengen aus, welche in der Zeiteinheit, — eine Minute — in den Oberkessel strömen, und ich nenne sie kurz und gut Strömungsgeschwindigkeiten, selbst wenn sie nichts über die Geschwindigkeiten sagen, die in den Wasserrohren herrschen, deren Mittelwert wir jedoch durch x und y berechnen können.

Durch die Gleichungen (3) und (4) lassen sich nun Grösse und Art der Strömungen bestimmen, sofern unsere Voraussetzungen zutreffen:

1) Gleiche Temperatur im Wasserraum.
2) Gleiche Temperatur im Dampfraum.
3) Gleiche Temperatur der strömenden Mengen von Wasser und Dampf.

Wir werden später sehen, dass dies nicht immer der Fall ist.

Digitized by Google

Versuchsreihe 1.

Der Versuchskessel ist ein Babcock & Wilcox Kessel, welchen ich schon in Heft 292 als Versuchsobjekt erwähnte, mit 230 m² Heizfläche, 10 atü Druck, ausgerüstet mit Unterschubfeuerung. Der Kessel besteht aus zwei zylindrischen Oberkesseln von 928 mm äusserem Durchmesser und 7218 mm Gesamtlänge. Das Rohrbündel besteht aus 108 Stahlrohren von 100 mm äusserem Durchmesser, die auf beiden Seiten in 12 Teilkammern zu je 9 Rohren eingewalzt sind. Die Verbindungsrohre zwischen Oberkessel und Teilkammern sind vorne 222 mm und

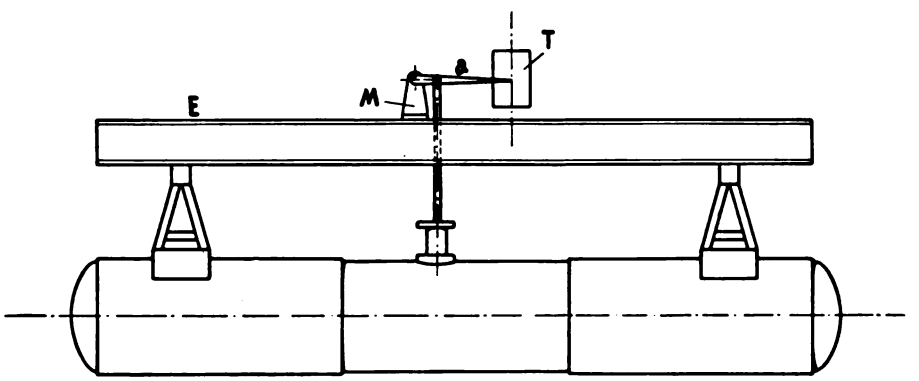


Abb. 1. Versuchsanordnung zur Messung der Formänderungen.

hinten 1674 mm lang. Die schlangenförmigen Teilkammern haben einen quadratischen Querschnitt von 137 mm × 137 mm l. Weite und eine Länge von 1517 mm. Die Versuchsanordnung zeigt Abb. 1. Der Messapparat M ist auf zwei I-Eisen E angebracht, die mittels Böcken auf dem Kesselmantel ruhen. Auf der Trommel T des Messapparates schreibt eine Feder. Durch das Schreibzeug a werden die Durchbiegungen des Oberkessels aufgezeichnet. Der Schreibhebel hat seinen Drehpunkt am Messapparat, ist also mit den Kesselenden starr verbunden und wird durch die Stange s von der Mitte des Kessels aus angetrieben. Die Kurve erscheint mit richtigem Vorzeichen neunmal vergrössert. Abb. 2 gibt die Durchbiegungskurve wieder, welche während des Anheizens aufgezeichnet wurde.

Ich habe in Heft 292 gezeigt (Seite 13), dass ein zylindrischer Kesselteil, von welchem ein Teil des Querschnittes auf höhere Temperatur erwärmt ist als der übrige, sich nach der Seite krümmt, wo die Temperatur am grössten ist, und dass die Durchbiegung in der Mitte durch die Gleichung

$$\gamma = \frac{\beta \cdot \alpha \cdot t \cdot l^2}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot 4} \cdot k \qquad (6)$$ bestimmt ist.

Digitized by Google

β ist das Verhältnis der Sehne des erwärmten Bogens zum Halbmesser,
α ist die Längenausdehnungszahl des Eisens = 1/85.000,
t ist der Temperaturunterschied zwischen dem wärmeren und dem kälteren Teil des Querschnittes,
l ist die Messlänge, hier = 5900 mm,
r ist der Halbmesser des Zylinders, hier = 464 mm und
k ein Festwert, welcher an zitierter Stelle experimentell zu 1,3 bestimmt ist.

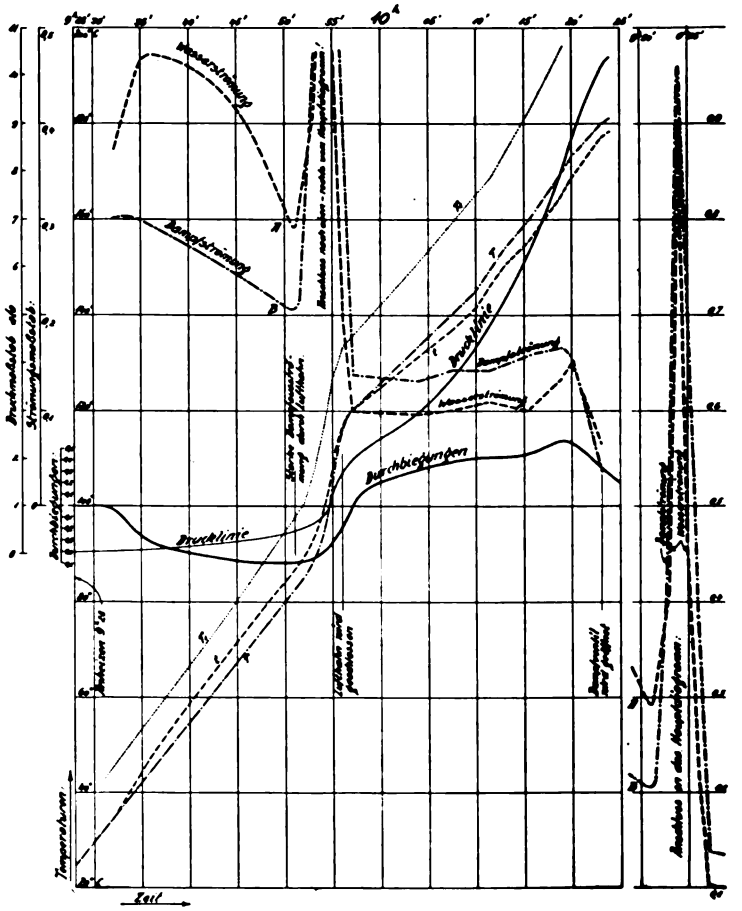


Abb. 2. Durchbiegungslinie, Temperatur-, Druck- und Strömungslinien eines Babcock-Wilcox-Kessels beim Anheizen.

Da der Wasserspiegel in der Mitte des Oberkessels war, ist $\beta = 2$ und wir finden

$$\gamma = \frac{2 \cdot t \cdot 2950^2}{85000 \cdot 3 \cdot 14 \cdot 464} \cdot 1{,}3 = \frac{t}{11} \cdot$$

Digitized by Google

Die Ordinaten der aufgezeichneten Kurve sind eben die Durchbiegungen y und wir können deshalb durch die Gleichung $t = 11 \cdot y$ den Unterschied zwischen der Wasser- und der Dampftemperatur bestimmen und deshalb auch den Umstand zeigen, dass die Wassertemperaturen nicht gleich den Dampftemperaturen sind.

In Abb. 2 sind die Zeiten als Abszissen aufgetragen. Die Durchbiegungslinie gibt also die Veränderungen der Durchbiegungen mit der Zeit an und, weil die Ordinaten proportional T — t sind, auch die Veränderung der Werte T — t. Der Dampfdruck wurde beobachtet und konnte demnach die Dampfdrucklinie eingezeichnet werden. Aus den Dampfdrücken lassen sich die T-Werte mit Hilfe der Tafel für gesättigten Wasserdampf finden und damit ist auch die t-Linie bestimmt, weil wir T — t kennen. Unsere erste zahlenmässige Beobachtung des Druckes war um 9^h57, aber schon um 9^h56 habe ich notiert: Unbedeutender Druck im Kessel, der Lufthahn wird geschlossen und damit ist der Charakter der Dampfdrucklinie als stark steigend bei 9^h56 bestimmt. Wir wissen, dass das Anheizen um 9^h28 bei ca. 25^0 begann und ich habe dann die T-Linie als geradlinig eingezeichnet, wobei ich einen kontinuierlichen Übergang zwischen der beobachteten und der durch die erwählte T-Linie bestimmten Drucklinie angestrebt habe. Dies ist mit einer gewissen Willkür eingeführt, ich meine jedoch, dass eine höhere oder niedrigere Stellung der erwählten T-Linie nur die Grösse der Strömungen beeinflussen wird und nicht die Charakteristik ihrer Kurven, weshalb ich, um ein besseres Verständnis der Strömungsverhältnisse zu bekommen, mir diese Willkürlichkeit gestattet habe.

Wir wollen uns nun mit der Berechnung der Strömungen befassen und nehmen als Beispiel die Wasser- und Dampfströmungen um 10^h04.

10^h04	$p = 3{,}0$	$T = 133$	$T - t = 2{,}8$	$t = 130{,}2$
$10^h07\frac{1}{2}$	$p = 3{,}7$	$T = 140{,}2$	$T - t = 4{,}2$	$t = 136{,}9,$

hieraus erhält man

$$dp = \frac{0{,}7}{3{,}5} = 0{,}2 \qquad \frac{dp}{p} = \frac{0{,}2}{3} = 0{,}0667$$

$$y = 0{,}13 = 1/7{,}7 \qquad \text{siehe Gleichung 5}$$

$$dT = \frac{7{,}2}{3{,}5} = 2{,}05$$

$$T_1 - T = 2{,}05 \cdot 8{,}7 = 17{,}8^0 \qquad \text{siehe Gleichung 4}$$

$$T_1 = 133 + 17{,}8 = 150{,}8$$

und endlich wird x (siehe Gleichung 3) durch

$$(2 + x) \cdot 1{,}91 = 2 \cdot x \cdot (150{,}8 - 130{,}2)$$

Digitized by Google

bestimmt, worin $$dt = \frac{6,7}{3,5} = 1,91.$$

Hieraus $$x = 0,097.$$

Auf diese Weise werden die x- und die y-Werte für die ganze Anheizperiode berechnet und in Abb. 2 als Ordinaten über den Zeiten aufgetragen.

Ich habe in der Strömungsberechnung vorausgesetzt, dass der Oberkessel nicht feuerberührt ist, d. h. dass keine Wärme von den Rauchgasen an das Oberkesselwasser übergeht. Dies geschieht jedoch hier und zwar umso mehr, je höher die Rauchgastemperatur ist.

Wir setzen in Übereinstimmung mit Heft 292 die Wärmedurchgangszahl 20. Um 9^h34 wird eine Rauchgastemperatur von 96^0 beobachtet und die Wassertemperatur beträgt 40^0, die Rauchgastemperatur im hinteren Teil 80^0. Die durchgegangene Wärmemenge im vorderen Teil berechnet sich dann zu

$$W = 20\,(96 - 40) = 1120 \text{ kcal/hm}^2$$

und im hinteren Teil zu

$$W = 20\,(80 - 40) = 800 \text{ kcal/hm}^2.$$

Die Heizfläche jedes Teiles beträgt 5 m^2 und die übergegangene Wärmemenge je Minute

$$W = \frac{2000 \cdot 5}{60} = 170 \text{ kcal}.$$

Im Oberkessel befinden sich 2500 kg Wasser und die durch den Wärmedurchgang verursachte Temperatursteigerung ist also nur $0,07^0$, d. h. innerhalb der Beobachtungsfehler. Eine Durchrechnung zeigt, dass die transmittierte Wärme bei 200^0 Rauchgastemperatur eine Temperatursteigerung auf rund $0,27^0$ und bei 300^0 Rauchgastemperatur auf rund $0,42^0$ ergibt. Die Strahlung vom Mauerwerk liefert zwar auch einen Beitrag zur Temperatursteigerung, aber nur in ganz geringem Masse, weil das Mauerwerk so kurz nach dem Anheizen noch nicht erwärmt ist.

Diese Umstände führen mit sich, dass die berechneten x-Werte ein bischen zu hoch sind. Beispielsweise muss man um 10^h04 einen Korrektionswert von $0,3^0$ einführen, wodurch der berechnete x-Wert von 0,097 auf 0,095 erniedrigt wird. Das Bild wird dadurch also nicht wesentlich verändert, und ich sehe von dieser Korrektur ab.

Zu Beginn des Anheizens sind die x- und die y-Werte natürlich Null. Erst 4 Minuten später beginnt der Anstieg der Kurven plötzlich, und die Strömungsgeschwindigkeiten erreichen recht bald die Maximalwerte

Digitized by Google

von 0,46 für die Wasserströmung und 0,3 für die Dampfströmung, um danach wieder kleiner zu werden und zwar in der Weise, dass die x-Werte stärker abnehmen als die y-Werte. Die Durchbiegungslinie zeigt ja auch, dass die Wassererwärmung schneller und zu Beginn sogar viel schneller vor sich geht als die Dampferwärmung. Bald aber wird die Abwärtsbewegung des Messpunktes langsamer, indem sich die x-Werte den y-Werten nähern. Um $9^h 50$ hat die Durchbiegungslinie eine wagrechte Tangente — die Abwärtsbewegung ist vorbei.

Beinahe gleichzeitig, von $9^h 51$ bis $9^h 52$, findet sich eine Diskontinuität in den x- und y-Linien. Sie vergrössern sich plötzlich, erreichen so grosse Werte wie 0,9 für x und 1,0 für y und erniedrigen sich wieder ebenso plötzlich. Wir haben hier nicht Umlaufverhältnisse, die einer Änderung der Feuerverhältnisse entsprechen — dort ist keine wesentliche Änderung eingetreten — aber einen eigenartigen Umlauf, welcher durch einen labilen Gleichgewichtszustand in den thermischen Verhältnissen im Kessel verursacht ist. Dieses Gleichgewicht löst sich aus, verursacht die starken Strömungen und bewirkt einen Ausgleich im Oberkessel, wodurch die Temperaturen des Wassers und Dampfes gleich werden. Gleichzeitig vollzieht sich eine Temperatursteigerung um 20^0 bis 30^0. Der Oberkessel richtet sich aus und der Dampfdruck steigt plötzlich bis auf zwei ata. Hier gibt es nur eine Erklärung: stark erwärmtes Wasser muss sich in Teilen des Rohrbündels auf Grund verschiedener Verhältnisse — vielleicht infolge von Reibungswiderständen — gesammelt haben, ist nicht in Umlauf gekommen und setzt sich nun, weil Dampfbildung eintritt, plötzlich in Bewegung. Können wir uns nun ein solches labiles Gleichgewicht denken? Ja; ich habe selbst in Heft 292 gezeigt, dass sich ein Stillstand von kälterem Wasser im Rohrbündel einstellen kann, also das entgegengesetzte Verhältnis eintritt, und es ist rechnerisch nachgewiesen, dass der Umlauf zuweilen gewisse Rohrreihen übergeht, wodurch ein solcher Stillstand eintritt; endlich hat *P. Fuchs*[1] gezeigt, dass der Umlauf stark abnehmend von der untersten bis zur obersten Reihe ist. Eine Frage drängt sich vor, und zwar diese: Was ist die Ursache, dass der Grossumlauf eintritt? Vorerst darf ich vielleicht sagen, dass der labile Zustand so ernst ist, dass ein Ausgleich geschehen muss; die zufällige Ursache dürfen wir wohl in Unregelmässigkeiten des Feuers suchen, und ich weise darauf hin, dass die Rauchgastemperatur in der unmittelbar vorhergehenden Zeit stärker steigend war, als zu Beginn des Anheizens und später.

In Abb. 2 sind die berechneten Temperaturen des strömenden Wassers und Dampfes eingezeichnet. Wir finden hier gleichzeitig mit dem Grossumlauf eine unregelmässige Vergrösserung um ca. 20^0, welche vielleicht

[1] Z. d. V. d. I., 1907, Seite 379.

Digitized by Google

die durch das überhitzte Wasser verursachte Temperatursteigerung im Umlaufwasser darstellt.

Können wir nun etwas über die Menge und die Temperatur des überhitzten Wassers sagen? Wir müssen gestehen: Nichts Genaues, aber dennoch etwas.

Während der fünf Minuten der Grosströmung führt das strömende Wasser eine Anzahl Wärmeeinheiten mit sich, die durch

$\Sigma\ T_1 \cdot x \cdot 2500$ kcal ausgedrückt sind, worin
T_1 die Temperatur des Strömungswassers,
x die Strömungsgeschwindigkeit, wie sie früher definiert ist und
2500 den Wasserinhalt des Oberkessels bedeutet.

Mit den durch Abb. 2 ermittelten Werten von T_1 und x findet man die Wärmemenge mit

630,000 kcal.

In der Versuchszeit vom Anheizen um $9^h 28$ bis $10^h 23$, im ganzen also 55 Minuten, werden durch das Feuer

$$7900 \cdot (177 - 25) = 1200{,}000 \text{ kcal}$$

an das Kesselwasser übergeführt, worin 7900 den gesamten Wasserinhalt des Kessels, 177^0 und 25^0 die End- und Anfangstemperatur des Kesselwassers bedeutet.

In den fünf Minuten der Grosströmung werden also

$$\frac{1200{,}000 \cdot 5}{55} = 109{,}000 \text{ kcal}$$

durch das Feuer dem Kessel zugeführt, wodurch sich die in der Strömung akkumulierte Wärmemenge mit

$$630{,}000 - 109{,}000 = 521{,}000 \text{ kcal ermittelt.}$$

Setzen wir voraus, dass das überhitzte Strömungswasser allein diese Menge mit sich führt, nennen wir ferner P das Gewicht des Strömungswassers und T_2 die Temperatur desselben, so haben wir

$$P \cdot T_2 = 581{,}000 \text{ kcal.}$$

Im Kesselwasser ist, nachdem die Strömung abgeschlossen ist, eine Wärmemenge, die aus folgenden Teilen besteht:

Oberkesselwasser: $116 \cdot 2500 = 290{,}000$ kcal
Rohrsystemwasser: $133 \cdot 5400 = 720{,}000$ kcal

in allem 1,010,000 kcal, wobei wir voraussetzen, dass das Rohrsystemwasser dieselbe Temperatur wie das Strömungswasser, somit 133^0 hat, die Temperatur des Oberkesselwassers 116^0 ist und 2500 und 5400 der Wasserinhalt des Oberkessels bzw. des Rohrsystems ist.

Digitized by Google

Bei Beginn der Grosströmung haben wir also im Wasser

$$1{,}010{,}000 - 109{,}000 = 901{,}000 \text{ kcal.}$$

Wir sehen vom Wärmeinhalt des Dampfes, als bedeutungslos, ab.

Die vorerwähnte Wärmemenge können wir als eine Summe ihrer einzelnen Teile finden.

Oberkesselwasser: $t \cdot 2500 = 88 \cdot 2500 = 220{,}000$ kcal

Rohrsystemwasser: $T_1 \cdot (5400 - P) = 97{,}2 \cdot (5400 - P)$

Grosströmungswasser: $P \cdot T_2 = 521{,}000$ kcal und wir finden

$220{,}000 + 97{,}2\,(5400 - P) + 521{,}000 = 901{,}000$ wovon

$365{,}000 = 97{,}2 \cdot P$ und also $P = 3750$ kg,

woraus

$$T_2 = \frac{52100}{3750} = 138{,}9^0.$$

Der Wasserinhalt der einzelnen Rohre ist 42 l und der gesamten Menge Grosströmungswasser entsprechen also ca. 87 Rohre oder ca. 7 Rohrreihen. Es ist selbstverständlich nicht notwendig, dass die mit überhitztem Wasser gefüllten Rohre sich in Reihen ordnen. Es ist jedoch in Erinnerung an die Fuchs'schen Versuche wahrscheinlich, dass dies der Fall ist.

Die Grosströmung bringt den vollen Ausgleich im Oberkessel hervor, indem um 9^h57 $T = t$ wird und es besteht hier einen Augenblick das thermische Gleichgewicht. Wir haben aber auch einen Umlauf im Kessel, und sehen, dass bald danach wieder ein Temperaturunterschied eintritt, nun aber so, dass T grösser als t wird. Der y-Umlauf hat eine grössere Geschwindigkeit als der x-Umlauf, $T - t$ vergrössert sich und damit auch die Durchbiegungen, welche nun natürlich nach aufwärts gerichtet sind und welche ein Maximum um 10^h19 haben. Man bereitet nun die Verbindung des Kessels mit den übrigen Kesseln der Anlage vor, und das Anheizen ist beendet, indem wir nun den Umlauf im Kessel haben, welcher durch die Kesselkonstruktion bedingt ist.

Versuchsreihe 2.

In einer grösseren Kesselanlage hier in Kopenhagen sind unter 18 Kesseln 7 aufgestellt, deren Bauart durch Abb. 3 veranschaulicht ist. Von diesen 7 Kesseln sind 3 im Jahre 1920 und 4 1921 genehmigt worden. Der Kesseldruck ist 16 atü, die Heizflächen je 600 m² und die Rostflächen je 21,6 m². Im jedem Kessel sind 2 Überhitzer mit je 93 m² Heizfläche eingebaut. Die Feuerungsanordnung ist als Wanderrost mit

Digitized by Google

Unterwind ausgebildet und im Schornstein ist ein Saugzug eingebaut. An jedem Kessel ist ein Rauchgasvorwärmer angeordnet. Die spez. Heizflächenbelastung ist 25—30 kg Dampf pro m² Heizfläche.

Im Sommer 1927 untersuchte ich die Oberkessel dieser 7 Kessel, und es zeigte sich, dass 7 Böden an 4 Kesseln, und zwar 2 an einem der älteren Kessel und 5 an 3 der jüngsten Kessel unten innen ange-

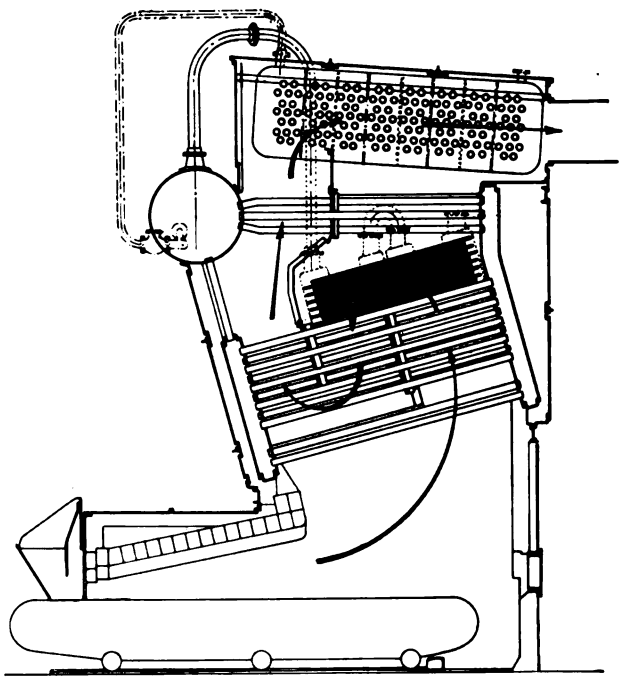


Abb. 3. Versuchskessel 2 — Kammerkessel.

rissen waren. Die Rissbildung erstreckte sich, mit zwei Maxima auf jeder Seite des Mannlochs, das bei den letzt gelieferten Kesseln exzentrisch angebracht war, — annäherungweise über ein Drittel der Bodenkrempe und war 4 bis 6 mm tief. Die Rissbildung war ihrem Aussehen gemäss in Übereinstimmung mit der in Heft 292 Abb. 49 gezeigten, d. h. eine Reihe in der Krempe verlaufender Riss'chen, welche einen kleinen Winkel mit der Krempenrichtung bildeten. Ich zweifelte nicht: die Rissbildung musste durch Temperaturspannungen verursacht worden sein.

Um die Ursache der Spannungen zu bestimmen, wurde das Messgerät für Durchbiegungsänderungen, ähnlich wie bei Abb. 1 benutzt, wobei jedoch die Gewichtsstange zweiarmig war, wodurch ein Abwärtsschreiben einer Aufwärtsbewegung entspricht und umgekehrt. Aus der Kesselzeichung Abb. 3 geht hervor, dass der Mantel des Oberkes-

Digitized by Google

sels mit der vorderen Wasserkammer durch 36 Stk. 102 mm-Rohre verbunden ist, welche Rohre teils im Mantel und teils in der Wasserkammer, welche ungeteilt ist, eingewalzt sind. Nur eine dieser Walzstellen ist undicht gewesen, und es ist deshalb anzunehmen, — weil man keine Krümmung der Wasserkammer in der senkrechten Ebene erwarten kann, — dass sich der Abstand des Mantelblechs von der oberen Kammerwand während des Betriebes nicht ändert, selbst wenn eine Bewegung des Messpunktes stattfindet. Gleitungserscheinungen in den Walzstellen sind auch nicht wahrgenommen worden.

Soferne die Temperaturspannungen eine Krümmung des Oberkessels verursachen, werden sich diese Krümmungen nicht zwanglos vollziehen können, da das Mantelblech unten durch diese Rohre festgehaltet wird. Die in den Rohren hervorgerufenen Spannungen sind äussere Kräfte, welche den Oberkessel belasten, und welche die durch die Temperaturspannungen verursachten Formänderungen vermindern. Tritt eine Bewegung des Messpunktes ein, muss dies bedeuten, dass sich der Oberkessel deformiert, d. h. oval wird, und zwar in der Weise, dass sich die grösste Achse senkrecht bei einer Aufwärtsbewegung und wagrecht bei einer Abwärtsbewegung einstellt.

Ich habe schon in Heft 292, S. 9 die Vermutung ausgesprochen, dass die von Guilleaume[2] gemessene Abflachung eines Oberkessels durch die Rohre, durch welche die Kesseltrommeln mit einander verbunden waren, verursacht sein könnte; ich bin nun, nachdem ich diese Versuchsreihe (siehe auch Versuchsreihe 4) durchgeführt habe, davon überzeugt, dass diese Vermutung richtig ist. Wie die nachstehenden Abbildungen zeigen, finden wir hier wirklich Bewegungen des Messpunktes, also auch die obenbeschriebenen Abflachungen des Oberkessels. Wir stehen hier gegenüber Verhältnissen, welche Zusatzspannungen ernster Art mit sich führen, die eine drohende Gefahr für die Haltbarkeit des Oberkessels bedeuten.

Auf Grund dieser äusseren Beanspruchung des Oberkessels — durch den Rohrzug — vermindert sich wie gesagt die Krümmung desselben und die Bewegungen des Messpunktes werden kleiner als die, welche der Temperatur entsprechen. Es ist nur mit Annäherung möglich, die Gleichung 6, durch welche Blechtemperatur und Temperaturspannungen berechnet werden können, zu benutzen.

Im vorliegenden Fall ist

$$\beta = 2$$
$$\alpha = 1/85000$$
$$r = 600$$
$$l = 7500$$
$$k = 1{,}3$$

[2] Z. d. V. d. I. 1924 Seite 194.

Digitized by Google

und die Gleichung wird hier daher:

$$\gamma = \frac{2 \cdot t \cdot 7500^2 \cdot 1{,}3}{2 \cdot 85000 \cdot \pi \cdot 600 \cdot 4} = \frac{t}{8{,}8}.$$

Abb. 4 zeigt eine Reproduktion der aufgezeichneten Kurve, die, wie die folgenden Diagramme gleicher Art, die Durchbiegungen des Oberkessels über der Zeit wiedergibt.

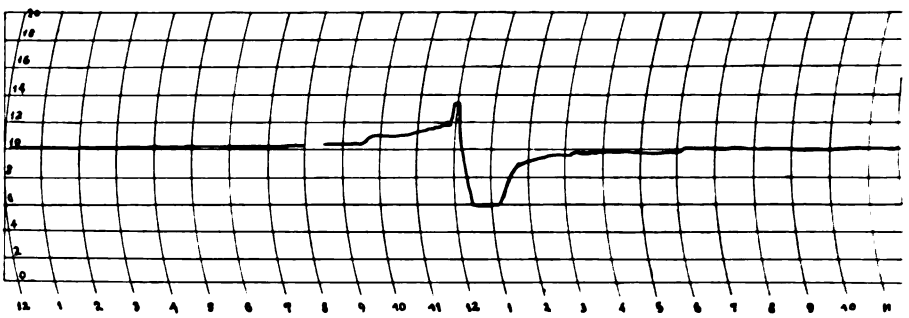


Abb. 4. Durchbiegungen des Versuchskessels beim Anheizen. Speisewassertemperatur ist höher als die Temperatur des Oberkesselwassers.

Abb. 5 gibt dieselben Aufschlüsse wie Abb. 2 in Versuchsreihe 1. Auch hier sind die Zeiten als Abszissen aufgetragen. Der Schreibapparat gibt die Bewegungen des Messpunktes 10 mal vergrössert wieder. Wie in Versuchsreihe 1 hatte ich nur Druckbeobachtungen zur Verfügung und habe deshalb in Abb. 5 die Temperaturkurve unter 100° in ihrem erster Teil geradlinig und willkürlich eingezeichnet, indem ich einen kontinuierlichen Übergang zwischen der erwählten und der beobachteten Kurve angestrebt habe. Die eigentümliche Zacke bei 11^h53—12^h06 hat es jedoch notwendig gemacht, den unteren Teil niedrig zu legen, da die t-Linie nicht die T_1-Linie schneiden kann. Ich war deshalb gar nicht frei in meiner Wahl, da der obere Teil der T-Linie von 12^h04—12^h16 teilweise durch Beobachtungen bestimmt ist, wodurch ihre Richtung recht genau festgelegt ist; ausserdem muss sie so gezeichnet werden, dass die T-Linie und die t-Linie sich dort schneiden, wo die Durchbiegungen Null sind. Endlich ist ihr Charakter durch die schnelle Abnahme des Temperaturunterschiedes T—t bei dem abwärtsgehenden Zweig der Zacke beeinflusst.

Eine Speisung drückte sich um ca. 9^h30 durch eine Abwärtsbewegung des Messpunktes aus, welche dadurch verursacht ist, dass das Speisewasser eine höhere Temperatur hat als das Kesselwasser, und eine Temperaturerhöhung im unteren Teil des Kessels eine Abwärtsbewegung zur Folge hat.

Digitized by Google

Beim Anheizen $9^h 56$—$10^h 00$ fängt der Messpunkt an, sich erst ein bischen aufwärts zu bewegen, was wahrscheinlich einen Temperaturausgleich zwischen dem wärmeren Oberkesselwasser und dem Rohrsystemwasser andeutet. Diese Aufwärtsbewegung hört jedoch um $10^h 40$ auf und wird von da an durch eine Abwärtsbewegung ersetzt, welche beinahe geradlinig ist. Wir haben hier — glaube ich — einen Wasser-

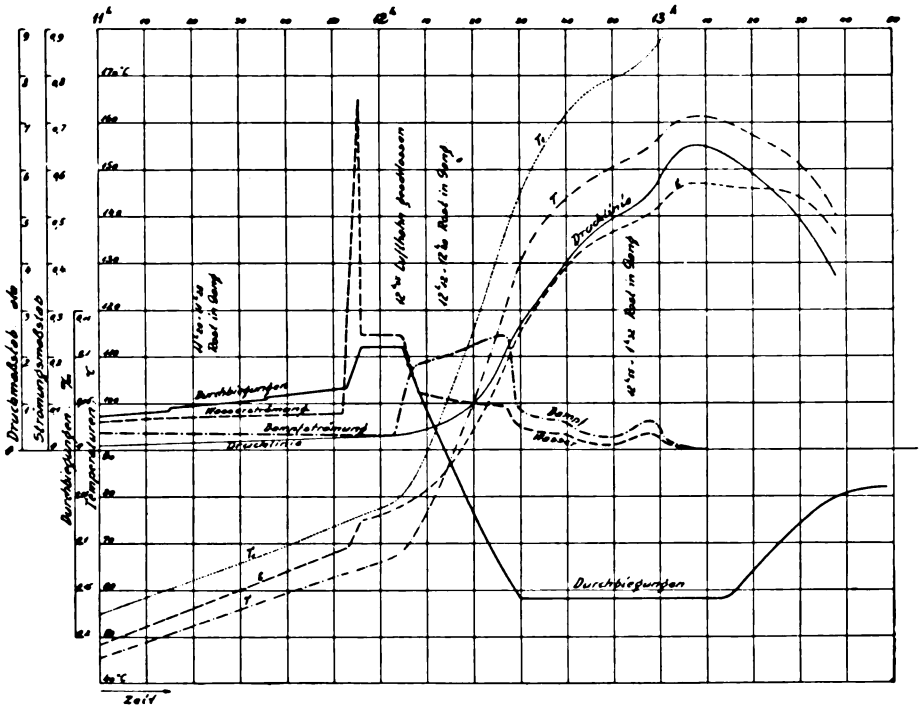


Abb. 5. Durchbiegungslinie, Temperatur-, Druck- und Strömungslinien des Versuchskessels 2 beim Anheizen.

umlauf, indem erwärmtes Wasser von der Vorderkammer durch die Verbindungsrohre zum Oberkessel emporsteigt, wodurch das Oberkesselwasser wärmer wird. Wir sehen aus Abb. 5, dass wir durch Berechnung eine regelmässig zunehmende x-Strömung, d. h. Wasserströmung zum Oberkessel erhalten, während wir nur eine kleine und abnehmende Dampfströmung haben. Die Temperatur ist ja auch niedrig, weshalb wir keine nennenswerte Dampfbildung erwarten können. Die Abwärtsbewegung wurde mit 0,4 mm gemessen und entspricht einer Erhöhung des Temperaturunterschiedes zwischen unterem und oberem Teil des Oberkessels von rund $3{,}5^0$.

Um $11^h 53$ findet eine plötzliche Richtungsänderung der aufgezeichneten Kurve statt, indem die Feder fast senkrecht nach aufwärts

Digitized by Google

schreibt, einer Abwärtsbewegung des Messpunktes entsprechend. Die Ursache dieses Ergebnisses müssen wir in einer Erwärmung des unteren Teiles des Oberkessels suchen. Fast gleichzeitig beginnt ein Herausströmen warmer und feuchter Luft aus dem Lufthahn.

Die Aufwärtsbewegung des Schreibzeuges wird plötzlich durch einen Stillstand und dieser wieder — 5 Minuten später — durch eine plötzliche und beinahe senkrechte Abwärtsbewegung ersetzt. In diesem Zeitabschnitt haben wir also erst eine plötzliche Erhöhung des Temperaturunterschiedes zwischen dem unteren und oberen Teil, danach ein Konstantbleiben und endlich eine Verminderung dieses Unterschiedes, welcher zuletzt negativ wird. Die Temperatur im oberen Teil wird also grösser als die im unteren Teil.

Trotzdem die plötzlichen Krümmungsänderungen von $11^h 53$ bis $11^h 56$ nur durch Strömungsänderungen verursacht sein können, habe ich kontinuierlichen Verlauf der y-Strömungen vorausgesetzt. Wir kennen die Temperaturänderungen in den beiden Medien nicht und müssen zur zahlenmässigen Erfassung derselben eine Voraussetzung aufstellen. Sicherlich besteht eine grosse und nicht kontinuierliche Wasserströmung, möglicherweise auch eine nicht kontinuierliche Dampfströmung, da plötzliches Ausströmen warmer und feuchter Luft aus dem Lufthahn beobachtet wurde.

Ich habe linearen Verlauf der Dampfströmung angenommen, um keine weitere Willkür einzuführen. Eine Berechnung, bei welcher zwischen $11^h 53$ und $11^h 56$ eine Erhöhung der Dampftemperatur um 1,5° C. vorausgesetzt ist, ergibt unter dieser Voraussetzung y-Werte bis 0,075, während die Verhältnisse ausserhalb dieses Zeitraumes unverändert bleiben; die x-Strömungen würden dabei um ca. $11^h 55$ bis ca. 5,2 ansteigen und in der übrigen Zeit unverändert bleiben. Höchstwahrscheinlich hat sich ein unstabiler Temperaturzustand im Rohrsystem eingestellt, welcher sich durch eine starke Wasserströmung ausgleicht.

Von $11^h 56$ bis $12^h 05$ sind die Temperaturlinien parallel. Entweder haben wir keine Strömung, was ausgeschlossen ist, weil wir eine y-Strömung haben, oder zusammengehörige x- und y-Strömungen, und dies muss also der Fall sein. Um $11^h 56$ hört die Grosströmung auf und setzt sich in der zusammengehörigen Strömung fort. Es ist deshalb anzunehmen, dass die Grosströmung eine Temperatur hat, welche gleich der der zusammengehörigen Strömung ist, d. h. 76,17°. Jedenfalls ist diese Temperatur das Minimum der Grosströmungstemperatur. Rechnen wir nun mit 76,17°, so finden wir also als Minimum der x-Strömungen zwischen $11^h 53$ und $11^h 56$ die in Abb. 5 eingezeichneten x-Strömungen, deren grösster Wert 0,75 beträgt, also als Minimumsgrenze der x-Strömungen im Zeitabschnitt $11^h 53$ bis $11^h 56$.

Digitized by Google

Das absolute Maximum der Strömungen hier finden wir durch die Voraussetzung: gemeinschaftliche Strömung zwischen 11^h53 und 11^h56, und ihr maximaler x-Wert ist 3,9, welcher, wie gesagt, ausgeschlossen ist.

Um ca. 11^h56 tritt eine Änderung in den Umlaufverhältnissen ein, indem eine zusammengehörige Dampf-Wasserströmung beginnt. Die Gestalt der Strömungskurven lässt die Zusammengehörigkeit ohne Zweifel, und wir erkennen auch leicht die Zusammengehörigkeit dieser Strömungen aus der Durchbiegungslinie sowohl um 12^h05, wo der Lufthahn geschlossen wird, als um 12^h30. Wir sehen auch, dass die Ursache des Abwärtsschreibens darin liegt, dass eine Verminderung in der Geschwindigkeit der x-Strömung und eine Erhöhung in der Geschwindigkeit der y-Strömung eintritt, indem letztere bald viel grösser wird als die x-Strömung. Hiedurch wird gleichzeitig eine schnellere Temperatursteigerung im Dampfraum als im Wasserraum erzielt und damit eine Aufwärtsbewegung des Messpunktes. Diese wird um 12^h30 beendet, wo eine schnelle Verminderung der Dampfströmungsgeschwindigkeit stattfindet. Es ist zweifellos, dass diese Verminderung der Strömungsgeschwindigkeit des Dampfes dadurch verursacht ist, dass die Drucksteigerung abnimmt, also darin liegt, dass eine Verminderung in der Beheizung des Kessels eintritt.

Von 12^h30 bis ca. 1^h10 sind die Durchbiegungsänderungen 0, d. h. die Durchbiegungslinie ist wagrecht, was weiter bedeutet, dass

$$T - t = k = 14{,}1.$$

Der Umlauf ist um 1^h07 bis 1^h15 abgeschlossen — der grösste Druck von 6,5 atü wurde um 1^h07 abgelesen — und in der Zeit von 12^h30 bis 1^h07 ist $dt = dT$. Hier können wir die Gleichungen 3 und 4

$$dt = \frac{2x}{2+x}(T_1 - t) = dT = \frac{y}{1+y}(T_1 - T)$$

aufstellen und daraus

$$\frac{2+x}{2x}\,dT = T_1 - t$$

und

$$\frac{1+y}{y}\,dT = T_1 - T$$

ermitteln, woraus

$$\left(\frac{2+x}{2x} - \frac{1+y}{y}\right)\cdot dT = T - t = 14{,}1$$

und also

$$\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} - \frac{1}{2}\right)dT = 14{,}1.$$

Digitized by Google

Zufolge der berechneten x- und y-Werte variieren $\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$ von 12,1 bis 30,6 und wir können deshalb die Zahl $\frac{1}{2}$ vernachlässigen. Wir finden ausserdem, dass y beinahe 1,8 x ist, wodurch

$$dT = \frac{14{,}1 \cdot 1{,}8}{0{,}8} \cdot x = 32x$$

wird, d. h. die Werte von dT und dt sind proportional denen von x und y.

Die Ursache dieses Phänomens ist also ein ganz eigenartiger, regelmässiger Umlaufzustand, der vermutlich von den Widerstandsverhältnissen im Kessel abhängt.

Wir haben hier kein Gleichgewicht zwischen Dampf und Wasser, weil wir nicht dieselbe Temperatur im Dampf- und Wasserraum haben, was wir aus der grossen Durchbiegung von 1,6 mm — einem Temperaturunterschied von 14,1 entsprechend — ersehen.

Um $12^h 55$ zeigt es sich, dass ein Rohrlochdeckel undicht ist, und der Kessel muss abgestellt werden. Der Rost mit Unterwind wird in Gang gesetzt, um das Feuer auszubrennen. Um $1^h 10$ ist das Maximum des Druckes erreicht und der Kessel ist abgestellt. Von nun an kühlt sich der Kessel ab, die Durchbiegungen nehmen sehr rasch ab, und wir sehen an den T- und t-Linien, dass die Ursache hiezu hauptsächlich in einer Abkühlung des Dampfraumes liegt, während die Wasserraumtemperatur bis $1^h 30$ beinahe konstant bleibt. Erst um ca. $3^h 00$ haben wir dieselbe Wasser- und Dampftemperatur und erst hier ist der Temperaturausgleich beendet.

Abb. 6—7—8 geben 3 Anheizdiagramme.

Abb. 6 ist nur dadurch verschieden von Abb. 4, dass man um $12^h 30$ den Überhitzer ausgeblasen hat, wodurch sich der Ausgleich im Oberkessel vollzogen hat. Das Anheizen ist bis zum vollen Dampfdruck durchgeführt worden.

In Abb. 7 ist das Anheizen durch eine Speisung eingeleitet, deren Temperatur kleiner ist als die des Oberkesselwassers, wir finden jedoch auch hier Merkmale des normalen Anheizdiagrammes.

In Abb. 8 finden wir die erste Zacke der Abb. 4 nur wenig ausgebildet, aber ausserdem sieht man die grosse Aufwärtsbewegung des Messpunktes ganz wie in Abb. 4.

Abb. 9 zeigt die Durchbiegungen, welche im täglichen Betriebe eintreten. Man findet, dass, wenn der Kessel keinen Dampf abgibt, die Durchbiegungsänderungen beinahe Null sind, und dass sich der Oberkessel, sobald die Dampfabgabe beginnt, mit einer kleinen Durchbiegung einstellt. Man sieht, dass dann die Durchbiegungsänderungen recht gross

Digitized by Google

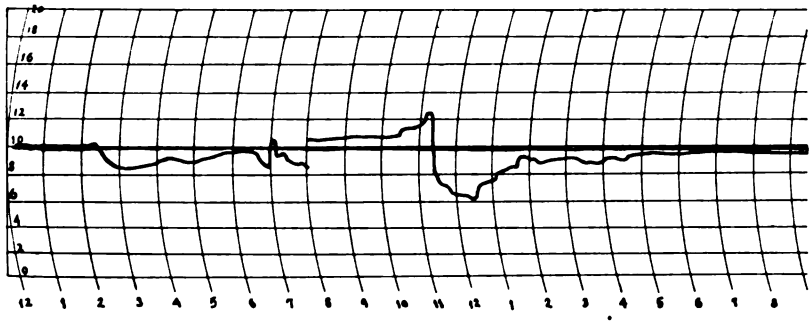


Abb. 6. Durchbiegungen des Versuchskessels 2 beim Anheizen. Der Überhitzer wird um $12^h 30$ ausgeblasen.

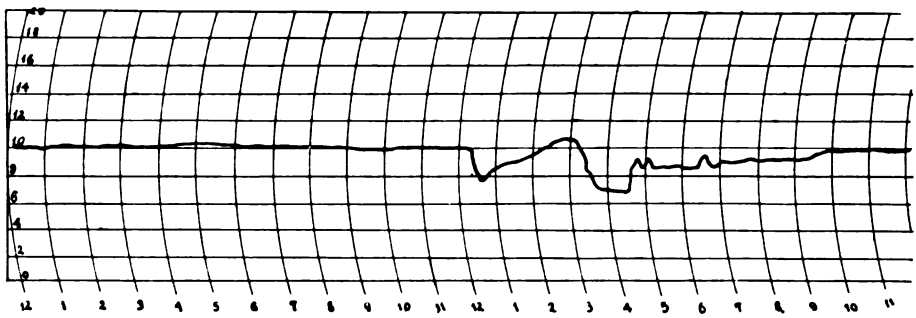


Abb. 7. Durchbiegungen des Versuchskessels 2 beim Anheizen. Speisewassertemperatur ist kleiner als die Temperatur des Oberkesselwassers.

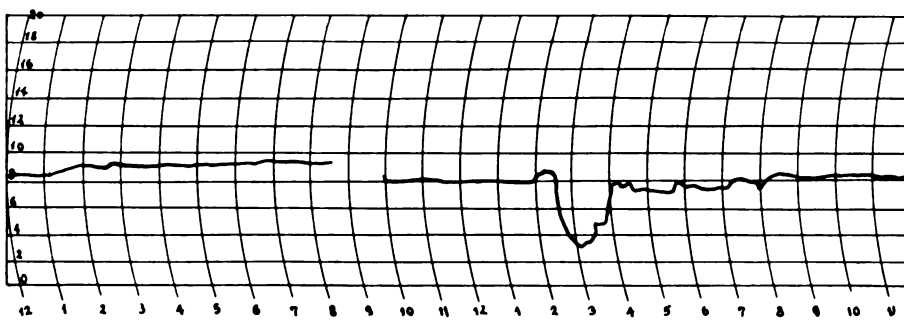


Abb. 8. Durchbiegungen des Versuchskessels 2 beim Anheizen. Speisewassertemperatur beinahe gleich der Temperatur des Oberkesselwassers.

werden. Sie sind wahrscheinlich durch Änderungen des Dampfdruckes der anderen Kessel und durch Feuerveränderungen verursacht.

Wir sehen, dass wir hier wirklich Verhältnissen gegenüber stehen, welche charakteristisch für diesen Kessel sind und worin wir eine natürliche Ursache der Kesselschäden, welche entstanden sind, erblicken können.

Digitized by Google

Der Versuch gibt keine Zahlenwerte, welche die Grösse der Ovalität beleuchten könnten. Trotzdem darf ich vielleicht, am Schlusse dieser Versuchsreihe, die Schäden dieses Kessels besprechen.

Wie früher gesagt, fand ich in dem unteren Teil der Bodenkrempe eine Reihe von Riss'chen, welche einen kleinen Winkel mit der Krempenrichtung bildeten. Sie gruppierten sich im unteren Teil des Bodens auf jeder Seite des Mannlochs, welche Gruppierung besonders bei den Kesseln deutlich war, an welchen das Mannloch seitlich angebracht war. Die Rissbildung erstreckte sich über ein Drittel der Bodenkrempe. Die Riss'chen waren 4 bis 6 mm tief und hatten eine Ver-

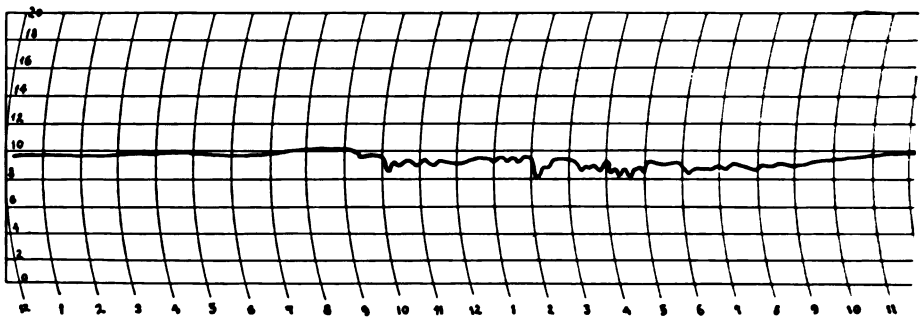


Abb. 9. Durchbiegungen des Versuchskessels 2 bei gewöhnlichem Betrieb.

rostung verursacht, welche die Risskanten zerstört hatte. Der Schaden war ganz in Übereinstimmung mit dem Schadensbild, welches man in steifen Krempen findet, die der Biegung und dem Ausrichten ausgesetzt sind.

Um dies zu verstehen, ist es notwendig, zu überlegen, welche Form der Boden annehmen muss. Die Bodenebene ist immer senkrecht auf die nach einem Kreis gekrümmte Achse des Oberkessels, und vollzieht sich die Krümmung frei, so wird der Krempenzylinder des Bodens, welcher für das Zusammennieten mit dem Mantel ausgebildet ist, seine Zylinderform nicht ändern. Im vorliegenden Fall zwingen die Rohre den unteren Teil des Mantels, sich geradlinig und wagrecht zu halten, wodurch sich der Winkel zwischen dem zylindrischen und dem kugelförmigen Teil des Bodens ändert. Dies in der Weise, dass er durch eine Aufwärtskrümmung grösser und durch eine Abwärtskrümmung kleiner wird.

Hier ist das durch den Dampfdruck am stärksten beanspruchte Material auch noch durch Wärmespannungen beeinflusst und es ist deshalb verständlich, dass der Bruch unten auftreten muss. Dies geschieht auch hier, wo der Oberkessel in Verbindung mit der steifen Kammer ist, eher als bei Sektionalkesseln, wo die Sektionen in senk-

Digitized by Google

rechter Richtung im Verhältnis zu einander gleiten können. Die Bedeutung des Mannlochs liegt darin, dass dessen eingedrückte Dichtungskante versteifend auf die Krempe wirkt, weshalb sich die Formänderungen nicht in der Krempe, sondern im Mantel vollziehen.

Die Bodenkrempen hatten nur kleine Krempungshalbmesser und wurden selbstverständlich durch neue Bodenformen ersetzt. Es ist jedoch zweifelhaft, ob die Schäden dadurch vermieden werden. Die Formänderungen müssen ja vor sich gehen und es ist zu erwarten, dass die Schäden nun an anderer Stelle auftreten werden. Tatsächlich sind nun im Jahre 1932 ernstliche Korrosionen im Mantel entlang der Bodenkanten aufgetreten.

Ich muss hier eine Bemerkungen über Krempenrisse machen. Untersuchen wir, an welchen nicht versteiften Böden Krempenrisse auftreten, so finden wir, — ich kenne jedenfalls keinen anderen Fall —, dass sie alle an solchen Böden wahrgenommen worden sind, wo der Mantel wagrecht angeordnet ist, und nie an solchen mit senkrechter Achse. Wir können deshalb die Ursache der Krempenrisse nicht in den durch den Dampfdruck verursachten Beanspruchungen allein suchen, denn sonst müsste ja beinahe dieselbe Prozentzahl gerissener Böden in beiden Fällen zu finden sein. Die Krempenrisse im Wasserraum sind meiner Erfahrung nach von weit ernsterer Art als die im Dampfraum. Die Krempen sind zuweilen im Wasserraum beinahe ganz durchgerissen, selbst wenn man im Dampfraum nur Spuren von Rissen findet. War dies nur der Einfluss des Dampfdrucks, so müssten sich Risse in allen Bodenkrempen finden und sich gleichförmig in der Krempe verteilen.

Die erste und innere Ursache der Krempenrisse ist in den Betriebsverhältnissen zu suchen und kann meiner Meinung nach nur durch Temperaturunterschiede im oberen und unteren Oberkesselteil seine Aufklärung finden.

In dem mit senkrechter Achse aufgestellten Kessel ist die Temperatur in einer wagrechten Ebene immer dieselbe. Die Beanspruchungen der Böden sind allein durch den Dampfdruck beziehungsweise durch den Wasserdruck während der Druckprobe verursacht. Deshalb sind die Blechdicken der alten Bodenform, welche durch die Gleichung

$$s = \frac{p \cdot r}{200 \cdot k}$$

bestimmt sind, genügend gross, und die Böden widerstehen der Beanspruchung sehr gut.

Bei Kesseln mit wagrechter Achse treten die Wärmespannungen als Sonderbeanspruchungen auf und vergrössern die Materialspannungen

Digitized by Google

bedeutend. Dort, wo die Dampfdruckspannungen ein Maximum haben, d. h. in der Krempe, werden die resultierenden Spannungen so gross, dass der Boden an dieser Stelle reisst.

Nun ist es wohl möglich, dass die neuen Bodenformen und Bodenstärken Krempenrisse verhindern, soferne nämlich die gesamte Beanspruchung in der Krempe genügend klein ist. Dadurch ist aber nicht ausgeschlossen, dass in einem anderen Teil des Kesselkörpers, selbst wenn neue Bodenformen verwendet werden, unzulässig hohe Beanspruchungen, die Schäden verursachen können, auftreten können — und auftreten müssen. Die durch die Temperaturunterschiede hervorgebrachten Formänderungen und die dadurch hervorgerufenen Spannungen treten dann nämlich an einer anderen Stelle auf, weil der stärkere und deshalb minder nachgiebige Boden sich nun nicht deformiert. Die Erfahrung hat mir gezeigt — was man auch durch Überlegung finden kann — dass die kritische Stelle unmittelbar ausserhalb der Bodenkante im Mantel liegt.

Es scheint mir deshalb, dass man die grössten Anstrengungen machen sollte, um die Umlaufverhältnisse in Dampfkesseln klarzulegen, und Konstruktionen zu finden, bei welchen die schädlichen Wärmespannungen auf ein Minimum beschränkt sind.

Versuchsreihe 3.

Diese Versuchsreihe wurde in derselben Kesselanlage wie Versuchsreihe 2 durchgeführt und ist als eine Parallele zu Versuchsreihe 2 aufzufassen. Der Kesseldruck ist 25 atü, die Heizfläche 1340 m², worin ein Überhitzer von 314 m², welcher nicht absperrbar ist, mitgerechnet ist. Die Rostfläche beträgt 33,4 m². Die Feuerungsanordnung ist als Wanderrost mit Unterwind ausgebildet und im Schornstein ist ein Saugzug eingebaut. Über dem Kessel ist ein Rauchgasvorwärmer angeordnet. Abb. 10 zeigt die Kesselkonstruktion und durch Vergleich mit Abb. 3 (Versuchsreihe 2) findet man, dass die Wirkungsweise der beiden Kessel recht verschieden ist. Während wir in Abb. 3 einen Umlauf haben, der dadurch charakterisiert ist, dass das Wasser vom Oberkessel durch die Vorderkammer die Rohre erreicht, dann durch diese und die Hinterkammer emporsteigt, um schliesslich durch die Vorlaufrohre wieder den Oberkessel zu erreichen, so haben wir hier folgenden Umlauf: Vom Oberkessel strömt das Wasser erst durch sechs Fallrohre nach dem Zirkulationsbehälter unten, aus welchem es aufwärtssteigend die Vorderkammer erreicht, welche wie die Hinterkammer hier im Gegensatz zu den Kammern in Abb. 3 aus Sektionen zusammensetzt ist; von der Vorderkammer geht das Wasser durch

Digitized by Google

das Rohrbündel nach den hinteren Sektionalkammern und aus diesen durch die Vorlaufrohre zurück nach dem Oberkessel. Der Hauptsache nach unterscheiden sich die zwei Bauarten dadurch, dass beim letzt-

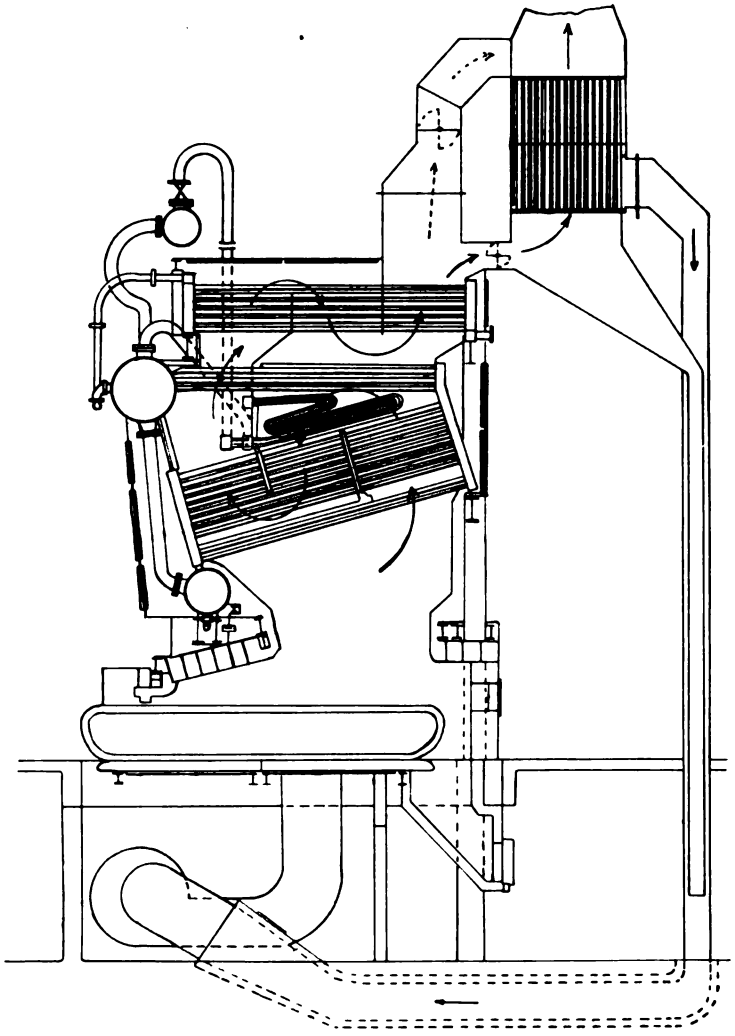


Abb. 10. Versuchkessel 3 — Sektionalkessel.

beschriebenen Kessel die Vorderkammer nicht in direkter Verbindung mit dem Oberkessel ist; weiters dadurch, dass im ersten Fall volle Wasserkammern angeordnet sind, während wir hier, bei Versuchsreihe 3, Sektionalkammern vorfinden, welche eine gewisse Nachgiebigkeit sowohl in der senkrechten, als auch in der Richtung der Wasserrohre gewährleisten.

Digitized by Google

Als Ziel der Versuchsreihe 3 war zu untersuchen, wieweit der Unterschied in den beiden Bauarten, d. h. des verschiedenen Umlaufes und der grösseren Elastizität im letzteren Fall, die Resultate beeinflussen.

Abb. 11 zeigt ein Diagramm, welches während des Anheizens vom kalten Zustand aufgenommen ist, wobei der Durchbiegungsmesser (Abb. 1) die Kurve aufgeschrieben hat.

Die Abbildung 12 gibt dieselben Auskünfte wie Abb. 2 und 5.

Der Schreibapparat gibt die Bewegungen des Messpunktes 10 mal vergrössert wieder. Auch hier stehen mir nur Druckbeobachtungen zur Verfügung und deshalb ist die T-Kurve nur in ihrem letzten Teil

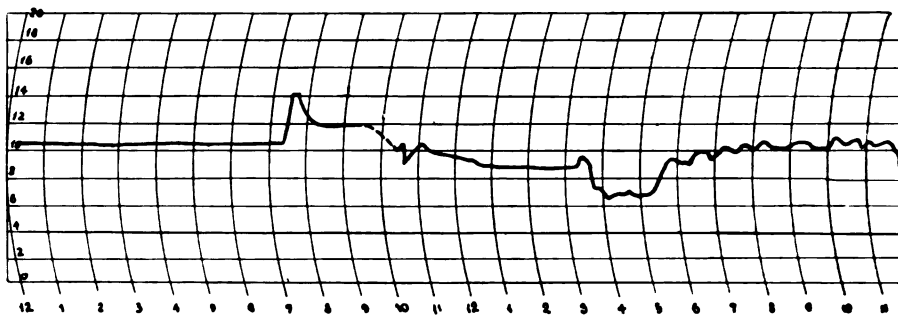


Abb. 11. Durchbiegungen des Versuchskessels 3 beim Anheizen.

bekannt. Vom Anheizen bis $10^h 38$ ist die T-Kurve durch folgende 4 Bedingungen bestimmt: 1) Sie geht aus von 25°. 2) Sie ist in ihrem ersten Teil geradlinig gezeichnet. 3) Ihr 100°-Wert ist gleich nach der letzten 1-ata-Ablesung eingetragen, und 4) Sie geht bis 105,4° — 1,25 ata entsprechend — um $10^h 38$, wobei diese Druckablesung unmittelbar vor diesem Zeitpunkte gemacht wurde. Damit ist die T-Kurve beinahe geometrisch bestimmt mit Ausnahme des Zwischenraumes von $10^h 38$ bis $11^h 00$, welcher später besprochen wird. Die t-Kurve ist mittels der T-Kurve und T — t bestimmt, welcher Temperaturunterschied nach Gleichung 6 berechnet ist.

$$\beta = 1{,}89$$

wobei der Wasserstand nach der Speisung 200 mm unter der Oberkesselmitte lag.

$$\alpha = 1/85000$$
$$r = 620 \text{ mm}$$
$$l = 6700 \text{ mm}$$
$$k = 1{,}3.$$

Die Gleichung wird hier

$$\gamma = \frac{1{,}89 \cdot (T - t) \cdot 6700^2}{2 \cdot 85000 \cdot \pi \cdot 620 \cdot 4} \cdot 1{,}3 = \frac{T - t}{12}.$$

Digitized by Google

Ich gehe nun das Anheizdiagramm durch. Zur äussersten Linken der Abb. 11 erkennt man den Einfluss der Füllung des Kessels mit Wasser. Der Kessel war zuerst bis 50 mm unter der Sohle des Oberkessels gefüllt und wurde mit Wasser von 135° gespeist. Wir kennen leider nicht die Temperatur, mit welcher das Wasser in den Kessel gelangte, weil es sich während des Durchganges durch den Rauchgasvorwärmer abgekühlt hat. Wir können jedoch sehen, dass es wärmer als der

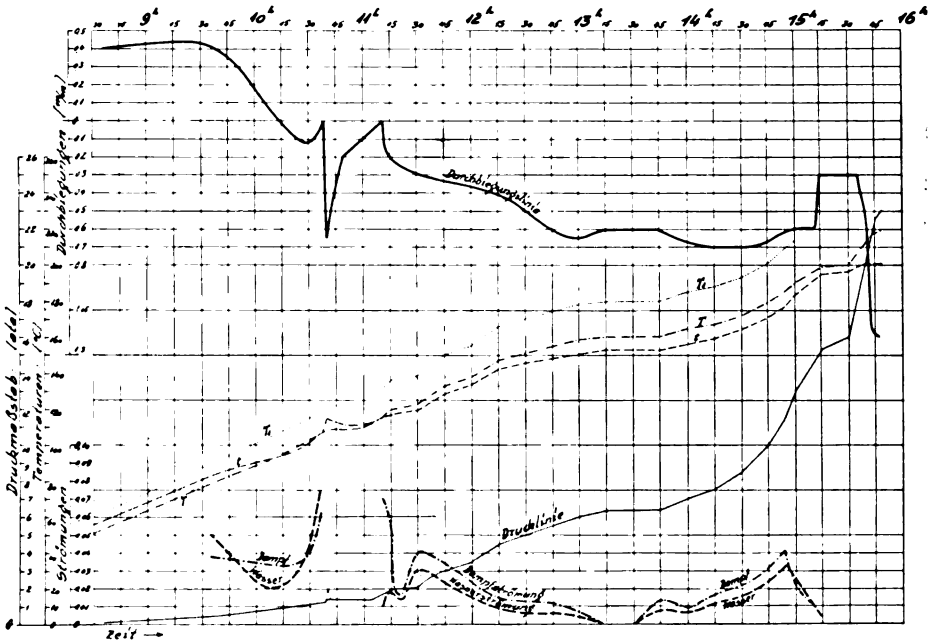


Abb. 12. Durchbiegungslinie, Temperatur-, Druck- und Strömungslinien des Versuchskessels 3 beim Anheizen.

Oberkessel war, da wir eine Aufwärtsbewegung des Schreibzeuges, d. h. eine Abwärtskrümmung feststellen konnten. Die Abwärtskrümmung beträgt 1,2 mm, einer Temperaturerhöhung des Oberkesselbleches von $1{,}2 \cdot 12 = 14{,}4^0$ entsprechend. Sonach hatte das Wasser beim Eintritt in den Oberkessel eine Temperatur von beinahe 40°, vorausgesetzt, dass keine wesentliche Erhöhung der Temperatur des Dampfraumes stattfand. Wahrscheinlich entspricht die steigende Linie der Einströmung des Wassers in den Oberkessel und die plötzliche Richtungsänderung ist vermutlich dadurch verursacht, dass das Einströmen aufhört.

Das Anheizen beginnt um 7^h35, und um 7^h45 finden wir wieder eine Richtungsänderung in der Durchbiegungskurve und zwar ein Fallen der Kurve vor, das einer Aufwärtsbewegung entspricht, d. h. wir

Digitized by Google

haben eine Verminderung des Temperaturunterschiedes zwischen Wasser und Dampf. Es ist anzunehmen, dass die Rauchgase die Luft-Dampfmischung in den zwei nicht wassergefüllten Vorlaufrohrreihen zwischen Hintersektionen und Querkessel erwärmen. Die Mischung expandiert, und strömt im den Querkessel. Gleichzeitig wird durch Verdampfung vom Wasserspiegel der Sektionen die Mischung erneuert, und die Strömung setzt sich fort. Wir müssen also eine Steigerung in der Temperatur des Dampfraums voraussetzen. Bald muss die Erwärmung des Kesselwassers eine Wasserströmung verursachen und die Dampfströmung verstärken.

Wir wissen nicht, ob diese Strömungen zusammengehörig sind, d. h. ob beide durch die Vorlaufrohre gehen, in welchem Fall wir die Strömungsgleichungen benutzen können, was doch das Wahrscheinlichste ist, oder ob sie teils durch die Vorlaufrohre und teils durch die Fallrohre zwischen Zirkulationsbehälter und Querkessel gehen; sie verursachen jedenfalls einen Temperaturausgleich im Querkessel, bis die Durchbiegungslinie ein Minimum erreicht um ca. $8^h 40$, welches mit einer zehnminutigen Verstärkung des Feuers zusammentrifft. Vielleicht ist die schwache Steigung der Durchbiegungskurve von da an durch diese Feuerverstärkung zu erklären.

Die Strömungen lassen sich unter der ersten Voraussetzung berechnen; die Verhältnisse liegen jedoch nicht so einfach wie beim gewöhnlichen Anheizen, weil der stationäre Temperaturzustand, der ein längeres Stilliegen des Kessels mit sich führt, nicht vorhanden ist.

Um $9^h 43$ (Abb. 12) beginnt Dampf durch den Lufthahn zu entweichen, was wohl einer Verstärkung des Feuers von $9^h 35$ bis $9^h 45$ zugeschrieben werden muss. Beinahe gleichzeitig findet sich an der Durchbiegungslinie wieder eine wagrechte Tangente vor.

Unmittelbar hernach setzt die Kurve aus — die Feder hat nicht geschrieben — und wir kennen nicht den genauen Verlauf. Aus anderen Diagrammen kann man sehen, dass die Kurve hier kontinuierlich verlaufen muss. Das fehlende Kurvenstück muss eine Wendetangente aufweisen, wie ich es auch im Diagramm punktiert eingezeichnet habe. Wahrscheinlich verursacht die Verstärkung des Feuers eine Strömung im Kessel und ich rechne $9^h 35$ als Beginn der Strömung. Diese Strömung wirkt ausgleichend im Oberkessel, die Durchbiegungslinie schneidet die Nullinie um ca. $10^h 13$, die Aufwärtskrümmung wird durch eine Abwärtskrümmung ersetzt, und wir erreichen um $10^h 30$ ein Minimum der Durchbiegungslinie, was mit einer eigenartigen Änderung in der Höhenstellung zusammenhängt.

Um $10^h 38$ (Abb. 13) wurde eine plötzliche Drucksteigerung bis 2 ata beobachtet, welche sofort wieder zurückging. Gleichzeitig damit regi-

Digitized by Google

strierte der Schreibapparat eine merkwürdige Veränderung in der Höhenstellung des Messpunktes. Dieser hatte sich von $10^h 30$ an etwas (0,12 mm) nach abwärts bewegt, stieg plötzlich um 0,7 mm, um sich unmittelbar hernach etwas langsamer, um ebenso viel wieder zu senken, so dass er um $11^h 10$ seine Höhenstellung von $10^h 38$ wieder erreichte.

Der englische Monteur war mit dieser Drucksteigerung sehr gut bekannt, — er sagte, eine Luftblase hätte sich vom Überhitzer in den Oberkessel bewegt. Wir wollen nun diese Erklärung mit Hilfe der Durchbiegungskurve überprüfen.

Wir sehen aus Abb. 10, auf welche Weise der Überhitzer in den Dampfkreislauf eingeschaltet ist: Der Dampf tritt aus dem Oberkessel, strömt zum ersten unteren Sammelkasten des Überhitzers und durchströmt die erste Hälfte des Rohrsystems. Dann kehrt er im oberen Kasten um und durchströmt die zweite Hälfte der Rohrschlangen bis in den unteren Sammelkasten, um aus diesem durch eine Verbindungsleitung den Dampfsammler zu erreichen, welcher in unabsperrbarer Verbindung mit dem Oberkessel steht.

Der Überhitzer bildet also ein aufwärtsgerichtetes U-Rohr, in welchem eine Luftmenge durch Kondenswasser sehr leicht abgesperrt werden kann. Die Höhe dieses Wasserverschlusses bestimmt den Druck, bei welchem die Ausströmung stattfindet. Diese Höhe ist hier 2,5 m und ein Ausströmen aus dem Überhitzer wird also eintreten, wenn der Druck im Überhitzer den Dampfdruck um $^1/_4$ at übersteigt. Unmittelbar vor der plötzlichen Drucksteigerung haben wir $\frac{1}{4}$ atü abgelesen, was also, falls wir diese als eine Folge der Ausströmung annehmen wollen, bedeutet, dass der Druck im Überhitzer $\frac{1}{4}$ at höher ist, also 1,5 ata.

Denken wir uns nun im Überhitzer eine Luft- oder Dampfmenge abgesperrt, so wird diese während des Anheizens durch die Rauchgase erwärmt und expandiert, indem sich gleichzeitig auch die Drucksteigerung vollzieht. Durch die Expansion wird das Wasser im unteren Teil des Überhitzers in das Verbindungsrohr vom Überhitzer zum Dampfsammler gedrückt, wobei das überflüssige Wasser durch den Dampfsammler den Oberkessel erreicht, bis der Druck im Überhitzer die der Wasserverschlusshöhe entsprechende Grösse hat. Nun wird der Wasserverschluss durchbrochen, das Wasser wird in den Kessel geschleudert, und es vollzieht sich ein Druckausgleich zwischen dem Dampf-Luft-Gemisch im Oberkessel und der im Überhitzer abgesperrt gewesenen Luftmenge.

Soweit ich sehe, liegen hier nicht die notwendigen Beobachtungen vor, wonach dieser Vorgang exakt aufgeklärt werden könnte; es ist jedoch erforderlich, eine Aufklärung in Einzelheiten zu versuchen und

Digitized by Google

ich habe deshalb diesen Teil der Abb. 12 in grösserem Masstab eingezeichnet (Abb. 13).

Die Drucksteigerung bis 2 ata ist — strichpunktiert — eingezeichnet. Sie ist nur augenblicklich — um $10^h 45$ ist wieder $\frac{1}{4}$ atü abzulesen. Sie hat daher nichts mit der Dampfdrucksteigerung im Oberkessel zu tun. Man sieht aus Abb. 13, dass die Durchbiegungslinie auf der Strecke AB von ca. $10^h 30$ an steigend ist. Wir erkennen also eine

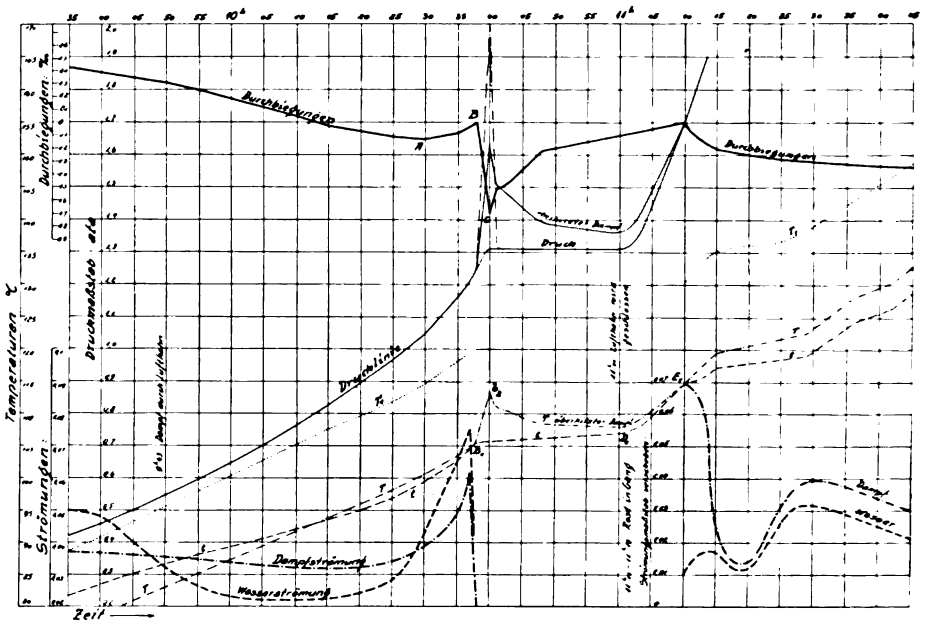


Abb. 13. Durchbiegungslinie, Temperatur-, Druck- und Strömungslinien des Versuchskessels 3 beim Anheizen. Druckausgleich des Überhitzers.

Verminderung der Durchbiegungen, einer Verminderung der Temperaturunterschiede entsprechend; der Dampfdruck ist langsam steigend, und eine plötzliche Verminderung der Dampftemperatur ist deshalb nicht zu erwarten. Wir müssen deshalb annehmen, dass eine im Verhältnis zu der y-Strömung recht grosse x-Strömung besteht.

Um $10^h 38$ finden wir eine Diskontinuität in der Durchbiegungslinie, einer Abwärtsbewegung von 0,7 mm entsprechend und zusammenfallend mit der plötzlichen Druckzacke. Es ist anzunehmen, dass wir hier eine Änderung im Temperaturzustand des Dampfraumes haben 1) verursacht durch die Druckzacke und 2) weil eine Abkühlung des Wasserraumes — wie ich vielleicht sagen darf — undenkbar ist. Die Krümmung entspricht ca. $8{,}4^0$ Erwärmung des Dampfes im Laufe von ca. 2 Minuten, welche wie ein Stoss auftritt. Eine plötzliche

Digitized by Google

Bildung von hochgespanntem Dampf ist ausgeschlossen und wir müssen natürlich an den Überhitzer denken und mit dem englischen Monteur gleicher Meinung sein: eine Luft- oder Dampfblase ist vom Überhitzer in den Dampfraum gegangen.

Wie gesagt muss der Druck im Überhitzer $\frac{1}{2}$ atü sein.
Der Druck im Dampfraum ist $\frac{1}{4}$ atü.
Der Rauminhalt des Überhitzers ist 2600 l.
Der Inhalt des Dampfraumes ist 7000 l.

Der resultierende Druck im Dampfraum wird dann:

$$p = \frac{7000 \cdot 1{,}25 + 2600 \cdot 1{,}5}{7000 + 2600} = 1{,}32 \text{ ata.}$$

Damit ist die höchstmögliche Wassertemperatur bestimmt als die dem Druck von 1,2 ata entsprechende, d. h. ca. 107°.

In Abb. 13 ist um 11^h00 diese Temperatur als Wassertemperatur (Punkt D_1) angegeben, wobei eine lineare Veränderung der Wassertemperatur zu Grunde gelegt ist.

Aus der Durchbiegung von 0,65 mm ist der T-Punkt um 10^h40 — b_2 — bestimmt mit 105,4 + 8,4 = 113,8°, und nun können die Kurventeile B_1D_1 und B_1b_2 gezeichnet werden.

Es ist nun möglich, die obige Voraussetzung zu prüfen.

Wir nehmen an, dass das Mariotte-Gay Lussac'sche Gesetz Anwendung finden kann. Bei Beginn des Anheizens befindet sich im Überhitzer eine Dampfmenge, deren Temperatur 25° und deren Druck 1 ata ist. Während des Anheizens erwärmt sich diese Dampfmenge, bis ihr Druck 1,5 ata ist. Wir setzen voraus, dass diese Erwärmung ohne Expansion vor sich geht, d. h. es wird davon abgesehen, dass eine gewisse Wassermenge in den Wasserverschluss gedrückt wird und können dann die Temperatur aus der Gleichung

$$\frac{p_0}{r_0} = \frac{p_1}{r_1}$$

bestimmen, worin

$$p_0 = 1{,}0, \quad r_0 = 273 + 25 = 298, \quad p_1 = 1{,}5,$$

ferner p_0 und p_1 der Druck und r_0 und r_1 die absoluten Temperaturen der Dampfmengen bei den zwei Zuständen sind.

Daraus findet man:

$$r_1 = \frac{1{,}5 \cdot 298}{1{,}0} = 448^0 \text{ abs.}$$

Digitized by Google

Beim Ausgleich ist also eine Luftmenge, deren Temperatur 175°, und deren Druck 1,5 ata ist, im Überhitzer abgesperrt. Diese Luftmenge expandiert von 1,5 auf 1,32 ata und mischt sich mit dem Dampf im Dampfraum = 7000 l.

Die grösstmögliche Temperatur des Dampfraumes wird erreicht, wenn eine vollständige Mischung eintritt, was wir jedoch nicht erwarten können, da sich die zwei Dampfmengen in verschiedenen Räumen befinden, welche nur durch eine verhältnismässig enge Leitung verbunden sind. Diese maximale Temperatur können wir bestimmen durch die Gleichung

$$\frac{2600 \cdot 1{,}5}{448} + \frac{7000 \cdot 1{,}25}{378} = + \frac{9600 \cdot 1{,}32}{r}$$

worin r die Mischungstemperatur ist. Daraus findet man

$$r = 400^0 \text{ abs.},$$

einer Mischungstemperatur von 127° C entsprechend.

Die niedrigstmögliche Temperatur finden wir, wenn wir nur ein Überströmen der durch Expansion im Überhitzer überflüssigen Luftmenge in den Dampfraum voraussetzen.

Im Überhitzer befinden sich 2600 l Dampf mit einer Temperatur von 175° und einem Druck von 1,5 ata, der sich — wie ich voraussetze — adiabatisch ausdehnt, bis der Druck auf 1,32 ata gesunken ist. Wir haben:

$$p_0 \cdot v_0^k = p_1 \cdot v_1^k$$

worin

$$k = 1{,}3$$

gesetzt wird,

der Anfangsdruck $p_0 = 1{,}5$ ata
der Enddruck $p_1 = 1{,}32$ ata

und

der Rauminhalt $v_0 = 2600$ lit

ist.

Hiedurch haben wir

$$1{,}5 \cdot 2600000^{1{,}3} = 1{,}32 \cdot v_1^{1{,}3}$$

und also den schliesslichen Rauminhalt

$$v_1 = 2988 \text{ lit.}$$

Die nach der Expansion herrschende Temperatur wird bestimmt durch die Gleichung

$$r_0 \cdot v_0^{k-1} = r_1 \cdot v_1^{k-1},$$

worin

Digitized by Google

$k = 1{,}3$
$r_0 = 448$ die Anfangstemperatur
$v_0 = 2600 \cdot 10^3$ der Anfangsrauminhalt
$v_1 = 2988 \cdot 10^3$ die Endrauminhalt
$r_1 =$ die Endtemperatur,

welche also bestimmt ist durch

$$448 \cdot 2600000^{0,3} = r_1 \cdot 298800000^{0,3}.$$

Hieraus ist

$$r_1 = 429^0$$

entsprechend einer Dampftemperatur von 156°.

Vom Überhitzer strömen also 388 l von 156° Temperatur in den Dampfraum und mischen sich mit den dort befindlichen 8800 l von 105,4°. Die Temperatur des Gemisches findet man durch den Ansatz:

$$\frac{7000}{378{,}4} + \frac{388}{429} = \frac{7388}{r}$$

worin

$$r = 380,$$

der Minimumsgrenze von 107° entsprechend.

Wir haben früher den T-Punkt um $10^h 40$ bestimmt und fanden 113,4°, welche Temperatur zwanglos zwischen den hier bestimmten Grenzen 123° und 107° liegt.

Ganz dieselbe Berechnung können wir unter der Voraussetzung durchführen, dass der Überhitzer atmosphärische Luft einschliesst. Wir müssen dann nur $k = 1{,}4$ benutzen, und finden, das spezifische Gewicht des Dampfes im Verhältnis zu Luft mit 0,62 gesetzt, die Grenzen mit 121° und 110°, also — was auch zu erwarten war — beinahe dieselben wie oben gefunden.

Ich meine, daher sagen zu können, dass die eigentümliche Durchbiegung um $10^h 38$ durch einen Ausgleich zwischen dem Dampf im Dampfraum und einer Blase von Luft oder überhitztem Dampf verursacht ist, welche sich vom Überhitzer in den Dampfraum bewegt hat, und dass dieser Ausgleich auch wahrscheinlich ist.

Von $10^h 40$ bis $11^h 10$ ist die t-Linie eingezeichnet. Punkt E_1 ist ein Doppelpunkt der T- und t-Linien, weil die Durchbiegung da Null ist. Im ersten Teil ist die t-Linie geradlinig und so eingezeichnet, dass sie um $11^h 00$ durch 107° geht. Später ist sie steigend gezeichnet bis 114,6° um $11^h 10$, der dem damals beobachteten Druck entsprechenden Temperatur. Die T-Linie ist dann mit Hilfe der durch die beobachteten Durchbiegungen bestimmten Temperaturunterschiede festgelegt. Sie muss sich kontinuierlich fortsetzen, indem sie durch die zwei

Digitized by Google

Druckbeobachtungen um $11^h 10$ und $11^h 15$ bestimmt und dadurch ihre Richtung unmittelbar vor D bekannt ist. Dadurch kennt man auch die Richtung der t-Linie unmittelbar vor D, weil die Unterschiede T — t aus den Durchbiegungen gefunden werden können.

Wir haben in diesem Zeitraum den Fall, dass der Dampf eine höhere Temperatur hat als die, welche dem Druck entspricht — der Dampf ist überhitzt. Auch der Druck — 1,32 ata — ist höher als der dem Feuerzustand entsprechende, weil er durch Zuströmen von hochgespanntem Dampf beeinflusst ist. In dem Augenblick, da dieser Dampf in den Oberkessel einströmt, werden die thermischen Verhältnisse im Kessel mit einem Schlag verändert, indem die y-Strömungen, ganz plötzlich, weil zu hoher Druck im Oberkessel ist, aufhören. Man hat einen so hohen Druck im Oberkessel, wie 2 ata momentan, beobachtet. Dies ist aber kein wirklich auftretender Druck, denn dieser kann hier 1,32 ata nicht übersteigen; es ist nur ein Ausschlag des Druckmesserzeigers, welcher dadurch verursacht ist, dass der Druckstoss so plötzlich kommt. Der Druck von 1,32 ata verschwindet selbstverständlich auch nicht plötzlich, — der Dampf kann ja nur durch den Lufthahn entweichen. Die y-Strömungen im Kessel können nicht wieder auftreten, ehe der Druck im Oberkessel diejenige Grösse hat, welche der Wassertemperatur entspricht.

Eine Wasserströmung ist jedoch denkbar und sogar wahrscheinlich, weil die Wassertemperatur nach $10^h 38$ steigend ist. Wir kennen nicht die Temperatur des strömenden Wassers, welche vermutlich grösser als der letztbestimmte T_1 Wert ist. Benutzen wir den letztgefundenen Wert von $T_1 - t = 15{,}6$, so finden wir einen Maximalwert der x-Strömungen, welcher 0,003 ist. Die x-Strömungen in diesem Zeitraum sind also ganz klein.

Wir wissen aus den Druckbeobachtungen, dass die Drucksteigerung zwischen $11^h 00$ und $11^h 10$ beginnt, dass sie stark steigend ist, und können deshalb die Drucklinie für diese Zeit einzeichnen, was ich in Abb. 13 gemacht habe, indem ich vom Druck 1,32 ata ausging. Ich habe dann vorausgesetzt, dass kein Druckabfall im Oberkessel stattfand und dass eine Steigerung der Temperatur des Oberkesselwassers durch Strömungen in den Fallrohren eingetreten ist. Wahrscheinlich entsprechen beide Voraussetzungen den Tatsachen.

Unserer Voraussetzung gemäss haben wir also um $11^h 00$ einen Dampfdruck von 1,32 ata, eine Wassertemperatur von 107^0 und eine Dampftemperatur, die sich nach der Durchbiegungslinie mit 108^0 ermittelt und nun beginnen die Strömungen mit einem Dampf-Wassergemisch von 107^0 C. Der einströmende Dampf hat also eine Temperatur, die niedriger als die des Dampfes im Oberkessel ist, und dieser wird

Digitized by Google

abgekühlt, während die einströmenden Dämpfe gleichzeitig erwärmt werden; wir erreichen um $11^h 10$ den Augenblick, wo Gleichgewicht zwischen Wasser und Dampf im Oberkessel herrscht.

Es ist aus Obenstehendem verständlich, dass die Temperaturlinien zwischen $10^h 38$ und $11^h 10$ nicht exakt sind. Ihr näherungsweise eingezeichneter Verlauf dürfte aber ihre Charakteristik ziemlich genau wiedergeben.

Ich habe gesagt, dass die Strömungen wahrscheinlich bald nach dem Anheizen beginnen, und dass sie unter der Voraussetzung sich berechnen lassen, dass sie zusammengehörig sind. Wir finden dann, dass sich beide schnell vergrössern, indem die x-Strömungen grösser als die y-Strömungen sind, und dass sie ein Maximum um $8^h 40$ erreichen, wo $x = 0{,}09$ und $y = 0{,}05$ sind — also recht grosse Werte, welche durch den Temperaturausgleich bedingt sind. Beide Strömungen sind danach abnehmend und erreichen um $9^h 35$ $x = 0{,}05$ und $y = 0{,}037$. Während sich die y-Strömungen bis auf ein Minimum von 0,32 um $10^h 15$ langsam vermindern, nehmen auch die x-Strömungen ab, bis sie beinahe zum selben Zeitpunkte ein Minimum von 0,02 erreichen.

Dies erklärt die Verminderung der Abwärtskrümmung, da die Strömungen den Temperaturunterschied zwischen Wasser- und Dampfraum vermindern und zwar derart, dass die Wassertemperatur geringer als die Dampftemperatur wird. Wir sehen auch, dass die Strömungen die Verminderung der Durchbiegung erklären, indem sie nach ihren Minima steigend sind, und zwar so, dass die x-Strömungen sehr stark ansteigen und grösser als die y-Strömung werden. Die y-Strömungen hören um $10^h 38$ auf, da sie durch die Druckerhöhung im Dampfraum ins Stocken geraten. Wir erreichen im Stockpunkt Strömungen von ca. 0,06 für die y- und 0,075 für die x-Strömung.

Um $11^h 00$ — wann die Drucksteigerung beginnt — ist die Wassertemperatur 107^0, die Temperatur im Dampfraum $108{,}2^0$, und der Druck hier 1,32 ata. Weil wir nun eine Drucksteigerung finden und damit eine Steigerung sowohl der Wasser- wie der Dampftemperaturen, findet sich sowohl eine x- als eine y-Strömung vor; wir haben aber keine Möglichkeit, diese Strömungen zu bestimmen, da der Druck im Dampfraum nicht durch die Strömungen allein bestimmt ist. Indem der Dampf, welcher in den Dampfraum strömt, sich mit der überhitzten Mischung im Dampfraum mischt, steigt seine Temperatur, und die Dämpfe sind nicht mehr gesättigt. Dies wird erst um $11^h 10$ geschehen, denn dann ist die Temperatur im Wasserraum und im Dampfraum gleich gross, weil die Ordinate der Durchbiegungslinie Null ist.

Um $11^h 10$ gibt die Durchbiegungslinie eine recht plötzliche Auf-

Digitized by Google

wärtskrümmung des Querkessels an, einer Erwärmung des Querkesselwassers entsprechend. Die Strömungen vergrössern sich recht plötzlich, was auch die Diskontinuität in der t-Linie anzeigt, und die y-Strömungen haben einen so hohen Wert wie 0,07. Es ist augenscheinlich das Schliessen des Lufthahnes in Verbindung mit der zwischen 11^h10 und 11^h15 durchgeführten Verstärkung des Feuers, welches diese Umstände bedingt.

Im Zeitraum von 10^h38 bis 11^h00 war nur eine ganz geringe Strömung, während die Erwärmung des Kessels natürlich vor sich ging, und man muss annehmen, dass das Kesselwasser eine recht hohe Temperatur angenommen hat. Es ist deshalb verständlich, dass die Strömungen recht plötzlich beginnen und recht schnell hohe Werte erreichen, um sich dann ebenso plötzlich wieder zu vermindern. Das Ganze macht den Eindruck eines Strömungsstosses. Die Strömungen im Kessel werden künstlich zurückgehalten.

So entsteht nun plötzlich die grosse Strömung.

Die Drucksteigerung wird von dem Kesselwärter missverstanden, er vermindert die Feuerung, und muss sie um 11^h55 wieder verstärken.

Nun geht die Erwärmung des Kessels in den folgenden Stunden (Abb. 12) langsam und regelmässig vor sich, in der ersten Zeit mit einer kleinen Durchbiegungsvergrösserung verbunden, welche 4,4 mm beträgt, $5{,}3^0$ entsprechend. Sowohl die Druckerhöhung wie das Feuer ist regelmässig und zunehmend bis ca 13^h00. Von 13^h15 bis 13^h45 ist der Druck und die Temperatur konstant und die Strömungen werden Null. Um 13^h15 entdeckt der Kesselwärter, dass das Feuer niedergebrannt ist, er verstärkt es und wir sehen von 13^h45 bis 15^h15 eine grosse Drucksteigerung von ca. 6 bis auf 16 ata, ohne jedoch eine wesentliche Änderung im Krümmungszustand zu bemerken.

Im ganzen Zeitraum von 11^h10 an haben wir Beobachtungen, aus welchen wir die Strömungen berechnen können und finden, dass die x- und y-Strömungen einander entsprechen und dass die x-Strömungen geringer als die y-Strömungen sind. Sie nehmen, wie gesagt, bis Null um 11^h30 ab, um bis 14^h50 wieder zu steigen, wo sie die Werte 0,04 und 0,03 erreichen. Danach nehmen sie wieder ab.

Um 15^h10 wird ein Ausblasen des Kessels vorgenommen und etwas später, um 15^h24, wird der Überhitzer ausgeblasen. Es scheint, dass das Ausblasen des Überhitzers, wie zu erwarten ist, ohne Einfluss auf die Durchbiegungslinie ist, während das Ausblasen des Kessels eine Verminderung der Aufwärtskrümmung verursacht, einem Ausgleich des Temperaturunterschiedes entsprechend. Die Durchbiegungsänderung von 0,3 mm entspricht einem Ausgleich von $3{,}6^0$.

Um 15^h30 wird eine Ausgleichsleitung zwischen dem Kessel und

Digitized by Google

einer Dampfleitung mit 23 bis 24 ata geöffnet, weshalb der Druck im Kessel schnell von 16 auf 23,5 ata steigt. Während der hochgespannte Dampf in den Kessel strömte, bewegte sich der Messpunkt um 0,9 mm nach aufwärts, was eine Erhöhung des Temperaturunterschiedes um 10,8° bedeutet, während die Drucksteigerung einer Temperaturerhöhung im Dampfraum von ca. 19° entspricht. Wir haben also keine Übereinstimmung, was auch nicht zu erwarten war, denn ein so plötzlicher Dampfeinlass ist nicht möglich, ohne dass sich ein grosser Teil des Dampfes mit dem Wasser mischt und dadurch eine erhebliche Steigerung der Wassertemperatur verursacht. Das Wasser musste also um 6 bis 7° wärmer werden.

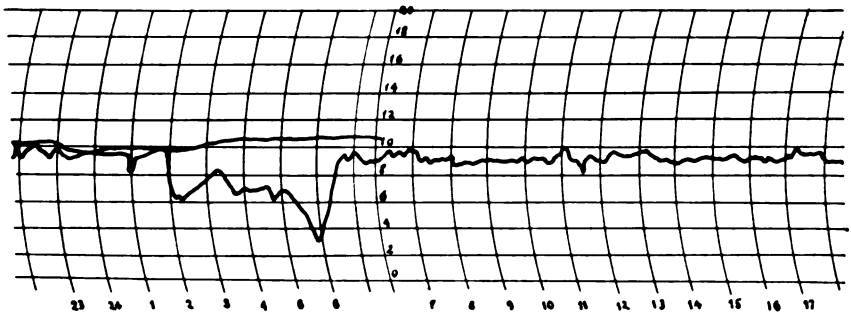


Abb. 14. Durchbiegungen des Versuchskessels 3 beim Anheizen.

Um 18h15 geht der Kessel in Betrieb, zu welchem Behufe das Feuer verstärkt wird. Dies kennzeichnet sich dadurch, dass ein Temperaturausgleich im Oberkessel stattfindet.

Ich gebe unten ein paar Diagramme.

Abb. 14 gibt ein Anheizdiagramm des Kessels wieder, welcher während 24 Stunden ohne Feuer ruhig gestanden hatte. Das Anheizen war um 23h45 durchgeführt, das Feuer wurde um 5h30 verstärkt, weil der Kessel in Betrieb gehen sollte, nachdem er seit dem Anheizen mit gedecktem Feuer gelegen hatte und um 6h30 wurde das Absperrventil geöffnet. Wir haben leider nur wenige Beobachtungen zur Hand. Dieses Bild macht aber einen ernsteren Eindruck als das beim vorbesprochenen Anheizen, da der Kessel während der ganzen Anheizzeit mit einer Aufwärtskrümmung liegt, welche in ihrem Maximum 2,6 mm — einem Temperaturunterschied von 31° entsprechend — beträgt. Das Bild erinnert übrigens sehr an die besprochene Abb. 11. Um 1h00 zeigt sich eine Zacke, welche ich mir durch die Bewegung einer Dampfblase aus dem Überhitzer entstanden denke, obgleich sie nicht vollständig ausgebildet ist. Auch die um 11h16 (Abb. 13) beobachtete Abwärtskrümmung ist hier um

Digitized by Google

ca. $1^h 50$ zu sehen. Sie ist stärker und vielleicht auch plötzlicher kommend und der Verlauf des Kurventeils $1^h 50$ bis $5^h 30$ ist vielleicht unregelmässiger als auf Bild 11. Die Ursache der Unregelmässigkeiten ist mangels Beobachtungen nicht zu finden, man darf möglicherweise annehmen, dass die grosse Aufwärtskrümmung — die grosse Zacke um $6^h 00$ — durch das Öffnen der Ausgleichsleitung am Hauptabsperrventil verursacht war, wodurch Dampf von der Dampfleitung in den Kessel, ganz wie im letzten Fall, eingeströmt ist.

Abb. 15 zeigt ein Diagramm, welches während des täglichen Betriebes aufgenommen ist. Man erkennt den Einfluss des Ausser- und

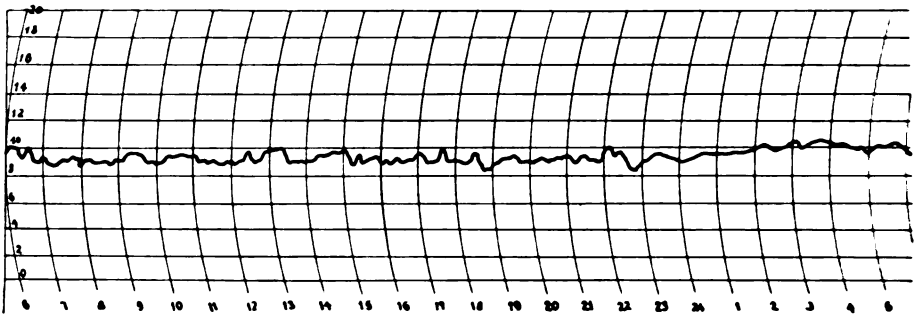


Abb. 15. Durchbiegungen des Versuchskessels 3 bei gewöhnlichem Betrieb.

des Inbetriebsetzens des Kessels und die Krümmungsänderungen während des Betriebes. Ausserdem sieht man, dass der Kessel während des Betriebes grössere Aufwärtskrümmungen als im abgestellten Zustand erleidet.

Vergleichen wir nun die zwei in den Versuchsreichen 2 und 3 behandelten Kesseltypen, so ist es erforderlich, zu untersuchen, ob die aus dem Durchbiegungsdiagramm gefundenen Durchbiegungen eine Folge der Type sind, oder ob sie durch irgendwelche fehlerhafte Handhabungen verursacht sind.

Betrachten wir zuerst die letzte Versuchsreihe, so finden wir die zwei grössten Durchbiegungen um $7^h 30$, verursacht durch Speisung mit Wasser, dessen Temperatur zu hoch war, und um $15^h 30$, als der Kessel in Verbindung mit der Dampfleitung gesetzt wurde, welche Dampf von ca. 19^0 Übertemperatur gegenüber dem Kesseldampf, führte. Diese beiden Fehler sind durch vernünftige Handhabung vermeidbar, wodurch sich die Durchbiegungen zwischen $+ 0{,}4$ und $- 0{,}8$ mm gruppieren würden.

Die Zacke um $10^h 38$ ist durch eine Änderung der Überhitzerver-

Digitized by Google

bindungen vermeidbar und es ist verständlich, dass sich dieser Kesseltyp regelmässig ohne wesentliche Durchbiegungsänderungen anheizen lässt.

Betrachten wir dann Versuchsreihe 2, so finden wir die zwei gefährlichsten Durchbiegungen mit 1,1 mm und 1,6 mm um $10^h 56$ bis $12^h 05$ und um $12^h 30$ bis $13^h 14$. Beide sind durch den Kesseltyp verursacht, und können daher nicht vermieden werden.

Da die Schadensgefahr infolge der Durchbiegungen einesteils nur dann eintritt, wenn diese ein gewisses Mass übersteigen, andernteils sehr stark steigend mit der Durchbiegungsgrösse ist, erscheint es verständlich, dass der Typ, der Versuchsreihe 2 zu grunde liegt, weit früher schadhaft wird als der Typ der Versuchsreihe 3, der vielleicht gar nicht dieser Gefahr ausgesetzt ist, soferne wenigstens die Durchbiegungen unter der Schadensgrenze bleiben.

Hiezu kommt, dass der Typ des Versuches 2 mit seinen Vollkammern und der steifen Verbindung derselben mit dem Oberkessel schon äusserlich eine gewisse Schadensgefahr in sich birgt, was beim Typ-Versuch 3 nicht der Fall ist. Es ist augenscheinlich, welche Bedeutung dem kleinen Gestaltsunterschied (vergl. Abb. 3 und Abb. 10), zukommt.

Es war leider nicht möglich, bei Versuchsreihe 2 und 3 einen Einfluss des Ovalwerdens der Oberkessel auf die Beanspruchungen, wenn auch nur schätzungsweise, festzustellen. Auch nicht, ob in Versuchsreihe 3 durch die 6 Fallrohre ein solches Ovalwerden des Oberkessels überhaupt eintritt.

Versuchsreihe 4.

Guilleaume hat[3] geschrieben:

»Die Messung ergab bei der vorderen unteren Trommel eine mit steigendem Druck zunehmende geringe Abflachung der Kreisform. Einer starken Änderung des Kesseldruckes entspricht eine sprunghafte Änderung des Durchmessers.« Guilleaumes Versuch wurde an einem Garbekessel vorgenommen, und ich war der Ansicht (Heft 292 S. 9), dass die Durchmesseränderungen, die Guilleaume gefunden hat, durch Beanspruchungen verursacht werden, welche durch die Wasserrohre entstehen.

Da ich Gelegenheit hatte, Durchbiegungsmessungen an einem 3-Trommel Stirling Kessel vorzunehmen und diese Frage auch in Versuchsreihe 2 angeregt wurde, beschloss ich, das Messgerät derart zu vervollständigen, dass es auch die Ovalität der Trommel registrieren könnte. Abb. 16 zeigt das Messgerät und es ist daraus ersichtlich,

[3] Z. d. V. d. I., 1924 S. 255 u. 256.

Digitized by Google

dass es mit zwei Schreibfedern ausgerüstet ist. Von diesen beiden Federn registriert die eine, welche mit dem Mittelpunkt der oberen Erzeugenden des Mantelzylinders in Verbindung ist, die Bewegungen dieses Punktes, während die andere, welche mit dem Mittelpunkt der unteren Erzeugenden verbunden ist, die Bewegungen dieses Punktes registriert.

Um die Verbindungsstange hier dampfdicht durch den oberen Teil des Mantels zu führen, wurde eine Stopfbüchse angeordnet. Um zu verhindern, dass die aufgeschriebenen Linien zusammenliefen, wurden

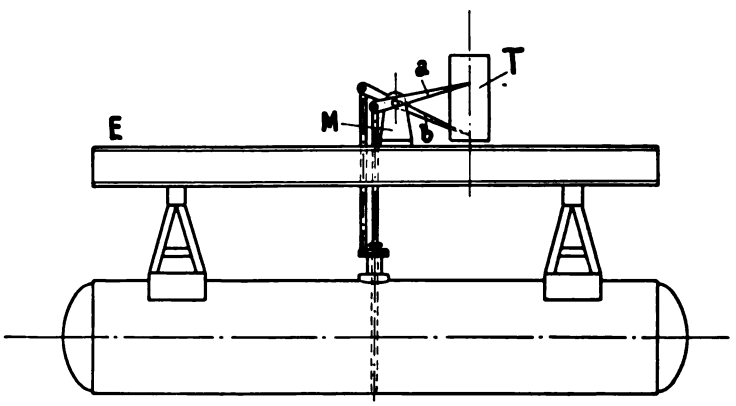


Abb. 16. Versuchsanordnung zur Messung der Formänderungen und Ovalitäten.

die Schreibstellen auf der Trommel um ca. 180° versetzt; beide registrierten die Bewegungen so, dass eine Aufwärtsbewegung des Messpunktes als eine Schreibstiftbewegung in zwölffacher Grösse nach abwärts wiedergegeben wurde.

Der Kessel war in Übereinstimmung mit den Original-Zeichnungen der Stirling Boiler Co. hier in Kopenhagen gebaut (siehe Abb. 17) und hat eine Heizfläche von 1270 m² worin ein Überhitzer von 209 m², welcher nicht absperrbar ist, mitgerechnet ist. Der Kesseldruck ist 12,5 atü. Der Kessel besteht aus zwei Obertrommeln und einer Untertrommel, welche durch 82,5 mm Rohre miteinander verbunden sind. Der Dampf wird von einem Dampfsammler abgenommen, der in Verbindung mit der hinteren Obertrommel steht. Das Messgerät war auf die vordere Obertrommel montiert. Sowohl der Dampfsammler als auch die vordere Obertrommel waren mit Lufthähnen ausgerüstet, welche beide während des ersten Teiles des Versuches offen standen. Durch ein Thermometer im Lufthahn der vorderen Obertrommel war es möglich, die Luft- und Dampftemperaturen in dieser Obertrommel zu bestimmen. Die Feuerungsanordnung war als Wanderrost mit Unterwind ausgebaut.

Digitized by Google

Abb. 18 zeigt das aufgeschriebene Diagramm, in welchem die obere Linie die Bewegungen der Mantelsohle wiedergibt, während die untere die Bewegungen des Mantelscheitels darstellt. Weil — wie bereits erwähnt — die eine Schreibstelle um 180 ° im Verhältnis zu der anderen versetzt ist, zeigt die eine Linie 12 Stunden verspätet an. Abb. 19

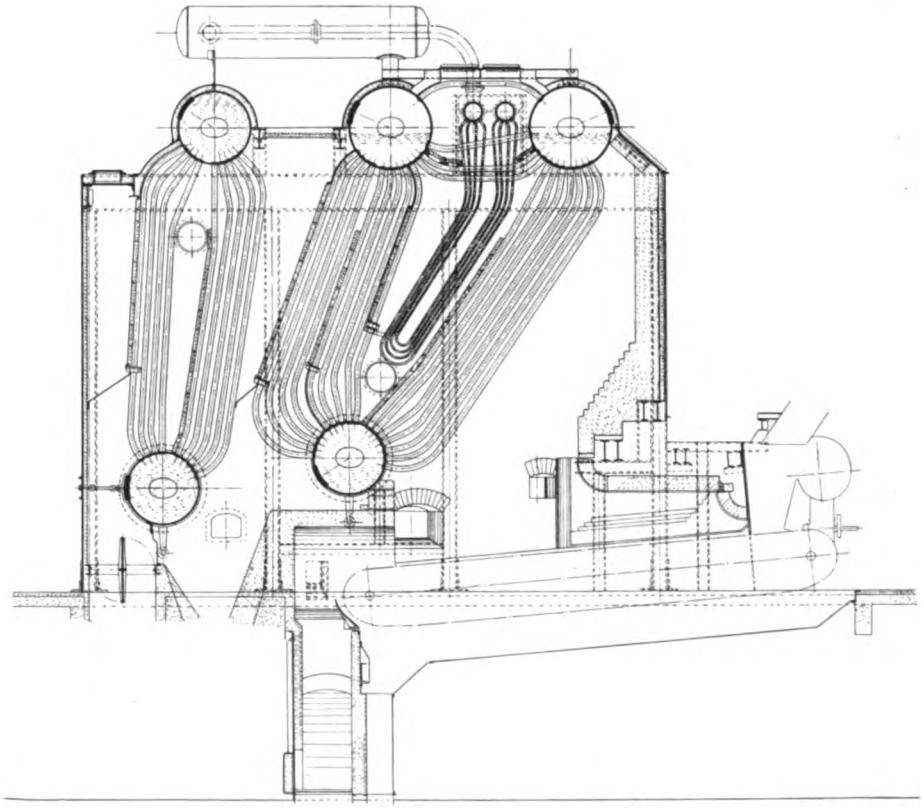


Abb. 17. Versuchskessel 4 — Stirling Kessel.

zeigt die zwei Durchbiegungslinien im rechten Verhältnis zu einander an; die obere ist die der Sohlekrümmung entsprechende, während die untere der Krümmung des Scheitels entspricht. Es ist sogleich ersichtlich, dass die Trommel während des Anheizens oval wird, denn die zwei Linien decken einander nicht, und wir können das Mass für dieses Ovalwerden, die »Ovalität«, zahlenmässig bestimmen als den Abstand der beiden Erzeugenden von einander in senkrechter Richtung gemessen. Die grösste Ovalität wird mit 1,65 mm bestimmt. Der Versuch zeigt, dass die Ovalität zu beinahe $\frac{1}{3}$ vom Mantelscheitel und $\frac{2}{3}$ von der Mantelsohle herrührt und ich setze deshalb voraus, was wahrscheinlich ist, dass dieses Verhältnis immer dasselbe bleibt, um damit

Digitized by Google

die Krümmungslinie zu finden. Sie wurde auch dieser Voraussetzung gemäss eingezeichnet. Die Kurve der Ovalität stellt also die Differenz zwischen augenblicklicher und normaler Entfernung der beiden Mes-

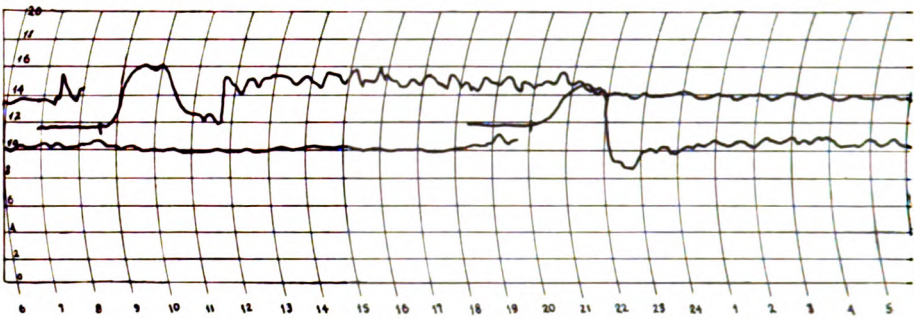


Abb. 18. Durchbiegungen des Versuchskessels 4 beim Anheizen.

stellen als Ordinate über der Zeit als Abszisse dar. Indem ich die Ovalität für sich besprechen werde, gehe ich nun an die Bestimmung der Strömungen.

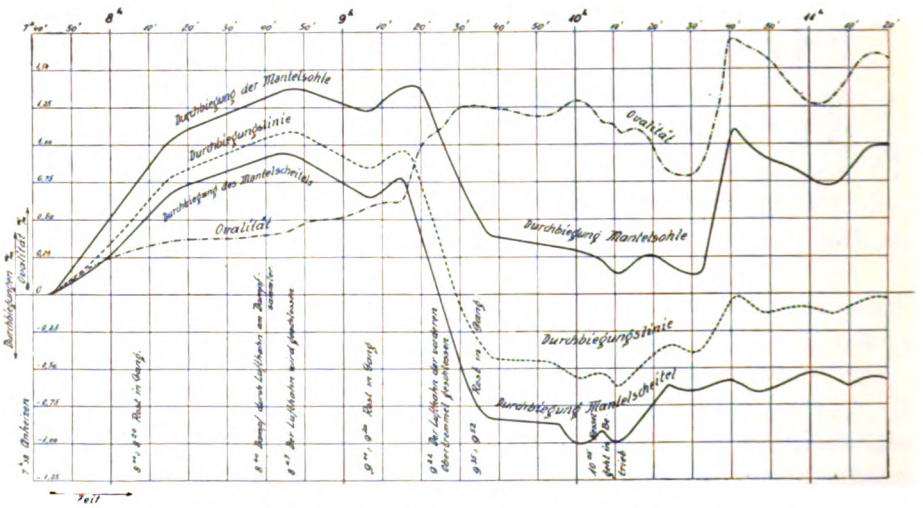


Abb. 19. Durchbiegungslinien des Mantelscheitels, der Mantelsohle und der Trommelmitte des Versuchskessels 4 beim Anheizen. — Ovalitätsänderungen.

Abb. 20 gibt dieselben Aufschlüsse wie Abb. 2, 6 und 12 der drei vorhergehenden Versuchsreihen. Die Dampfdrucklinie wurde im unteren Teil durch Ablesen des Thermometers im Lufthahn und im oberen Teil der Dampfdrucklinie direkt durch Manometerablesungen bestimmt. Hiemit ist auch die T-Linie festgelegt. Die t-Linie ermittelt sich aus den Durchbiegungen, da nach Gleichung (6)

Digitized by Google

$$\gamma = \frac{\beta \cdot \alpha\,(T - t) \cdot l^2}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot 4} \cdot 1{,}3$$

worin $l = 4500$ mm, $r = 623$ mm, und β durch die Höhe des augenblicklichen Wasserstandes festgelegt ist; $\alpha = 85000$.

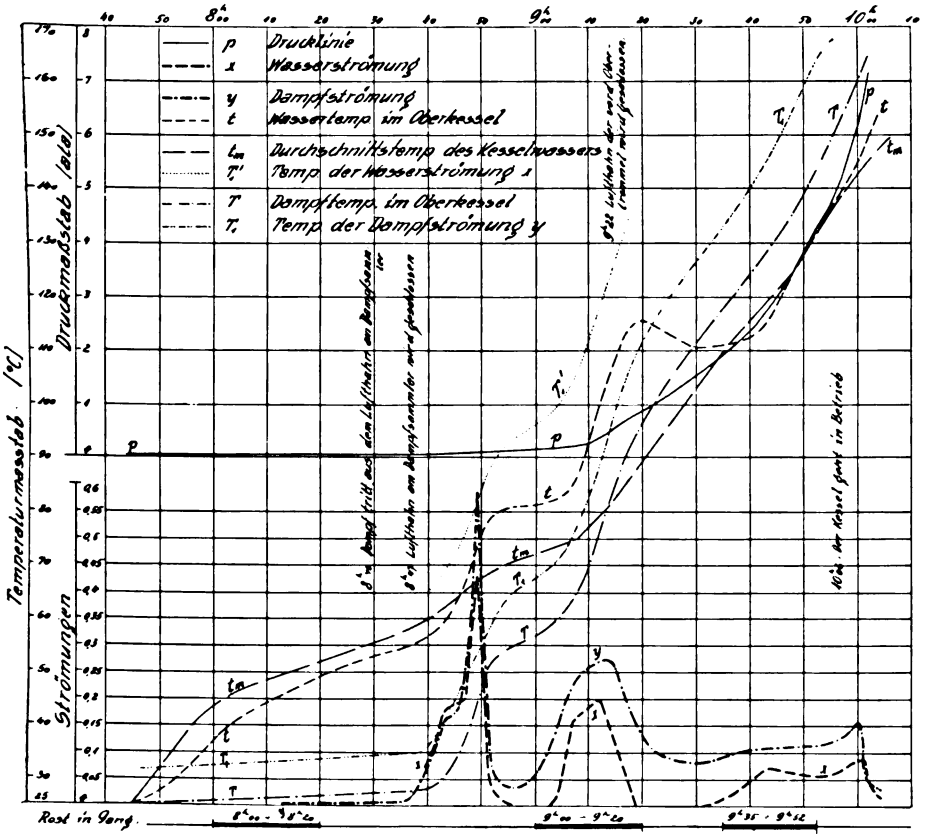


Abb. 20. Durchbiegungslinie, Temperatur-, Druck- und Strömungslinien des Versuchskessels 4 beim Anheizen.

Hieraus erhält man $T - t = \frac{50 \cdot y}{\beta}$, und nun kann auch die t-Linie aus der T-Linie ermittelt werden. Sie schneidet die T-Linie um $9^h 29$, wo die Krümmungslinie die Nullinie schneidet. Man sieht, dass beide Temperaturlinien einen ganz eigenartigen Verlauf haben, welches Ergebnis nach und nach erklärt werden soll.

Wir sehen, dass wir nun die Möglichkeit zur Berechnung der y-Strömungen, d. h. der Dampfströmungen, haben. Sie wurden nach Vornahme dieser Berechnung in Abb. 20 eingezeichnet. Eine kurze

Digitized by Google

Strecke zwischen $9^h 19$ und $9^h 29$ wird jedoch später besprochen werden. Die y-Strömungen sind von Beginn des Versuches an ganz klein, so dass man fast sagen könnte, in diesem Bereich wäre keine Dampfströmung. Um $8^h 38$ tritt eine Dampfströmung auf, welche das schnelle Steigen der T-Linie bedingt. Um $8^h 40$ wurde beobachtet, dass Dampf und warme Luft durch den Lufthahn des Dampfsammlers, welcher in Verbindung mit der hinteren Obertrommel war, ausströmten, während durch den Lufthahn der vorderen Obertrommel noch kein Ausströmen stattgefunden hatte. Diese Strömung ist also eine Strömung durch Rohre des hinteren Rohrbündels. Die Temperatur des Dampfes in der vorderen Tommel steigt, nachdem der Lufthahn um $8^h 48$ geschlossen wird; in diesem Augenblick ist ein Maximum der Durchbiegung erreicht. Bis $8^h 47$ geht die Strömung stets durch das hintere Rohrbündel, weil kein Dampfausströmen durch den Lufthahn der vorderen Obertrommel stattfindet; wie aber der Lufthahn geschlossen wird, wird die Dampfströmung durch das nicht wassergefüllte Verbindungsrohr zwischen hinterer und vorderer Obertrommel schneller, weil in der hinteren Obertrommel eine Druckerhöhung und im Dampfraum der vorderen Obertrommel eine schnellere Temperatursteigerung eintritt. Hiedurch vermindert sich hier der Temperaturunterschied zwischen Wasser und Dampf und damit auch die Krümmung. Die vorerwähnte Drucksteigerung in der hinteren Obertrommel muss die Strömungen im hinteren Rohrbündel vermindern, was wir auch aus der eingezeichneten y-Linie ersehen, und wie auch durch die langsame Steigerung der T-Linie zu erwarten ist.

Hier spielt vielleicht auch eine Verminderung des Feuers eine Rolle. Jedenfalls setzt der Kesselwärter von $9^h 00$ bis $9^h 20$ den Wanderrost in Bewegung und kurz nach der Ingangsetzung beginnt ein neues Steigen der Dampftemperaturen und der y-Werte. Um $9^h 28$ ist die Dampftemperatur 100^0 und der letzte Lufthahn wird geschlossen.

Die Temperaturen des strömenden Dampfes — die T_1-Linie — folgen in dieser Periode beinahe der T-Linie. Der Unterschied $(T_1 - T)$ ist von 8^0 bis 15^0 steigend. Die Charakteristik beider Linien ist dieselbe.

Wir wenden uns nun der t-Linie zu und finden, dass sie bis $9^h 28$ sowohl höher als die T-Linie, wie auch als die T_1-Linie liegt. Unsere, in den 3 vorhergehenden Versuchen benutzte Voraussetzung, das strömende Wasser und der strömende Dampf habe dieselbe Temperatur, ist also hier nicht richtig, denn dann hätte die höchste Temperatur des Wassers in der Obertrommel den Wert T_1.

Um eine Vorstellung davon zu bekommen, auf welche Weise sich die Durchschnittstemperatur des Kesselwassers verändert, beobachtete

Digitized by Google

ich während des Versuches die Höhe des Wasserspiegels in der oberen Vordertrommel.

Mit Hilfe des Wassergewichtes und der Raumausdehnung ist es möglich, diese Temperatur von Zeit zu Zeit zu bestimmen. Ihr Verlauf ist in Abb. 20 eingezeichnet. Man sieht, dass diese Durchschnittstemperaturen annähernd den t-Grössen im ersten Teil des Versuches entsprechen. Die Erwärmung des Kesselwassers scheint in dieser Periode, wo ja auch die Dampfströmungen beinahe Null sind, regelmässig vor sich zu gehen.

Wir sehen, dass die Temperatursteigerung im Wasserraum beinahe gleichzeitig mit dem Anheizen beginnt und dies kann kaum etwas anderes bedeuten, als dass das Wasser in den vorderen Rohrreihen durch die Flammeneinwirkung erwärmt wird, emporsteigt und sich mit dem Wasser in der vorderen Obertrommel mischt. Wir haben also zwar eine Strömung von Wasser zur Obertrommel, aber keine Dampfströmung, weil die etwa auftretenden Dämpfe in den darüber liegenden, kalten Wasserschichten kondensiert werden.

Es fehlen leider Beobachtungen zur Bestimmung der Wasserströmungstemperatur und der Strömungsgeschwindigkeiten im ersten Teil des Versuches.

Um 8^h38 beginnt die Dampfströmung. Eine Steigerung der Wassertemperatur der Vordertrommel beginnt, deren Wert sich recht plötzlich erhöht und bis 24^0 über die Durchschnittstemperatur des Kesselwassers steigt. Hier muss also eine Strömung auftreten, welche hocherwärmtes Wasser in die Vordertrommel bringt. Dies geschieht gleichzeitig mit dem Beginn der Dampfströmung und es ist deshalb natürlich, die Ursache der zwei Strömungen in demselben Phänomen zu suchen.

Wir müssen ausschliessen, dass wir nur eine Strömung haben, d. h. die Temperaturerhöhung im Dampf- und im Wasserraum der Vordertrommel kann nicht durch dieselbe Strömung verursacht worden sein. Die Temperatur des strömenden Wassers ist höher als die des Vordertrommelwassers, weil dieses wärmer wird, und sie liegt weit höher als die Temperatur T_1 des strömendes Dampfes, was aus Abb. 20 ersichtlich ist. Das Wasser und die Dämpfe, welche die Vordertrommel erreichen, können nicht einer Strömung angehören.

Der Kesseltyp lässt drei verschiedene Strömungen zu:

1) Die gewöhnliche, gebundene Strömung im Kreislauf: Hintertrommel — Untertrommel — Vordertrommel.

Der Hintertrommeldampf ist um 8^h47 ca. 100^0 warm, — dann wird der Lufthahn geschlossen — während der Vordertrommeldampf erst um 9^h22 100^0 erreicht. Der Druck in der Hintertrommel ist grösser

Digitized by Google

als der in der Vordertrommel und man muss hier deshalb die gebundene Strömung ausschliessen.

2) Eine Strömung innerhalb des Rohrbündels zwischen Untertrommel und Hintertrommel, wobei ein Teil der Rohre zu Fallrohren wird.

Ich habe früher gesagt, dass eine Dampfströmung im hinteren Rohrbündel stattfindet, indem sich Dampf in der Hintertrommel bildet, welcher erst, wenn der Lufthahn des Dampfsammlers geschlossen wird, in die Vordertrommel strömt.

3) Eine Strömung innerhalb des Rohrbündels zwischen Untertrommel und Vordertrommel, wobei ein Teil der Rohre dieses Bündels zu Fallrohren wird.

Diese Art der Wasserströmung muss in diesem Fall auftreten.

Es finden sich also gleichzeitig zwei Strömungen vor — die eine innerhalb des hinteren Rohrbündels und die andere innerhalb des vorderen Rohrbündels. Diese Strömungen sind natürlich von den Druckunterschieden zwischen Untertrommel und der hinteren, beziehungsweise vorderen Obertrommel abhängig. Die zwei Trommeldampfdrücke sind verschieden, was dadurch ersichtlich ist, dass der Dampf von der Hintertrommel in die Vordertrommel einströmt, sie sind aber von einander abhängig, weil die zwei Trommeln mit einander in Verbindung stehen; der Druckunterschied ist durch den Reibungswiderstand in den Verbindungsrohren bestimmt.

Das Wasser im oberen Teil der Untertrommel kann höhere Temperatur als in den Obertrommeln aufweisen, weil der Druck in der Untertrommel ca. $\frac{1}{2}$ at höher liegt als der in den Obertrommeln. Das Wasser, welches durch die Vorderrohre emporsteigt, wird durch die Einwirkung des Feuers stark erwärmt und es ist verständlich und wahrscheinlich, dass es eine verhältnismässig hohe Temperatur erreicht hat, wenn es in die Vordertrommel strömt. Dieses erhitzte Wasser verursacht dort die hohe Wassertemperatur, während der Dampf in den oberen, verhältnismässig kälteren Wasserschichten kondensiert.

Ähnliche Verhältnisse treten im hinteren Rohrbündel auf.

Es ist also die steigende Temperatur im unteren Teil des Kessels, welche gleichzeitig beide Strömungen verursacht. Da die treibenden Kräfte — die Druckunterschiede zwischen der Untertrommel und den zwei Obertrommeln — von einander abhängen, hören die zwei Strömungen auch gleichzeitig auf und dies tritt ein, wenn der Druck im oberen Teil des Kessels — durch Abschliessen des Lufthahnes — plötzlich vergrössert wird.

Es ist deshalb anzunehmen, dass die Wasserströmungen denselben

Digitized by Google

Ausgangspunkt wie die Dampfströmungen haben und zwar den oberen Teil der Untertrommel; der in die Vordertrommel eintretende Dampf hat also beinahe dieselbe Temperatur T_1 wie das Strömungswasser, das durch das hintere Rohrbündel strömt, wenn dieses Wasser die Hintertrommel erreicht. Der Unterschied zwischen T_1 und der Temperatur des Austrittswassers der Untertrommel wird dadurch verursacht, dass das Wasser im hinteren Rohrbündel durch die, das Bündel durchziehenden Rauchgase erwärmt wird.

Das durch das vordere Rohrbündel zur vorderen Obertrommel strömende Wasser hat dieselbe Anfangstemperatur wie das Strömungswasser des hinteren Bündels — nämlich die Temperatur des Untertrommelwassers — und wird durch dieselben Rauchgase erwärmt, welche jedoch hier noch höhere Temperatur haben als beim hinteren Rohrbündel. Der Temperaturabfall dieser Rauchgase ist von gleicher Art wie der des hinteren Bündels, und die Wassertemperatur im vorderen Bündel muss sich deshalb auf gleiche Weise verändern wie die im hinteren Bündel. Die durch die Rauchgase übertragene Wärmemenge im vorderen Rohrbündel wird nur etwas grösser als die im hinteren Bündel. Im Vorderbündel wird ausserdem eine wesentliche Wärmemenge an das Strömungswasser durch Strahlung von der Brennstoffschicht und vom glühenden Mauerwerk übertragen. Diese Wärmemengen schwanken mit der Temperatur des Feuers, weil die Strahlung von der vierten Potenz der absoluten Temperatur abhängt, und es ist deshalb zu erwarten, dass die Temperatursteigerung des Wassers im Vorderbündel mehr mit dem augenblicklichen Zustand des Feuers schwankt als die im Hinterbündel, was auch in der Zeichnung bei der Verstärkung des Feuers um $9^h 00$ ersichtlich ist.

Trotz diesem Unterschied wähle ich nun — um ein Bild der Wasserströmungen, wenn auch nur ein recht annäherndes, zu bekommen — eine Temperaturlinie, welche (punktiert eingezeichnet) parallel zur T_1-Linie ist. Ihre Ordinaten werden dadurch gefunden, dass

$$T'_1 = T_1 + 29^0$$

gesetzt wird, worin 29^0 der Temperaturunterschied zwischen T und t um $8^h 38$ ist. Hiebei setze ich voraus, dass dieser Unterschied eben dadurch auftritt, dass das Strömungswasser im vorderen Rohrbündel höhere Temperatur hat als das im hinteren Bündel, weil es durch wärmere Rauchgase erwärmt wird.

Diese T'_1-Linie habe ich bis $9^h 19$ benutzt und damit also eine Berechnung der x-Strömungen zwischen $8^h 38$ und $9^h 19$ durchgeführt, welche zwar nichts über die reellen Grössen der Geschwindigkeiten aussagt, wohl aber etwas über deren Veränderung mit der Zeit.

Digitized by Google

Ich gehe nun die Strömungsverhältnisse im ersten Teil des Anheizens durch.

Bei diesem Kessel findet sich gleich von Beginn des Anheizens an eine recht starke Wasserströmung im vorderen Rohrbündel vor, deren Grösse aus den vorhandenen Beobachtungen aber nicht bestimmbar ist. Um $8^h 39$, ca. 60 Minuten nach dem Anheizen, treten recht plötzlich sowohl eine Wasserströmung im vorderen Bündel, als auch eine im hinteren Bündel auf, welch letztere die Dampfströmung zur Vordertrommel verursacht. Die zwei Strömungen zur Vordertrommel treten als zusammengehörig auf und werden gleichzeitig besprochen. Die Strömungen nehmen so plötzlich zu, dass sie als Strömungsstösse zu bezeichnen sind; sie erreichen ziemlich grosse Werte — die y-Strömung 0,6 — und geraten ebenso plötzlich, wie sie beginnen, unmittelbar nachdem der Lufthahn auf dem Dampfsammler geschlossen wird, in Stockung. Diese Stockung ist wahrscheinlich auf das Schliessen des Lufthahns zurückzuführen, sie ist aber vielleicht auch dadurch beeinflusst, dass das Feuer beinahe ausgebrannt ist.

Um $9^h 02$, zu welcher Zeit der Rost wieder in Betrieb gesetzt wird, und vielleicht auch dadurch verursacht, findet sich abermals ein Steigen der Geschwindigkeiten der beiden Strömungen vor, welches auch ziemlich plötzlich auftritt. Es werden aber nicht so grosse Werte erzielt. Diese Strömungen erreichen ihre Maxima um ca. $9^h 13$ und nehmen danach ab, bis die x-Strömung um $9^h 19$ Null wird.

Hier haben wir nun das eigenartige Vorkommnis, dass sich die t-Werte vermindern. Das Minimum der t-Werte fällt mit dem Schnittpunkt zwischen der t-Linie und der T-Linie zusammen, ist also dort, wo der Gleichgewichtszustand zwischen Dampf und Wasser liegt, und es ist naheliegend, zu schliessen, dass der Temperaturabfall durch eine Verdampfung des Wassers verursacht wurde. Man errinnere sich daran, dass das Wasser um ca. $19{,}5^0$ wärmer als der Dampf ist, wie aus der Zeichung hervorgeht.

Wir wollen durch Berechnung versuchen, diese Erklärung zu begründen.

Im Oberkessel befinden sich 2000 l Wasser von $115{,}5^0$ C. Der Temperaturabfall des Wassers ist $115{,}5 - 110{,}6 = 4{,}9^0$. Wenn wir die Verdampfungswärme mit 530 kcal annehmen, müssen $\frac{2000 \cdot 4{,}9}{530} =$ 18,5 kg Wasser verdampfen. In den zwei Oberkesseln und im Dampfsammler ist ein Dampfraum von 12300 l, dessen Dampfgewicht pro m^3 ca. 0,54 kg ist, d. h., dass das gesamte Dampfgewicht $0{,}54 \cdot 12{,}3 =$ 6,6 kg beträgt. Die Temperatur der Mischung ergibt sich aus:

$$\frac{18{,}5 \cdot 115{,}5 + 6{,}6 \cdot 97}{25{,}1} = 111^0 \backsim 110{,}6^0 \text{ C.}$$

Digitized by Google

Wir finden also beinahe Übereinstimmung.

Die x-Strömungen sind Null, so lange die Verdampfung stattfindet, d. h. bis $9^h 29$. Die y-Strömungen setzen sich fort, was aus der steigenden T-Linie ersichtlich ist, indem sich die durch Verdampfung gebildete Dampfmenge mit der Dampfströmung, die sich auf gewöhnliche Weise berechnen lässt, mischt.

Im letzten Teil des Anheizens tritt sowohl eine Wasserströmung als auch eine Dampfströmung auf, und wir müssen uns vorstellen, dass die Ungleichmässigkeit des Umlaufes nun aufhört. Der Kessel ist geschlossen und der Umlauf wird nicht mehr von äusseren Verhält-

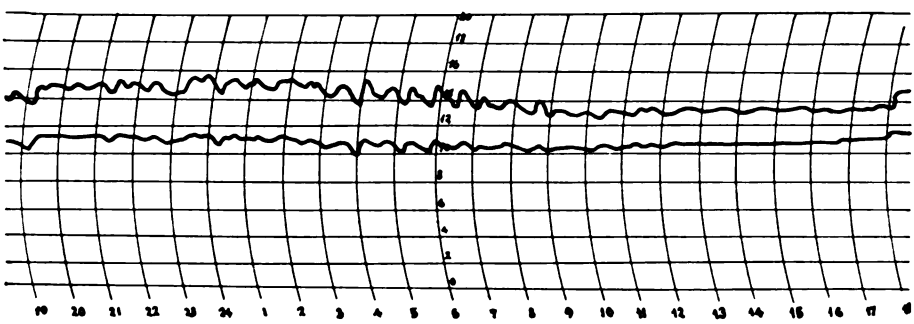


Abb. 21. Durchbiegungen des Versuchskessels 4 bei gewöhnlichem Betrieb.

nissen beeinflusst; er muss deshalb nun hauptsächlich die natürlichen Wege — von der hinteren Obertrommel zur Untertrommel und von dort zur vorderen Obertrommel gehen. Im Zeitraum von $9^h 29$ bis $10^h 05$ wurden die Strömungen bestimmt. Wir finden, dass sie einander entsprechen und Grössen erreichen bis 0,12 für die Dampf- und für die Wasserströmungen.

Abb. 21 zeigt ein Diagramm, welches während des Betriebes an einem Tag aufgenommen ist, der ganz regelmässig verlief. Die Zacken sind durch Änderungen in der Feuerung, der Dampfabgabe und dem Dampfdruck verursacht. Man sieht, dass der Betrieb bei Nacht nur kleine Schwankungen ergibt. Man sieht ferner, dass die Zacken und der Abstand der Sohlen- und Scheitelerzeugenden von einander bei Tag grösser sind als bei Nacht. Dieses Ergebnis bedeutet: 1) Dass die Temperaturveränderung grösser ist und 2) dass die Ovalität grösser ist bei angestrengtem, als bei mässigem Kesselbetrieb.

Um diese Fragen äusserlich zu beleuchten, gebe ich Abb. 22 bei, welche die Folgen einer starken Forcierung kennzeichnet. Bis A ist die Dampferzeugung ca. 9 ts/st oder ca. 9 kg pro m^2 wasserberührter Heizfläche. Von A bis B dagegen 24 bis 30 kg pro m^2. Bei B schliesst das Schnellschlussventil. Man sieht, dass die Forcierung eine

Digitized by Google

bedeutende Abwärtskrümmung zur Folge hat, welche ca. 0,6 mm beträgt und eine Ovalitätsvergrösserung von ca. 0,15 mm verursacht.

Schliesslich bringe ich das Diagramm Abb. 23, welches die Krümmungen zeigt, die durch ein Füllen des Kessels mit Wasser auftreten.

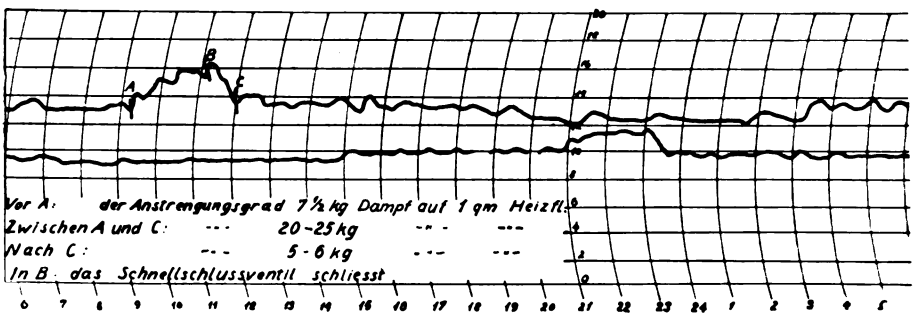


Abb. 22. Durchbiegungen des Versuchskessels 4 bei angestrengtem Betrieb.

Abb. 24 gibt das Diagramm vergrössert, mit verschiedenen Aufklärungen, wieder. Der Kessel war am vorigen Tag bis zur Sohle der Obertrommel gefüllt und wurde mit Wasser von 35°—40° gespeist. Das Speiseventil ist an der Hintertrommel angebracht und das Wasser strömt durch die Verbindungsrohre zwischen den zwei Obertrommeln in die

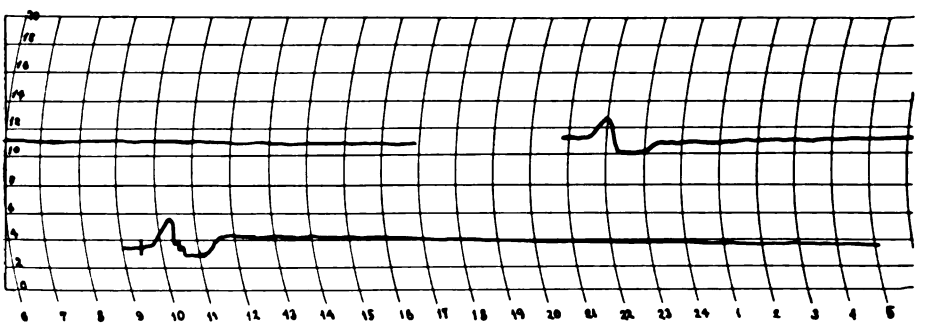


Abb. 23. Durchbiegungen des Versuchskessels 4 beim Füllen Druckprobe und Ablassen.

Vordertrommel hinein. In Abb. 24 finden wir die Durchbiegungen der oberen sowie der unteren Mantelerzeugenden, ferner deren Abstandsänderung als Mass für das Unrundwerden der Trommel. Wie bereits früher angegeben, wurde die Durchbiegungslinie der Trommelachse durch Aufteilung der Durchbiegungen der beiden Haupterzeugenden im Verhältnis 1 : 2 gefunden. Wir sehen, dass sich die Obertrommel zuerst unten durchbiegt, dann zurückgeht, um danach einen Krümmungszustand nach aufwärts anzunehmen, welche Krümmung ca. 120 Min. nach Beginn des Füllens beinahe wieder verschwunden ist.

Digitized by Google

Auf welche Weise lässt sich nun dieses Ergebnis erklären?

Wir sehen, dass der Kessel um $12^h 18$ — in dem Augenblick, wo die Trommel voll ist — mit einer Durchbiegung von ca. 0,35 mm aufliegt, was bedeutet, dass die Wasserschichten in der Trommel nicht dieselbe Temperatur haben. Um $12^h 10$ ist die Durchbiegung Null, trotzdem die Trommel nicht ganz voll ist, und auch hier haben wir keine konstante Temperatur im Trommelwasser.

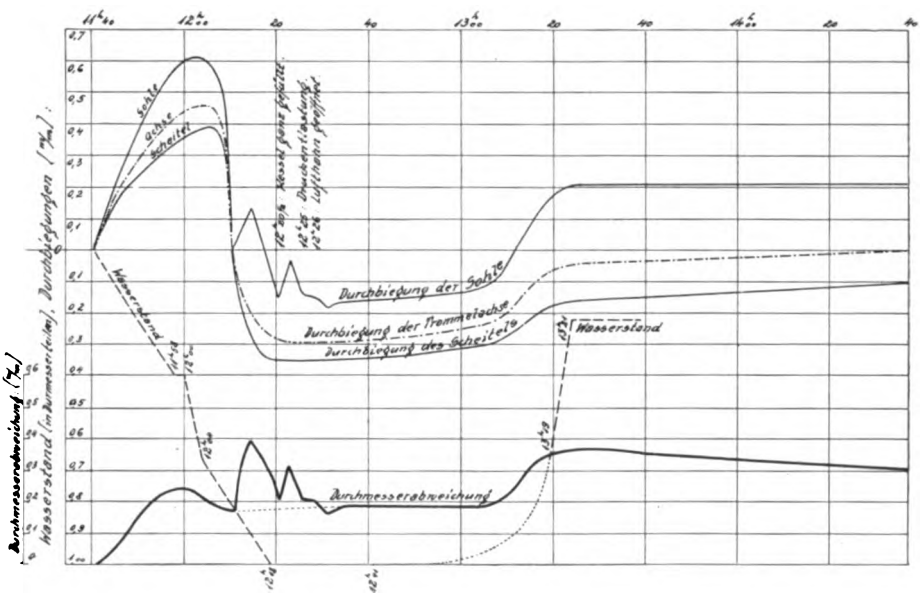


Abb. 24. Durchbiegungslinien und Ovalitäten des Versuchskessels 4 beim Füllen, Druckprobe und Ablassen.

Um $12^h 01$ ist der Wasserspiegel in der Trommelachse und gleichzeitig stellen wir ein Maximum der Durchbiegung nach abwärts fest.

Die Veränderung des Wasserstandes wurde aus Beobachtungen im Wasserstandsglas und mittels der Lufthähne der Obertrommeln bestimmt.

Es ist verständlich, dass diese oben gezeigten Ergebnisse mit der Annahme eines ganz einfachen Temperaturverlaufes über dem Querschnitt nicht übereinstimmen. In Heft 292, Seite 8, habe ich die Gleichung

$$\rho = \frac{I \cdot (1 + \alpha \cdot t)}{\alpha \cdot \int \gamma \cdot f(\gamma) \cdot dF}$$

aufgestellt, die den Krümmungshalbmesser ρ der Krümmungslinie (der Trommelachse) entlang der Achse bestimmt.

Digitized by Google

Hierin ist

I das Trägheitsmoment des Querschnittes,
α der Wärmeausdehnungskoeffizient,
γ der Abstand der betrachteten Faser von Schwerpunkt,
$f(\gamma) = t$ die Temperatur der betrachteten Faser und
dF das Querschnittselement.

Soll $\rho = \infty$ sein, muss

$$\int \gamma \cdot f(\gamma) \cdot dF = 0$$

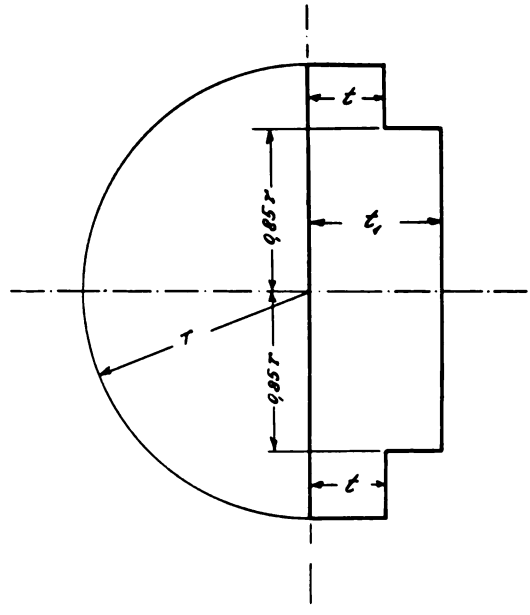


Abb. 25. Vorausgesetzter Temperaturverlauf über dem Querschnitt der Obertrommel beim Füllen, Druckprobe und Ablassen des Versuchskessels 4.

d. h. die Summe der Momente $f(\gamma) \cdot dF$ bezüglich der Schwerpunktsachse muss Null sein, oder der Schwerpunkt des Temperaturfeldes muss in gleicher Höhe wie das Zentrum des Querschnitts liegen.

Um $12^h 10$ ist die Durchbiegung Null, die Obertrommel ist aber nur bis zu 0,8 des Durchmessers gefüllt. Um nur ein Beispiel zu geben, bringe ich Abb. 25, welche eine Temperaturverteilung zeigt, die obenstehende Bedingung befriedigt.

Denken wir uns im vorderen Rohrbündel eine gewisse Wassermenge von höherer Temperatur als die Wandtemperatur der Obertrommel.

Denken wir uns ferner diese Wassermenge in die Trommel emporsteigend, so ist es verständlich, dass zu Beginn die Temperatur der Füllung höher ist als die der Wandung und wir müssen daher, wie hier, eine Abwärtskrümmung finden.

Digitized by Google

Die Durchbiegung ist durch die Gleichung (6) bestimmt. Um 12^h01 ist die Trommel halb voll Wasser und die Durchbiegung beträgt 0,47. Der Temperaturunterschied ist dann $t = \frac{0{,}47 \cdot 50}{2} = 11{,}7^0$.

Um 12^h10 ist die Durchbiegung Null, trotzdem die Obertrommel noch nicht ganz mit Wasser gefüllt ist; wir können daraus schliessen, dass kälteres Wasser in die Obertrommel emporgestiegen ist und dass wir nun eine symmetrische Lage des früher eingeströmten, heisseren Wassers haben. Während der weiteren Einströmung in die Trommel bewegt sich dieses wärmere Wasser aufwärts, bis die Trommel ganz voll ist, wobei ihre Aufwärtskrümmung 0,3 mm beträgt. Die Temperatur des heisseren Wassers liegt um $11{,}7^0$ höher als die des übrigen Wassers; wir können nun β aus Gleichung (6) bestimmen: $\beta = \frac{50 \cdot 0{,}75}{10{,}2} =$ 1,06, d. h., 0,35 des Rauminhaltes der Obertrommel ist mit kälterem Wasser gefüllt. Da der Rauminhalt der Obertrommel ca. 7000 l beträgt, nimmt das wärmere Wasser also ca. 6000 l davon ein. Unsere gedachte Voraussetzung hat also die obenstehende Bedingung befriedigt, was selbstverständlich auch andere Voraussetzungen können.

Verfolgen wir nun die Ergebnisse des Versuches weiter (Abb. 24). Das Ablassen des Kessels beginnt um 12^h25 und um $12^h26\frac{1}{2}$ ist der Druck 0 atü. Der Lufthahn ist am Dampfsammler angebracht und das Wasser in der Obertrommel kann nicht entweichen, bevor Luft in den oberen Trommelteil einströmen kann. Dies tritt erst dann ein, wenn sich der Wasserspiegel in der hinteren Obertrommel so tief gesenkt hat, dass er die Verbindungsrohre zwischen Vorder- und Hintertrommel frei gibt. Nach der Zeichung des Kessels tritt dies im Augenblick ein, wo die Höhe des Spiegels über der Sohle das 0,85 fache des Durchmessers beträgt. Von der eingetretenen Wasserspiegeländerung während des Entleerens des Kessels sind zwei Punkte als bekannt festgelegt, der übrige Teil der Kurve strichpunktiert eingetragen.

Der Punkt 0,85 des Durchmessers ist angegeben, und damit findet man die Erklärung der kleinen Durchbiegungsänderungen zwischen 12^h18 und 13^h10 in einer Verzögerung der Wasserspiegelsenkung. Erst einige Minuten nach 13^h00 können wir eine wesentliche Senkung des Wasserspiegels erwarten und erst um 13^h10 erscheint eine wesentliche Durchbiegungsänderung.

Während sich der Kessel von Vollfüllung um 12^h26 bis zu einem Sehnenverhältnis $\beta = 1{,}25$ um 13^h21 entleert, beträgt die Durchbiegungsänderung 0,30, während sich aus Gleichung (6)

$$\gamma = \frac{1{,}25 \cdot 11{,}7}{50} = 0{,}32 \text{ ergibt.}$$

Digitized by Google

Wir finden also Übereinstimmung.

Der Kessel liegt hier mit einer Ovalität von ca. 0,37 mm auf, welche sich nach und nach vermindert, bis sie nach ca. 17 Stunden nur mehr 0,12 mm beträgt, meiner Ansicht nach, weil sich der Kessel abgekühlt hat.

Es fehlt nun noch, die Durchmesserabweichungen zu besprechen.

Im letzten Versuch (Abb. 24) um 12^h25 wurde eine Wasserdruckprobe mit 13,5 ata vorgenommen, welche eine Ovalitätsänderung von 0,15 mm ergab. Ein solches Ergebnis war zu erwarten, da ein Kesselteil, wie diese Obertrommel, die durch den Wasserdruck beansprucht ist, sich deformieren und unrund werden muss. Teils ist die eine Hälfte des Mantels durch Rohrlöcher geschwächt, wodurch die Formänderungen des Mantelmaterials zwischen den Rohrreihen grösser werden als im vollen Blech, andernteils wird die Druckentlastung wegen der Rohrlöcher die regelmässige Kraftverteilung des Kesseldrucks verhindern, indem so-zu-sagen eine fremde Kraft auftritt.

Wir müssen also eine Ovalitätsänderung erwarten und haben diese auch mit 0,15 mm gefunden.

Wir haben aber im ersten Versuch um 9^h41 eine Ovalität von 1,25 mm bei 3,2 ata registriert und müssen deshalb ausschliessen, dass die Ovalitäten, welche wir beim Anheizen festgestellt haben, durch Druckänderungen hervorgebracht worden sind. Es muss hiefür eine andere Erklärung geben. Wir haben gefunden, dass durch Füllen des Kessels mit Wasser ohne jedwede Druckänderung dennoch beträchtliche Ovalitätsänderungen auftreten. Es muss die Erwärmung sein, welche die Ovalitäten hervorbringt.

Der Kessel ist so konstruiert, dass die zwei Obertrommeln mit einander durch Rohre verbunden und in Böcken gelagert sind. Diese Böcke können sich nicht verschieben und ihre Form ist den zylindrischen Trommeln gemäss ausgebildet. Wenn diese Verbindungsrohre erwärmt werden und sich ausdehnen, müssen sie die Trommeln beanspruchen, wodurch sowohl die Rohre als auch die Trommeln eine Formänderung erleiden werden. Es ist eine Frage der Widerstandsfähigkeit der zwei Konstruktionselemente, ob nur das eine sich deformiert, wenn es sehr schwach im Verhältnis zum anderen ist, oder ob sich beide deformieren. Hier finden wir jedenfalls, dass sich die vordere Obertrommel deformiert, was beträchtliche Beanspruchungen im Zylinderteil — wohl am grössten in der Nähe der Böden — mit sich führen muss. Es ist auch Tatsache, dass die Stirling-Kessel hier in Kopenhagen an den Obertrommeln Abzehrungsschäden aufweisen, welche nach jenen Seiten gerichtet sind, wo die Verbindungsrohre eingewalzt sind.

Digitized by Google

Wir finden überall, dass die durch Ovalwerden der Trommel hervorbrachten Bewegungen der Mantelsohle und des Mantelscheitels nicht gleich gross sind, und ich habe behauptet, dass die Bewegungen der Mantelsohle beinahe zweimal so gross sind als die des Scheitels. Wir sehen dies vielleicht am besten aus Abb. 19. Hier sind die Bewegungen der Sohlen- und Scheitelerzeugenden eingezeichnet, und die Durchbiegungslinie der Achse im angegebenen Verhältnis dazwischen gelegt. Wir finden hier, dass die Durchbiegungslinie von 10^h40 bis 11^h20 mit der Nullinie beinahe zusammenfällt. Dies sagt uns, dass die Ovalform nicht regelmässig ist, was auch nicht zu erwarten war, weil die Rohrschübe nur einseitig und nicht zentral auf die Obertrommel wirken und ausserdem weil der Mantel durch die Rohrlöcher an zwei Stellen lokal geschwächt ist.

In Abb. 24 haben wir um 12^h10 bis 12^h20 eine beträchtliche Ovalitätsänderung, welche 0,18 mm beträgt, indem der Wasserspiegel die Höhe 0,8 mal dem Durchmesser erreicht. Diese Höhe ist beinahe dieselbe als die, in welcher die Verbindungsrohre zwischen den Dampfräumen der zwei Obertrommeln eingewalzt sind. Ich muss nach dem früher gesagten annehmen, dass diese Ovalitätsänderung dadurch verursacht ist, dass die Rohre sich nun mit erwärmtem Wasser füllen, wodurch ihre Blechtemperatur steigt.

ZUSAMMENFASSUNG.

Es werden die Umlaufverhältnisse während des Anheizens bei vier verschiedenen Kesselkonstruktionen durch Berechnung mittels einfacher Formeln untersucht, wobei nur Temperaturbeobachtungen nötig sind. Die Umlaufgeschwindigkeiten haben dadurch einen zahlenmässigen Ausdruck bekommen und werden von Zeit zu Zeit bestimmt. Verschiedene Umlaufunregelmässigkeiten werden gefunden und Versuche unternommen, diese durch verschiedene Konstruktionseinzelheiten der Kessel zu erklären. Beim Stirling Kessel wird festgestellt, dass die Obertrommeln oval werden, die Abweichung von der Kreisform wird gemessen und ihre Ursache besprochen.

Die Hauptfrage der Abhandlung, der Umlauf, verdient vielleicht eine Übersichtsbehandlung. Ich bringe deshalb Abb. 26, welche die Strömungsdiagramme der vier Kessel darstellt. Die Abszissen geben den prozentuellen Teil der gesamten Anheizzeit an, welcher bis zum betrachteten Augenblick vergangen ist. Die Zahl 50 sagt also an, dass die Hälfte der Anheizzeit verstrichen ist. Als Ordinaten sind die x- und y-Werte aufgetragen.

Digitized by Google

Wir sehen sofort, dass der Kessel in Versuchsreihe 3 unbedingt die kleinsten Umlaufgeschwindigkeiten hat. Abgesehen von den Verhältnissen, welche der Überhitzer verursacht, finden wir, dass die Geschwindigkeit nicht höher wird, als einem $x = 0{,}06$ entspricht. Dies steht vielleicht in Verbindung mit der langen Anheizzeit von 475 Minuten. Die Umlaufgeschwindigkeit ist während der ganzen Zeit bei-

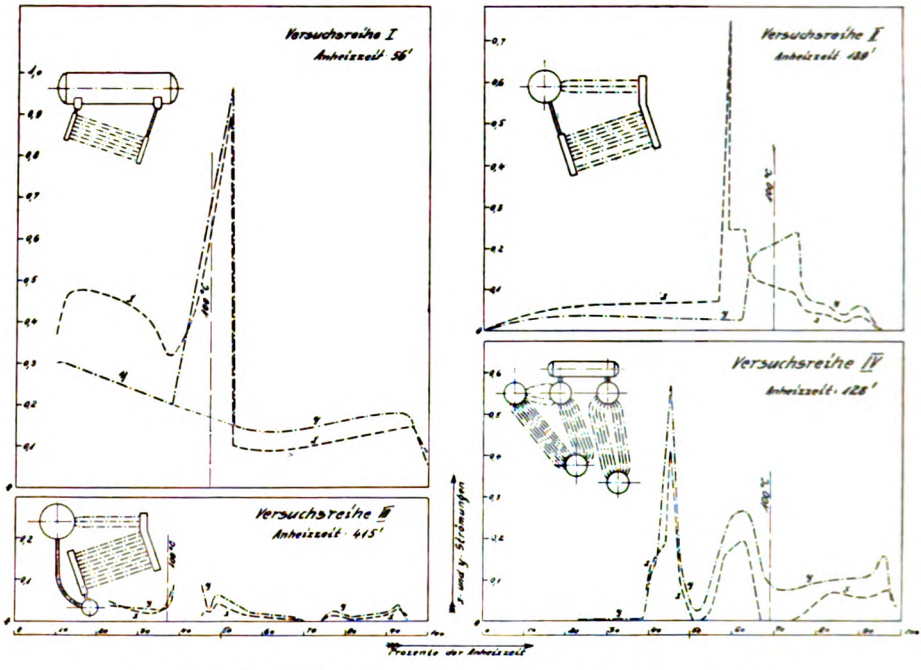


Abb. 26. Vergleichung der Strömungslinien der 4 Versuchskessel.

nahe konstant, und ich darf wohl sagen, dass diese Konstruktion von den untersuchten diejenige zu sein scheint, deren Anheizen bei kleinsten Temperaturunterschieden und mit der grössten Regelmässigkeit vor sich geht.

Der Kessel in Versuchsreihe 4 gibt auch ein Bild, welches verhältnismässig kleine Umlaufgeschwindigkeiten zeigt. Die Grosströmung ist nicht von einer Dampfbildung abhängig, da das Wasser erst 100° C. erreicht, nachdem die zwei Grossumläufe beendet sind.

Der Kessel in Versuchsreihe I hat verhältnismässig grosse Umlaufgeschwindigkeiten. Die Anheizzeit ist auch klein — 56 Minuten. Die Umlaufgeschwindigkeiten verlaufen recht regelmässig, abgesehen davon, dass ein Grossumlauf eintritt, wenn das Wasser 100° wird. Dieser wird auch dadurch verursacht und bringt beträchtliche Grössen der Temperaturunterschiede im Kessel hervor.

Digitized by Google

Der Kessel in Versuchsreihe 2 scheint mir derjenige der vier Kessel zu sein, welcher die unregelmässigsten Umlaufverhältnisse hat und zeigt in kürzerer Zeit Umlaufgeschwindigkeiten von sehr bedeutender Grösse bis 0,75. Es ist zweifelhaft, ob die Dampfbildung hier mitwirkt — ich glaube es nicht. Es scheint mir aber, dass die Dampfbildung bei den Ausgleichsumläufen eine Rolle spielt. Der Kessel ist während des Anheizens — auch zufolge seiner Konstruktion — durch Temperaturspannungen stark beansprucht.

Ich glaube, durch diese Versuche gezeigt zu haben, dass Durchbiegungsmessungen, wie sie hier benutzt sind, wertvolle Aufschlüsse über die Widerstandsverhältnisse bei Strömungen geben können, nicht allein während des Anheizens, sondern auch während des Betriebes. Diese Widerstandsverhältnisse sind ja im Betrieb beinahe dieselben, nur ist die Triebkraft verschieden und zwar viel grösser.

Ich glaube wohl, dass sich mit einer besseren Apparatur, als mir zu Verfügung stand, bestimmt weit sicherere Resultate erzielen liessen. Dennoch hoffe ich, dass diese Messungen bei Ausarbeitung neuer Kesseltypen von Wert sein werden, da sie so-zu-sagen Fehlgriffe in der Konstruktion lokalisieren können, wodurch solche der Konstrukteur beim nächsten Kessel vermeiden kann.

Digitized by Google

Digitized by Google

INGENIØRVIDENSKABELIGE SKRIFTER

A.

UDGIVET AF

DANMARKS NATURVIDENSKABELIGE SAMFUND

VED UDVALGET FOR *INGENIØRVIDENSKABELIG FORSKNING*

A. 1. *M. Rubner:* Aus dem Leben einer Zelle. 1913. (Pris: Kr. 0,50).
2. *Niels Bjerrum:* Nyere Undersøgelser over Atomernes Bevægelser med særligt Henblik paa Kvantehypotesen. 1915. (Pris: Kr. 0,50).
3. *Kølpin Ravn:* Om Agerbruget paa St. Croix. 1915. (Pris: Kr. 0,50).
4. Fru *Kirstine Meyer:* Ole Rømer. Ved Afsløring af Ole Rømer Statuen. 1918. (Pris: Kr. 0,50).
5. *E. Strömgren:* Ole Rømer som Astronom. 1918. (Pris: Kr. 0,50).
6. *M. C. Harding:* Ole Rømer som Ingeniør. 1918. (Pris: Kr. 0,50).
7. *E. S. Mitscherlich:* Om Vækstfaktorernes Virkningslov. 1921. (Pris: Kr. 0,50).
8. *A. Wegener:* 1) Kontinenternes Forskydning. 2) Jordskorpens Natur. 3) Fortidens Klimater. 1922. (Pris: Kr. 0,50).
9. *F. C. Becker, C. Janholm* og *P. E. Raaschou:* Om Tørringsprocessen. 1925. (Pris: Kr. 0,50).
10. *A. Oppermann:* Nyere Principper i Skovdyrkningen. 1925. (Pris: Kr. 1,50).
11. *P. E. Raaschou* med Assistance af *N. C. Janholm* og *A. Ranløv:* En Undersøgelse over Varmeøkonomien ved Gasværksovne. 1926. (Pris: Kr. 1,00).
12. Ingeniørkaptajn *K. Prytz* i Samarbejde med Professor *G. Schønweller* og Ingeniør *Th. Claudi Westh:* Sammenhængen mellem Nedbør og Tilstrømning til Nissum Fjord. 1926. (Pris: Kr. 1,50).
13. *P. E. Raaschou* og *V. Ahrend Larsen:* En Undersøgelse over Bomuldsstoffernes Paavirkning ved Vask, specielt med perboratholdige Vaskemidler. 1927. (Pris: Kr. 1,50).
14. *H. I. Hannover:* Om Molersten, — en betydningsfuld dansk Specialindustris Udvikling. 1927. (Pris: Kr. 2,50).
15a & b. *P. O. Pedersen:* The Propagation of Radio Waves. 1927. (Pris: Kr. 15.00).
16. *A. Ostenfeld:* Polyteknisk Læreanstalts Laboratorium for Bygningsstatik 1. 1928. (Pris: Kr. 1,50).
17. *K. W. Johansen:* Om Virkningen af Bøjler og Skraajærn i Jærnbetonbjælker. 1928. (Pris: Kr. 2,00).
18. *P. O. Pedersen:* Et Par Anvendelser af elektriske Udladninger i Maaletekniken: Smaatidsmaaling og Klydonograf. (Pris: Kr. 1,00).
19. *A. Ostenfeld:* Exzentrisch beanspruchte Säulen, Versuche mit Holzsäulen, Querschnittsbemessung. With an English Summary. 1929. (Pris: Kr. 3,00).
20. *Vilhelm Marstrand:* Ingeniøren og Fysikeren Ludvig August Colding. Mindeskrift i Anledning af Den polytekniske Læreanstalts Hundredaarsfest. 1929. (Pris: Kr. 2,00).

Digitized by Google

21. *A. Ostenfeld:* Exzentrisch beanspruchte Säulen, Versuche mit Stahlsäulen Querschnittsbemessung. With an English Summary — Avec un resumé en français. 1930. (Pris: 3,00).
22. *Axel Bendixsen:* Beregning af Spændingerne i krumme Flader, specielt Kuglefladen. Mit einem deutschen Resumé. 1930. (Pris: Kr. 3,00).
23. *J. O. V. Irminger* and *Chr. Nøkkentved:* Wind-Pressure on Buildings Experimental Researches. 1930. (Pris: Kr. 10,00).
24. *Jul. Hartmann:* The Jet-Wave Rectifier. 1931. (Pris: Kr. 30,00).
25. *Walter Engel:* Die heutige theoretische Grundlage der Materialprüfung der Metalle. 1931. (Pris: Kr. 3,00).
26. *A. Ostenfeld:* Exzentrisch beanspruchte Säulen III beliebige Exzentrizität. Versuche mit Holz- und Stahlsäulen. With an English summary. 1931. (Pris: Kr. 4,00).
27. *K. Prytz:* Messung der Wasserführung von Dränsträngen. 1931. (Pris: Kr. 0,75).
28. *Fr. Johannsen:* Ingeniør C. Winsløw's Teori om Jordoverfladens Udformning ved planetariske Kræfter. Avec un resumé en français. 1931. (Pris: Kr. 0,50).
29. *Dansk Selskab for Bygningsstatik* og *Dansk Ingeniørforenings Udvalg for rationel Betonblanding:* Forsøg med Beton og Tilslagsstoffer. Mit einer deutschen Zusammenfassung. 1931. (Pris: Kr. 2,50).
30. *William Rung:* Tafeln zur Berechnung von Hochspannungsleitungen bis 1000 km Länge nebst kurzer Theorie. 1931. (Pris: Kr. 4,50).
31. *Niels Engel:* Untersuchungen über die Stahlhärtung. 1931. (Pris: Kr. 10,00).
32. *The Technical Staff of the Copenhagen Telephone Company:* The Development of Telephonic Communication in Copenhagen 1881—1931. 1932. (Pris: Kr. 8,00).
33. *K. Prytz:* Der Kreislauf des Wassers auf unberührtem Hochmoor. 1932. (Pris: Kr. 3,00).
34. *Povl Vinding:* Beiträge zur Lehre der Elektrizitätstarife. 1933. (Pris: Kr. 10,00).
35. *P. O. Pedersen:* Sub-Harmonics in Forced Oscillations in Dissipative Systems. 1933. (Pris: Kr. 8,00).
36. *Hydrologische Untersuchungen.* Die anlässlich geplanter Wassergewinnungsanlagen für die Wasserversorgung Kopenhagens längs der östlichen Seite von Roskilde Förde bei Marbjerg und Brokilde (St. Valby) unternommen wurden. 1934. (Pris: Kr. 3,00).
37. *M. O. Jørgensen:* Experimental Investigations regarding the Applicability of Lichtenberg Figures to Voltage Measurement. (Pris: Kr. 2,00).

B.

UDGIVET AF

DANSK INGENIØRFORENING

B. 1. Isolatorbindinger. Udvalgsberetning. 1929. (Pris: Kr. 1,25).
2. Beretning om Det nordiske Ingeniørmøde i København 28.—31. August 1929 samt om Den polytekniske Læreanstalts 100-Aars Fest. 1930. (Pris: Kr. 10,00).
3. *E. Suenson:* Cementrørs Vandtæthed. With an English Summary. 1930. (Pris: Kr. 2,50).

Digitized by Google

4. *Anker Engelund:* Alssundbroen. With an English Summary. 1930. (Pris: Kr. 3,00).
5. *Henry Stjernqvist:* Studier i Elektricitetsværks Statistik. With an English Summary. 1931. (Pris: Kr. 2,50).
6. *Emanuel Hansen & Povl Vinding:* Undersøgelser angaaende Stofskiftet ved Træningsarbejder for Røgdykkere. 1932. (Pris: Kr. 1,00).
7. *A. Rye Clausen:* Bidrag til en rationel Bestemmelse af Tidspunktet for Fornyelsen eller Ændringen af et producerende Anlæg. 1932. (Pris: Kr. 1,50).
8. *P. Rønne:* Rørkrumning i Vandrørskedlen. Aarsag og Følger. 1932. (Pris: Kr. 1,50).
9. *G. Schønweller:* On Some Hydraulic Model Tests. Performed in 1929—31 for the Board of Maritime Works of the State of Denmark. 1933. (Pris: Kr. 2,00).
10. *C. W. Prohaska:* Simpler Equations for Catenarys. Avec un resumé en français. 1933. (Pris: Kr. 1,50).
11. *Chr. Broen Christensen:* Om Opfyldning paa letforskydelig Jordbund. With an English Summary. 1934. (Pris: Kr. 1,50).
12. *P. O. Pedersen:* Miscellaneous Papers. 1934. (Pris: Kr. 6,00).
13. *P. Rønne:* Umlaufverhältnisse im Wasserrohrkesssel während des Anheizens. (Pris: Kr. 1,50).

Digitized by Google

Digitized by Google

EN43
B
14

INGENIØRVIDENSKABELIGE SKRIFTER
B Nr. 14

KORTSLUTNINGER
OG
DERES FØLGER

AF

WM. RUNG
PROFESSOR ved DANMARKS TEKNISKE HØJSKOLE

Med Understøttelse af
H. C. Ørsted Fondet for teknisk-videnskabelige
Undersøgelser

DANSK INGENIØRFORENING
I KOMMISSION HOS G. E. C. GAD · VIMMELSKAFTET 32
KØBENHAVN
1935

Pris: 3,50 Kr.

LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF WISCONSIN
Digitized by Google

Digitized by Google

KORTSLUTNINGER OG DERES FØLGER

Digitized by Google

Digitized by Google

INGENIØRVIDENSKABELIGE SKRIFTER
B Nr. 14

KORTSLUTNINGER
OG
DERES FØLGER

AF

WM. RUNG
PROFESSOR ved DANMARKS TEKNISKE HØJSKOLE

Med Understøttelse af
H. C. Ørsted Fondet for teknisk-videnskabelige
Undersøgelser

DANSK INGENIØRFORENING
I KOMMISSION HOS G. E. C. GAD · VIMMELSKAFTET 32
KØBENHAVN
1935

Digitized by Google

J JØRGENSEN & CO.

Digitized by Google

1. TREFASET KORTSLUTNING AF EN VEKSELSTRØMS-GENERATOR

Det skal til en Begyndelse antages, at en trefastet Vekselstrømsgenerator, hvis Tomgangskarakteristik vi indtil videre vil anse for at være fuldstændig retlinet, befinder sig i en vis Belastningstilstand, der eksempelvis er kendetegnet ved det paa Fig. 1 viste Diagram, hvor E_o er den til Magnetiseringen svarende elektromotoriske Kraft ved Tomgang, E er den af det resulterende Felt (Ankerfelt + Tomgangsfelt) inducerede indre elektromotorisk Kraft, medens E_p betegner Klemmespændingen, — alle Størrelser pr. Fase. Kaldes Belastningsstrømmen I_b, den ohmske Modstand pr. Fase for r_a, Spredningsreaktansen x_s og Reaktansen af det af Ankerreaktionen fremkaldte dels afmagnetiserende og dels tværmagnetiserende Felt for x_a, findes den indre elektromotoriske Kraft E pr. Fase ved fra den elektromotoriske Kraft E_o geometrisk at subtrahere Reaktansspændingen $I_b x_a$, og Klemmespændingen E_p pr. Fase findes da ved herfra yderligere at subtrahere Reaktansspændingen $I_b x_s$ og det ohmske Spændingsfald $I_b r_a$. Dette Diagram er rigtigt for Turbogeneratorer, medens det for almindelige Generatorer med fremspringende Poler ikke er helt eksakt, idet det af Ankerreaktionen fremkaldte Felt paa Grund af Polmellemrummene ikke fuldstændigt kan udfolde sig; imidlertid kan Diagrammet for vort Formaal anses for at være tilstrækkeligt nøjagtigt i begge Tilfælde, saaledes at det vil kunne benyttes som Udgangspunkt for de efterfølgende Betragtninger.

Det antages nu, at der stadig holdes konstant Magnetisering, ɔ: E_o konstant, og at Belastningsstrømmen I_b forøges; dette vil da medføre, at Klemmespændingen E_p pr. Fase bliver mindre og mindre, indtil den sluttelig, saaledes som vist i Diagrammet Fig. 2, antager Grænseværdien Nul, hvilket Tilfælde svarer til en fuldstændig Kortslutning mellem Generatorens tre Klemmer; her er da Belastningsstrømmen i det til Generatoren sluttede Ledningsnet ophørt, saaledes at der i Ankerviklingerne udelukkende passerer de ved Kortslutningen fremkaldte

Digitized by Google

Strømme. Kaldes Kortslutningsstrømmen pr. Fase I_k, haves da ifølge Diagrammet Fig. 2 følgende Ligning for Ligevægtstilstanden:

$$E_o^2 = I_k^2 [(x_s + x_a)^2 + r_a^2]$$

eller

$$I_k^2 = \frac{E_o^2}{(x_s + x_a)^2 + r_a^2}. \qquad (1)$$

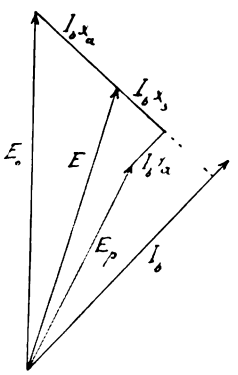


Fig. 1.

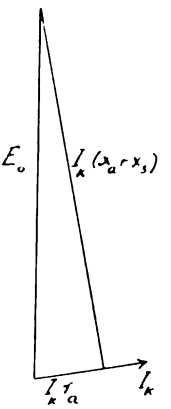


Fig. 2.

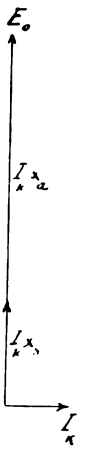


Fig. 3.

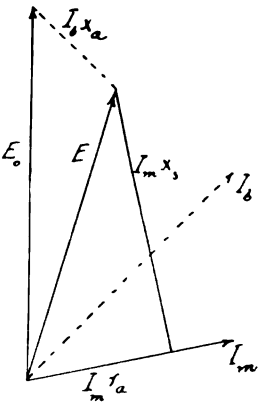


Fig. 4.

Ved alle Vekselstrømsgeneratorer er nu Ankermodstanden r_a meget lille i Forhold til de to Reaktanser x_s og x_a, saaledes at man med tilstrækkelig Tilnærmelse kan sætte:

$$I_k = \frac{E_o}{x_s + x_a}, \qquad (2)$$

hvilken Ligning betyder, at Maskinens elektromotoriske Kraft E_o holdes i Ligevægt af de to Reaktansspændinger $I_k \cdot x_s$ og $I_k \cdot x_a$ (se Fig. 3).

Det ved Lign. (2) givne Udtryk for Kortslutningsstrømmen er imidlertid først gyldigt, efter at Generatoren i elektrisk og magnetisk Henseende er kommet i stabil Ligevægt, hvilket vil ske nogle Sekunder efter, at Kortslutningen er indtraadt. I selve Kortslutningsøjeblikket befinder Generatoren sig endnu i den ved Fig. 1 fremstillede Belastningstilstand, saaledes at der i Luftmellemrummet hersker et af Tomgangsfeltet og Ankerfeltet resulterende Felt, der svarer til den i Ankeret inducerede indre elektromotoriske Kraft E. Da Feltet paa Grund af den magnetiske Træghed i Anker- og Magnetjærn ikke kan ændre sig pludselig, vil der altsaa i Kortslutningsøjeblikket være den elektromotoriske Kraft E til Stede, og ses der bort fra den ohmske Modstand, vil denne E. M. K. virke paa en Strømkreds, der kun inde-

Digitized by Google

holder Spredningsreaktansen x_s. Der vil følgelig i første Øjeblik opstaa en Strøm, som er givet ved:

$$I_m = \frac{E}{x_s}. \tag{3}$$

Til yderligere Forstaaelse er der paa Fig. 4 optegnet et Diagram for denne øjeblikkelige Tilstand, og i hvilket der for Tydeligheds Skyld er medtaget Ankerviklingens ohmske Modstand.

Da x_s er væsentlig mindre end x_a, vil I_m være betydelig større end I_k. Strømmen I_m, der kaldes den *momentane Kortslutningsstrøm*, vil omtrent være helt wattløs, og vil saaledes efterhaanden fremkalde et kraftigt afmagnetiserende Felt, der vil bevirke, at den elektromotoriske Kraft aftager, og at samtidig Kortslutningsstrømmen formindskes, indtil den antager den til den stabile Ligevægtstilstand svarende Værdi I_k. I dette Tilfælde bliver den indre elektromotoriske Kraft $E = E_o - I_k \cdot x_a$ og man har da:

$$I_k = \frac{E_o - I_k x_a}{x_s},$$

hvilket svarer til den ved Lign. (2) givne endelige Tilstand.

Det fremgaar altsaa heraf, at Kortslutningsstrømmen til en Begyndelse antager den ret høje Værdi I_m, for derefter i Løbet af nogle Sekunder at falde til den meget lavere Værdi I_k, der almindeligvis kaldes den *stationære Kortslutningsstrøm.*

For nærmere at undersøge efter hvilken Funktion Kortslutningsstrømmen falder fra Værdien I_m til Værdien I_k, skal der i det følgende betragtes det særlige Tilfælde, hvor en trefaset Generator kortsluttes ved Tomgang, idet det da antages, at den er magnetiseret til at afgive den normale Klemmespænding E_p. Man har da for de to Grænsetilfælde:

$$I_m = \frac{E_p}{x_s} \tag{4}$$

og

$$I_k = \frac{E_p}{x_s + x_a}, \tag{5}$$

hvoraf følger, at:

$$\frac{I_m}{I_k} = \frac{x_s + x_a}{x_s}. \tag{6}$$

Det skal nu foreløbig antages, at Ankeret ikke besidder nogen Ankerreaktion, og at det altsaa kun indeholder Reaktansen x_s og den ohmske Modstand r_a; en Kortslutning vil altsaa svare til det Tilfælde, at en Induktionsspole med Reaktansen x_s og den ohmske Modstand r_a pludselig bliver indskudt paa en Vekselspænding E_p. Den i Ligevægts-

Digitized by Google

tilstanden fremkomne Strøm vil da, naar man ser bort fra Modstanden, være givet ved Lign. (4), men forinden denne indtræffer vil der herske en Overgangstilstand, der ifølge den almindelige Vekselstrømsteori er givet ved:

$$i_k = I_m \sqrt{2} \left(\cos \omega t - \varepsilon^{-\frac{\omega r_a}{x_s} t} \right) *), \tag{7}$$

hvor t er Tiden, og det antages, at Indkoblingen netop finder Sted i det Øjeblik, hvor Strømmen har sin Maksimalværdi $I_m \sqrt{2}$. Det vil heraf fremgaa, at Strømmen i første Øjeblik ($t = 0$) antager Værdien Nul, idet den eksponentielt aftagende Jævnstrøm $I_m \sqrt{2} \varepsilon^{-\frac{\omega r_a}{x_s} t}$ ligesom ved Indkobling til en Jævnstrømskilde netop antager en saadan Værdi, at det første Strømstød med Værdien $I_m \sqrt{2}$ ophæves. Allerede en halv Periode senere, ɔ: $t = \frac{1}{2\infty}$, bliver $\cos \omega t = -1$, saaledes at de to Funktioner indenfor Parentesen adderes, og i_k saaledes antager en ret høj Værdi. Ved en vis Værdi for t, bliver $\varepsilon^{-\frac{\omega r_a}{x_s} t}$ saa lille, at den tilnærmelsesvis bliver Nul, hvorved man faar:

$$i_k = I_m \sqrt{2} \cdot \cos \omega t,$$

hvilket svarer til den endelige Ligevægtstilstand.

Tages der nu ogsaa Hensyn til Ankerreaktionen, vil vi først og fremmest ved Hjælp af Lign. (6) omskrive Lign. (7) som følger:

$$i_k = I_k \sqrt{2} \left[\left(1 + \frac{x_a}{x_s} \right) \cos \omega t - \frac{x_s + x_a}{x_s} \varepsilon^{-\beta t} \right], \tag{8}$$

idet vi sætter $\beta = \frac{\omega r_a}{x_s}$.

Naar der er Ankerreaktion til Stede, ved vi ifølge (5), at Strømmen i_k tilstræber en stationær Tilstand, der er givet ved:

$$i_{ks} = I_k \sqrt{2} \cos \omega t,$$

hvor

$$I_k = \frac{E_p}{x_s + x_a},$$

og denne Tilstand kan kun indtræffe, dels naar Jævnstrømsleddet $I_k \sqrt{2} \cdot \frac{x_s + x_a}{x_s} \varepsilon^{-\beta t}$ og dels naar det ene Vekselstrømsled $I_k \sqrt{2} \cdot \frac{x_a}{x_s} \cos \omega t$

*) Se f. Eks. *Rung:* Overspændinger Side 17, Lign. (28), ($\varphi = 90°$).

Digitized by Google

efter nogen Tids Forløb er forsvundet. Dette betyder igen, at sidstnævnte Led under Ankerreaktionens Indvirkning efterhaanden maa aftage til Værdien Nul, hvoraf følger, at det for vedkommende Vekselstrømsled fundne Udtryk:

$$i_{k_1} = I_k \sqrt{2} \cdot \frac{x_a}{x_s} \cos \omega t \tag{9}$$

maa ændres paa en saadan Maade, at den nævnte Afsvækkelse kommer til Udtryk.

Da Strømmen i_{k_1} passerer i hver af de tre Faseviklinger, vil der følgelig opstaa en med Magnethjulet synkront roterende magnetomotorisk Kraft, der da vil frembringe et gennem Anker, Poler og Aag forløbende afmagnetiserende Felt φ_a. Paa Grund af den i Magnetpolerne derved opstaaede Feltændring, vil der i Magnetvindingerne blive induceret en elektromotorisk Kraft, der i det lukkede Magnetiseringskredsløb fremkalder en ensrettet Ekstrastrøm med Momentanværdien i_m, og som en Følge af denne Strøm, vil der opstaa et Magnetfelt φ_m, der ligeledes forløber gennem Magnetpoler, Aag og Anker. Kaldes Antallet af Magnetvindinger v_m og den magnetiske Ledningsevne for Kredsløbet λ, kan dette Ekstrafelt udtrykkes ved:

$$\varphi_m = i_m \cdot v_m \cdot \lambda = \frac{i_m \cdot v_m^2 \cdot \lambda}{v_m}$$

Her er $v_m^2 \lambda$ Magnetvindingernes Selvinduktion L_m, saaledes at:

$$\varphi_m = \frac{i_m}{v_m} L_m \tag{10}$$

Det af Strømmen i_{k_1} fremkaldte resulterende Luftfelt bliver nu

$$\varphi_r = \varphi_m - \varphi_a \tag{11}$$

Paa Grund af Rotationen vil nu disse Felter inducere dermed proportionale elektromotoriske Kræfter i Ankerviklingen, saaledes at man kan sætte:

$$\frac{\varphi_m}{\varphi_r} = \frac{e_m}{e_r} \tag{12}$$

hvor e_m ifølge (11) er den Spænding, der skal drive Strømmen i_{k_1} gennem saavel Ankerreaktansen x_a som gennem Spredningsreaktansen x_s, medens e_r er den Spænding, der skal drive Strømmen i_{k_1} gennem Spredningsreaktansen alene.

Digitized by Google

Man har altsaa ifølge (12):

$$\frac{\varphi_m}{\varphi_r} = \frac{i_{k1}(x_s + x_a)}{i_{k_1} \cdot x_s}$$

eller

$$\varphi_r = \varphi_m \cdot \frac{x_s}{x_s + x_a} \tag{13}$$

og indsættes ifølge (10) Værdien for φ_m, findes for det resulterende Felt:

$$\varphi_r = \frac{x_s}{x_s + x_a} \cdot \frac{L_m}{v_m} \cdot i_m \tag{14}$$

Da der paa Magnetviklingen ikke virker andre Spændinger end selve Magnetiseringsspændingen, maa for den af Feltet φ_r inducerede Spænding samt for Modstandsspændingen $i_m \cdot r_m$ (hvor r_m er Magnetbeviklingens Modstand) gælde følgende Ligevægtsbetingelse:

$$i_m \cdot r_m + v_m \cdot \frac{d\varphi_r}{dt} = 0$$

og indsættes den i Lign. (14) for φ_r fundne Værdi, findes:

$$i_m \cdot r_m + \frac{x_s}{x_s + x_a} \cdot L_m \cdot \frac{di_m}{dt} = 0 \tag{15}$$

Det skal bemærkes, at der i denne Ligning ikke er taget Hensyn til Selvinduktionskoefficienten for Magnetpolernes Spredningsfelt, men da dette Felt er lille, kan det her lades ude af Betragtning. Løsningen af Lign. (15) er.

$$i_m = C_1 \cdot \varepsilon^{-\alpha t} \tag{16}$$

hvor C_1 er er en Integrationskonstant, og Dæmpningsfaktoren α er givet ved:

$$\alpha = \frac{x_a + x_s}{x_s} \cdot \frac{r_m}{L_m} \tag{17}$$

Da baade Strømmen i_m i Magnetbeviklingen og Strømmen i_{k1} i Ankerviklingen begge er frembragt af det resulterende Felt φ_r, og da den magnetiske Ledningsevne vedblivende antages at være konstant (retlinet Tomgangskarakteristik), maa disse to Strømme være proportionale. Man har følgelig:

$$i_{k_1} = C_2 \cdot \varepsilon^{-\alpha t} \tag{18}$$

Digitized by Google

sættes her $t = 0$, og benyttes Lign. (9), haves:

$$i_{k_1} = C_2 = I_k \sqrt{2} \frac{x_a}{x_s} \cos \omega t$$

hvoraf da følger, at:

$$i_{k_1} = I_k \sqrt{2} \frac{x_a}{x_s} \varepsilon^{-\alpha t} \cdot \cos \omega t \tag{19}$$

og indsættes denne Værdi i Lign. (8) i Stedet for Værdien $I_k \sqrt{2} \frac{x_a}{x_s} \cos \omega t$, findes det endelige Udtryk for Kortslutningsstrømmen:

$$i_k = I_k \sqrt{2} \left[\left(1 + \frac{x_a}{x_s} \cdot \varepsilon^{-\alpha t} \right) \cos \omega t - \frac{x_a + x_s}{x_s} \cdot \varepsilon^{-\beta t} \right], \tag{20}$$

hvor

$$\alpha = \frac{x_s + x_a}{x_s} \cdot \frac{r_m}{L_m} \tag{21}$$

og

$$\beta = \frac{\omega \cdot r_a}{x_s}. \tag{22}$$

Ovenstaaende Udvikling af Ligningen for Kortslutningsstrømmens Forløb har i Virkeligheden ikke været helt korrekt, idet der kun er taget Hensyn til den i Ankeret af det resulterende Felt φ_r ved Rotationen inducerede elektromotoriske Kraft, men ikke til de som en Følge af selve Feltændringen fremkaldte Spændinger i Ankervindingerne. Den begaaede Fejl er imidlertid lille og uden større Betydning. Ligeledes er Beregningerne baserede paa den Forudsætning, at de magnetiske Ledningsevner saavel af Hovedfeltet som af Spredningsfelterne er konstante Størrelser, hvilket ved de moderne ofte stærkt mættede Maskiner ikke er Tilfældet; det følger da heraf, at de to Dæmpningsfaktorer α og β i Virkeligheden ikke er konstante Størrelser. De udførte Beregninger er kun nogenlunde gyldige for det betragtede Tilfælde, hvor Kortslutningen finder Sted ved en ubelastet Maskine, der netop er magnetiseret op til at afgive den normale Klemmespænding E_p, der med stor Tilnærmelse endnu befinder sig i Tomgangskarakteristikens retlinede Del; ved stærkere Magnetisering er Ligningen ikke mere gyldig, men den kan dog benyttes til et nærmere Studium af de forskellige forekommende Størrelsers Indflydelse paa Kortslutningsstrømmens Forløb.

Det ses af Lign. (20), at Kortslutningsstrømmen sammensættes af to Led, nemlig:

Digitized by Google

$$i_v = I_k \sqrt{2} \cos \omega t \left(1 + \frac{x_a}{x_s} \cdot \varepsilon^{-\alpha t}\right) \tag{23}$$

og

$$i_j = I_k \sqrt{2} \cdot \frac{x_a + x_s}{x_s} \cdot \varepsilon^{-\beta t}. \tag{24}$$

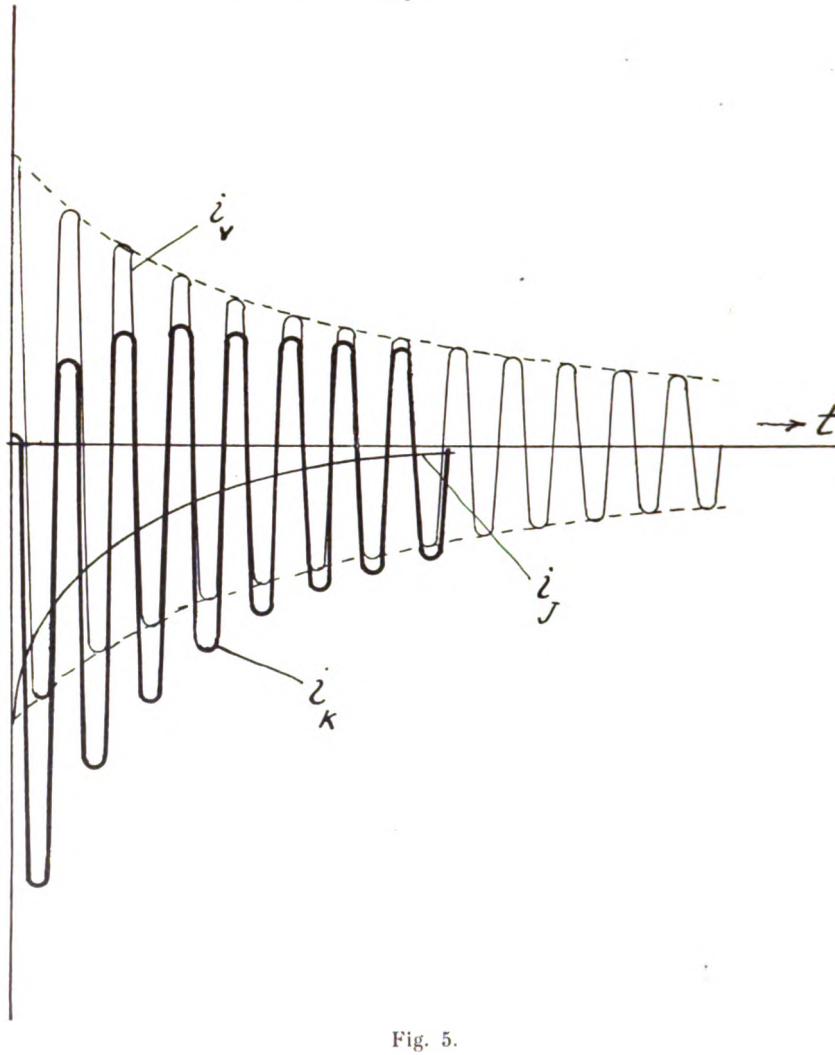


Fig. 5.

Leddet i_v er en Vekselstrøm, hvis Maksimalværdi falder efter en Eksponentialfunktion, medens Leddet i_j er en ensrettet Strøm, der ligeledes aftager efter en Eksponentialfunktion. Begge disse Led samt den resulterende Strøm i_k er fremstillede paa Fig. 5.

Jævnstrømsleddet vil i Ankerjærnet fremkalde et stillestaaende ensrettet Felt, der ved at skære de roterende Magnetvindinger inducerer

Digitized by Google

Spændinger, der under Omstændigheder kan antage en saa stor Værdi, at Magnetviklingens Isolation beskadiges. Da Konstanten β er ret stor, vil Jævnstrømsleddet meget hurtigt aftage, og vil som Regel være forsvundet inden ca. $\frac{1}{2}$ Sekund. Vekselstrømsleddet forsvinder væsentlig langsommere, som oftest efter 2—4 Sekunders Forløb.

2. DEN STATIONÆRE KORTSLUTNINGSSTRØM

De hidtil fundne Formler for den stationære Kortslutningsstrøm gælder kun for Kortslutning direkte over Generatorens Klemmer og kun i de Tilfælde, hvor Tomgangskarakteristiken kan anses for retlinet.

Ifald Kortslutningen finder Sted i et Punkt ude i Ledningsnettet, kommer den mellem Generatoren og Kortslutningspunktet værende Impedans Z_n til at indgaa i Strømkredsen, og man maa da for Kortslutningsstrømmens stationære Værdi sætte:

$$I_k = \frac{E_o}{\sqrt{(x_a + x_s + \Sigma(x_n))^2 + \Sigma(r_n)^2}}, \tag{25}$$

hvor $\Sigma(x_n)$ er Summen af de i Ledningsnettet indtil Kortslutningspunktet indskudte Reaktanser (Ledninger, Transformatorer og lign.) og $\Sigma(r_n)$ er Summen af de tilsvarende Modstande.

Ifald der i Ledningsnettet anvendes Luftledninger paa mindst 70 mm², vil man i de fleste Tilfælde kunne se bort fra den ohmske Modstand; kaldes den samlede Ledningsreaktans (incl. eventuelle Transformatorer) for x_n, haves da:

$$I_k = \frac{E_o}{x_s + x_a + x_n}. \tag{26}$$

Denne Formel gælder kun saa længe Tomgangskarakteristiken er retlinet, idet Ankerreaktansen x_a kun under denne Forudsætning er en konstant Størrelse; saasnart Karakteristiken krummer, vil x_a variere alt efter de i Maskinens Jærn tilstedeværende Mætningsforhold, og for at erholde nogenlunde rigtige Resultater, vil det være nødvendigt at tage disse Omstændigheder i Betragtning, hvorved en af Forfatteren udarbejdet Fremgangsmaade skal anvendes.

Paa Fig. 6 er til dette Øjemed optegnet en Karakteristik K af sædvanlig Form, og det antages nu, at Maskinen er fuldt belastet og magnetiseret med $i_m v_m$ Ampèrevindinger, svarende til den normale Klemmespænding E_p og den elektromotoriske Kraft E_o ved Tomgang, samt at den kortsluttes over en ydre Reaktans x_n; der vil da opstaa en Anker-

Digitized by Google

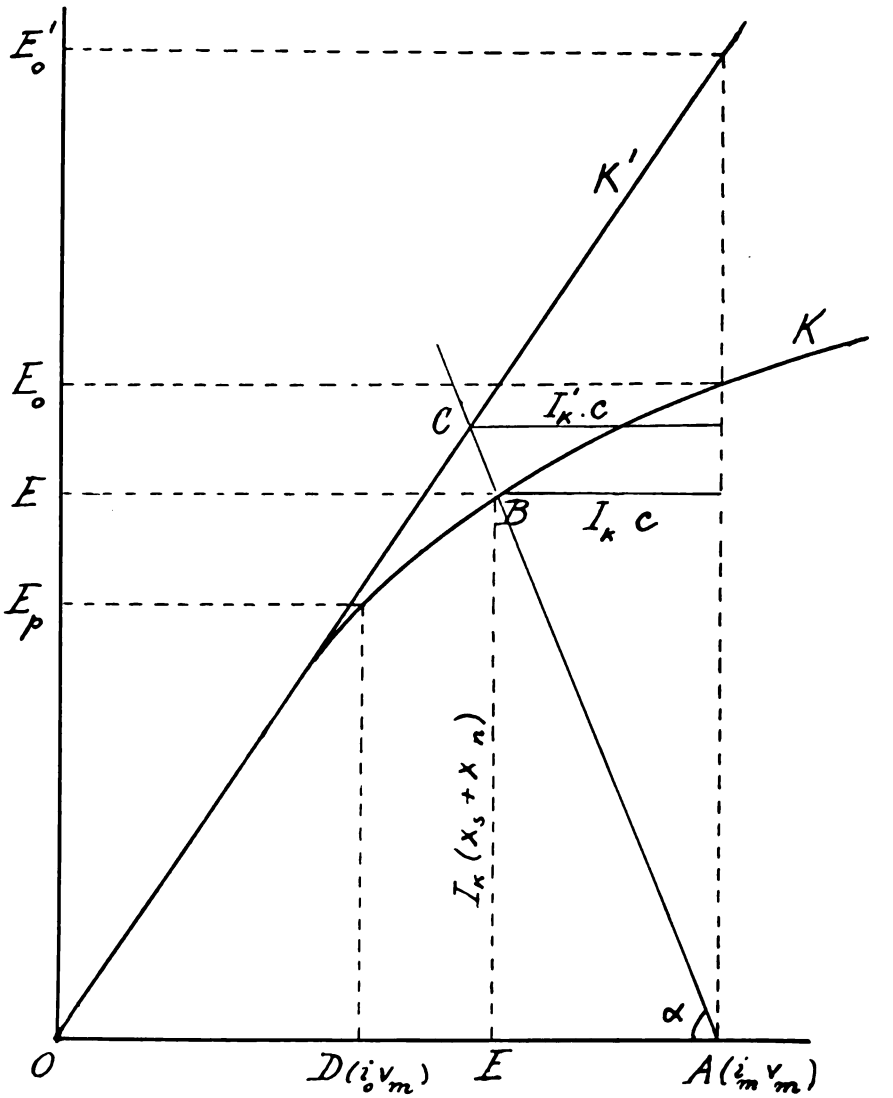


Fig. 6.

reaktion, hvis magnetomotoriske Kraft $\overline{AE}$ vil svække Magnetiseringen til $\overline{OE}$ Ampèrevindinger, saaledes at Maskinens resulterende elektromotoriske Kraft bliver $E = \overline{EB}$. Kaldes den stationære Kortslutningsstrøm I_k, bliver nu Ligevægtsbetingelsen:

$$E = I_k (x_s + x_n) = \overline{EB}.$$

Trækkes Linien AB, vil den Vinkel α, som denne Linie danner med Abscisseaksen være givet ved:

Digitized by Google

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\overline{BE}}{\overline{AE}};$$

her er $\overline{AE}$ Ankerets afmagnetiserende Ampèrevindinger, der kan udtrykkes ved $c \cdot I_k$, hvor c er en Konstant. Man har da:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{I_k (x_s + x_n)}{I_k \cdot c} = \frac{x_s + x_n}{c},$$

hvoraf fremgaar, at Retningen for Linien AB er givet ved den i Kortslutningskredsen tilstedeværende Reaktans, og at Punktet B er givet ved denne Linies Skæring med Karakteristiken.

Ifald nu Karakteristiken havde et retlinet Forløb, saaledes som angivet ved Linien K', vilde Skæringspunktet blive forrykket til Punktet C, hvorved Kortslutningsstrømmen forøges til Værdien I_k', og man har da:

$$\frac{I_k}{I_k'} = \frac{AB}{AC}. \tag{27}$$

For den til den retlinede Tomgangskarakteristik svarende Kortslutningsstrøm haves ifølge (26):

$$I_k' = \frac{E_o'}{x_s + x_n + x_a}, \tag{28}$$

hvor E_o' er den til Magnetiseringen $i_m v_m$ svarende E. M. K. ved Tomgang. For at kunne bestemme E_o', vil vi gaa ud fra, at Maskinens normale Klemmespænding E_p ligger saa nær ved den virkelige Tomgangskarakteristiks Knæ (hvilket svarer til de praktiske Forhold), at det nedenfor liggende Stykke af Karakteristiken kan anses for retlinet. Kaldes den til Tomgangsspændingen E_p svarende Magnetiseringsstrøm i_o, haves derfor ifølge Figuren med Tilnærmelse:

$$\frac{E_o'}{E_p} = \frac{i_m}{i_o} = m \tag{29}$$

m kaldes *Magnetiseringsforholdet*; der haves nu ifølge (27) (28) og (29) for den virkelige Kortslutningsstrøm I_k (svarende til den krumlinede Karakteristik):

$$I_k = m \cdot \frac{AB}{AC} \cdot \frac{E_p}{x_s + x_n + x_a}$$

hvor x_a er den konstante til den retlinede Karakteristik svarende Ankerreaktans. Vi sætter nu

$$m_1 = m \cdot \frac{AB}{AC} \tag{30}$$

hvor m_1 kaldes *Mætningskoefficienten*.

Digitized by Google

Man finder endelig:

$$I_k = \frac{m_1 E_p}{x_s + x_n + x_a} \tag{31}$$

For at kunne bestemme m_1, maa man kende Magnetiseringsforholdet m, der simpelthen kan beregnes ved paa den udførte Maskine at maale de to Magnetiseringsstrømme i_m og i_o, svarende henholdsvis til fuld Belastning*) og Tomgang og saaledes, at Maskinen i begge Tilfælde afgiver den normale Klemmespænding E_p. Endvidere maa kendes Forholdet $\frac{AB}{AC}$, der let bestemmes grafisk ved Hjælp af selve Karakteristiken.

Kendes hverken Magnetiseringsforholdet eller Tomgangskarakteristiken, kan man med god Tilnærmelse benytte de paa Plan 1 viste Kurver, der er udregnede paa Grundlag af en af Verband Deutscher Elektrotechniker angivet Normalkarakteristik (der højst afviger 10% fra virkelige Karakteristiker) samt nogle af Dr. Ing. *Kesselring* udregnede Gennemsnitsværdier af Magnetiseringskonstanten. Til Benyttelse af Kurverne, der forudsætter, at Kortslutningen sker ved fuld Belastning, udregnes Størrelsen:

$$\varepsilon_x = \frac{x_s + x_n}{x_s + x_n + x_a}, \tag{32}$$

hvilken Størrelse let bestemmes, idet saavel Tælleren som Nævneren benyttes ved andre Udregninger.

[Normalkarakteristiken er vist paa Fig 7; her er den normale Spænding E_p samt den dertil svarende Magnetisering sat lig med 1. For at bestemme Forholdet $\frac{AB}{AC}$, maa Punktet C paa den retlinede Karakteristik fastlægges, hvilket sker ved Beregning af Spændingen $I_k'(x_s + x_n)$, hvor

$$I_k' = \frac{E_o'}{x_s + x_n + x_a} = \frac{m E_p}{x_s + x_n + x_a}.$$

Da imidlertid i Normalkarakteristiken $E_p = 1$, maa Ordinaten til Punktet C udtrykkes i Forhold til E_p, hvorfor:

$$y = \frac{I_k'}{E_p}(x_s + x_n) = m \cdot \frac{x_n + x_s}{x_s + x_n + x_a} = m \cdot \varepsilon_x.$$

Punkt C er herved bestemt, saaledes at Linien AC nu kan trækkes, idet Abscissen for Punktet A er givet ved Magnetiseringsforholdet m (se (29)), der for de forskellige Værdier af cos φ kan findes af *Kesselrings* Kurver Fig. 8. Herefter er nu Forholdet $\frac{AB}{AC}$ bestemt.]

*) Kortslutningen antages, som angivet, at finde Sted ved fuld Belastning.

Digitized by Google

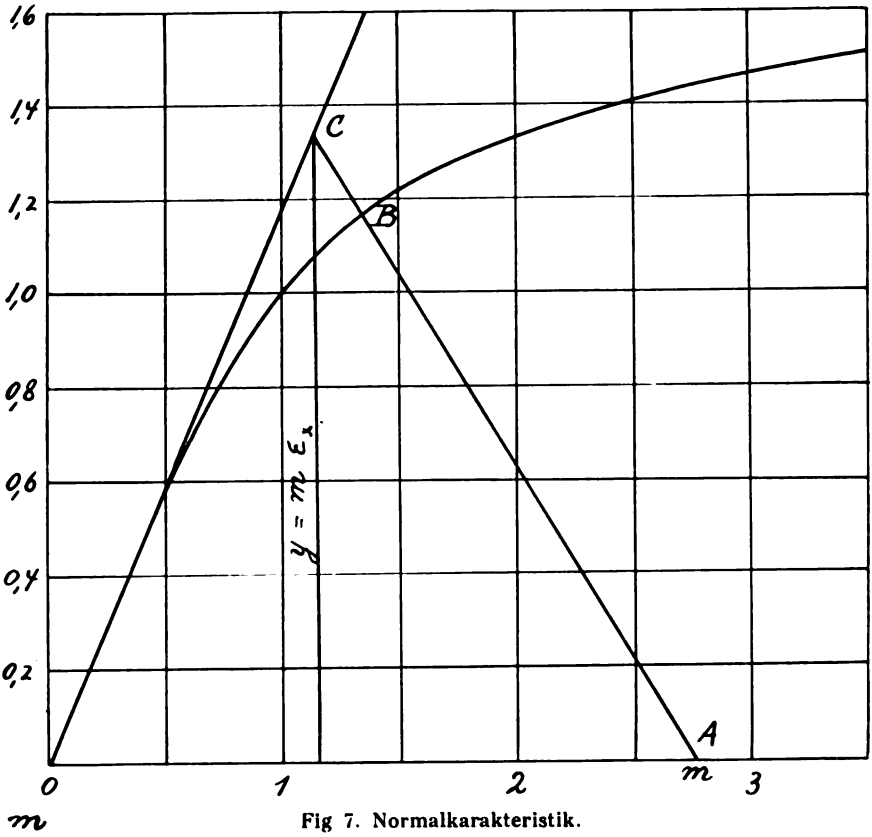


Fig 7. Normalkarakteristik.

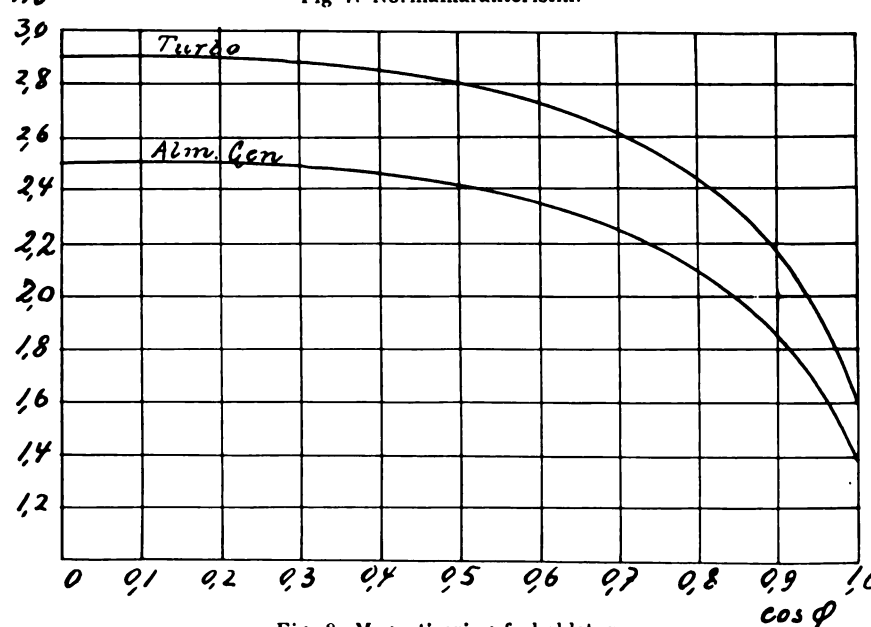


Fig. 8. Magnetiseringsforholdet m

Digitized by Google

Kendes ikke x_s og x_a, kan deres Sum skønnes derved, at man betragter Maskinen ved Klemmekortslutning og Tomgangsmagnetisering svarende til den normale Klemmespænding E_p. Man har da:

$$x_s + x_a = \frac{E_p}{I_{ko}}, \tag{33}$$

hvor Kortslutningsstrømmen $I_{ko} = n \cdot I_n$, idet n er en Konstant og I_n er Strømmen ved normal Belastning. For Konstanten n gælder ifølge Erfaringen gennemsnitlig:

For Turbogeneratorer $n = 0{,}7$
For alm. Generatorer $n = 0{,}8 \ldots 1{,}2$

For Spredningsreaktansen kan man sætte:

$$x_s = \varepsilon_s \cdot \frac{E_p}{I_n \cdot 10^2}, \tag{33a}$$

hvor der for ε_s gælder følgende Gennemsnitsværdier:

For Turbogeneratorer $\varepsilon_s = 12—15$
For alm. Generatorer $\varepsilon_s = 20—24$.

Undertiden ser man en noget anden Opstilling af Formlerne, idet man i Stedet for de virkelige Reaktanser indfører de ved normal Belastning i Reaktanserne forekommende Spændingstab, udtrykt i Procent af den normale Netspænding. Kaldes Procenttallet ε og Normalstrømmen I_n, haves for en vilkaarlig Reaktans:

$$I_n \cdot x = \frac{\varepsilon}{100} E_p,$$

hvoraf

$$\varepsilon = \frac{I_n \cdot x}{E_p} 100 = \frac{3 E_p \cdot I_n \cdot x \cdot 10^2}{3 E_p^2}$$

eller

$$\varepsilon = \frac{kVA_s \, 10^5}{E_n^2} x. \tag{34}$$

E_n er den sammensatte Netspænding: $E_n = E_p \sqrt{3}$.

For den trepolede Kortslutningsstrøm haves da ifølge (31)

$$I_k = m_1 \cdot \frac{E_p}{\Sigma(x)} \text{ og da } x = \frac{\varepsilon}{100} \cdot \frac{E_p}{I_n},$$

findes

$$I_k = m_1 \cdot I_n \cdot \frac{100}{\Sigma(\varepsilon)}. \tag{35}$$

Digitized by Google

I Lign. (34) er kVA_s Summen af Normaleffekterne af de paa Kortslutningen arbejdende Maskiner.

Ved Transformatorer kan man i Reglen se bort fra Viklingernes Modstand, saaledes at man kan nøjes med at tage Hensyn til Reaktansen, som bestemmes ved at dividere Kortslutningsspændingen pr. Fase med Transformatorstrømmen ved fuld Belastning. Ifølge A. S. E. A. kan man for Kortslutningsspændingen E_{kt}, udtrykt i ε_{nt} % af Transformatorens Driftsspænding pr. Fase, antage følgende Gennemsnitsværdier:

$E_p\sqrt{3}$ = Driftsspænding:	11—33	44	55	77	110	132	220 *kV*
ε_{nt} i %	5	6	7	9	12	14	16

Man har da:

$$E_{kt} = \frac{\varepsilon_{nt}}{100} \cdot E_p = I_{nt} \cdot x_t, \tag{36}$$

hvor I_{nt} er Transformatorens Normalstrøm og x_t er Kortslutningsreaktansen.

Vil man benytte Formel (34), findes den procentuelle Transformatorreaktans:

$$\varepsilon_t = \varepsilon_{nt} \cdot \frac{kVA_s}{kVA_t}, \tag{37}$$

hvor kVA_t er Transformatorens Normaleffekt og kVA_s er Summen af Normaleffekterne af de paa Kortslutningen arbejdende Maskiner.

Findes i Ledningsnettet flere forskellige Driftspændinger, vælges en af disse som Grundlag for Kortslutningstrømmens Beregning, og de forskellige Reaktanser, Impedanser og Modstande, der hører til en Ledning med en anden Spænding, maa da paa kendt Maade*) reduceres til den valgte Spænding ved Multiplikation med Kvadratet paa de mellemliggende Transformatorers Omsætningsforhold.

3. DEN MOMENTANE KORTSLUTNINGSSTRØM.

For Kortslutningsstrømmens Forløb fra det Øjeblik, hvor Kortslutningen finder Sted, indtil den stationære Tilstand er indtraadt, fandtes følgende Ligning (se Lign. (20)):

$$i_k = I_k\sqrt{2}\left[(1 + \frac{x_a}{x_s}\varepsilon^{-\alpha t})\cos\omega t - \frac{x_a + x_s}{x_s}\varepsilon^{-\beta t}\right]. \tag{38}$$

*) Se f. Eks. Rung: Ledninger for Stærkstrøm, Side 117.

Digitized by Google

For at finde den til selve Kortslutningsøjeblikket svarende Værdi, sættes $t = 0$, og man har da:

$$i_{ko} = I_k\sqrt{2}\left(\frac{x_a + x_s}{x_s} - \frac{x_a + x_s}{x_s}\right) = 0$$

og det ses, at det første Led — Vekselstrømsleddet — faar Værdien:

$$i_{vo} = I_k \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{x_a + x_s}{x_s}$$

eller ved Anvendelse af Lign. (6)

$$i_{vo} = I_m\sqrt{2}. \tag{38a}$$

Det fremgaar heraf, at Kortslutningsstrømmen i første Øjeblik er lig med Nul, og at Vekselstrømsleddet antager en Værdi, der er Maksimalværdien af den ved Lign. (3) fundne momentane Kortslutningsstrøm.

Det fremgaar nu direkte af Lign (38), at den største Værdi for i_k vil fremkomme, naar der er forløbet $\frac{1}{2}$ Vekselstrømsperiode efter Kortslutningens Opstaaen, hvilket svarer til, at $\omega t = \pi$, eller cos $\omega t = -1$; Vekselstrømsleddet og Jævnstrømsleddet faar i dette Tilfælde samme Fortegn, saaledes at den totale Kortslutningsstrøm bliver lig med Summen af begge Led. Antages Periodetallet til 50 Hz, bliver efter $\frac{1}{2}$ Periodes Forløb $t = \frac{1}{100}$ Sekund, og man finder da for Kortslutningsstrømmens største Værdi I_s (den saakaldte *Stødstrøm*):

$$I_s = -I_k\sqrt{2}\left[1 + \frac{x_a}{x_s}\varepsilon^{-0{,}01\alpha} + \frac{x_a + x_s}{x_s}\varepsilon^{-0{,}01\beta}\right].$$

Ifølge Erfaringen er gennemsnitlig $\alpha = 1$ og $\beta = 10$, og man har da:

$$I_s = -I_k\sqrt{2}\left[1 + \frac{x_a}{x_s}\varepsilon^{-0{,}01} + \frac{x_a + x_s}{x_s}\varepsilon^{-0{,}1}\right],$$

hvilket kan omskrives til:

$$I_s = -I_k\sqrt{2}\left[1 + \left(\frac{x_a + x_s}{x_s} - 1\right)\varepsilon^{-0{,}01} + \frac{x_a + x_s}{x_s}\varepsilon^{-0{,}1}\right].$$

Her er $\varepsilon^{-0{,}01}$ meget nær lig med 1, saaledes at

$$I_s = I_k\sqrt{2} \cdot \frac{x_a + x_s}{x_s}(1 + \varepsilon^{-0{.}1}),$$

idet Minustegnet foran I_k i det foreliggende Tilfælde er uden Interesse.

Digitized by Google

Da der foreløbig kun betragtes en Kortslutning direkte over Generatorens Klemmer, har man ifølge (31):

$$I_k = \frac{m_1 \cdot E_p}{x_s + x_a}, \quad (x_n = 0),$$

hvilket ved Indsætning giver:

$$I_s = 1{,}9 \cdot \frac{m_1 \cdot E_p}{x_s}\sqrt{2} = 2{,}68 \cdot \frac{m_1 E_p}{x_s}.$$

I Virkeligheden er Dæmpningen noget større paa Grund af Hvirvelstrømme, hvorfor man erfaringsmæssigt som Gennemsnitsværdi kan sætte:

$$I_s = 2{,}5 \cdot \frac{m_1 \cdot E_p}{x_s}, \tag{39}$$

hvor E_p er Klemmespændingens Effektivværdi pr Fase.

Som det fremgaar af Fig. 5, ligger Kurven for i_k ikke symmetrisk med Hensyn til Abscisseaksen, og den momentane Kortslutningsstrøm kan derfor ikke udtrykkes ved Effektivværdien, men kun ved den maksimale Værdi I_s, der maa benyttes ved Beregning af de meget betydelige mekaniske Kræfter, der ved Kortslutning kan opstaa mellem de til Strømkredsen hørende Ledninger.

Den momentane Kortslutningsstrøm ved Tomgangsmagnetisering ($m_1 = 1$) udtrykkes ofte i Forhold til Generatorstrømmens Maksimalværdi $I_n\sqrt{2}$ ved normal Belastning.. Man kan til dette Øjemed sætte:

$$\frac{I_s}{I_n\sqrt{2}} = \frac{2{,}5 \cdot E_p}{I_n\sqrt{2} \cdot x_s} \simeq 1{,}8 \cdot \frac{E_p}{I_n \cdot x_s}. \tag{40}$$

Vedr. Bestemmelse af x_s, se (33a).

For en Turbogenerator haves saaledes gennemsnitlig for $m_1 = 1$, ɔ: at Kortslutningen finder Sted ved Tomgang og en til den normale Klemmespænding pr. Fase E_p svarende Magnetisering:

$$\frac{I_s}{I_n\sqrt{2}} = 12.$$

Ifølge Erfaringen kan Forholdet stige til 15 à 16, og ved stærkere Magnetisering til væsentlig større Værdier (indtil 30). I den praktiske Drift kan man imidlertid regne med, at en Kortslutning enten vil indtræffe ved Tomgang, hvor Maskinen er magnetiseret op til normal Spænding E_p (f. Eks. mislykket Synkronisering), eller under Belastning af Maskinen. Den største Kortslutningsstrøm vil saaledes indtræffe un-

Digitized by Google

der Maskinens maksimale Belastning og ved en Magnetisering, der svarer til den normale Spænding; i dette Tilfælde er der altsaa som en Følge af Belastningen allerede en vis Ankerreaktion til Stede, saaledes at den Spænding, der vil komme til at virke paa Kortslutningskredsen vil svare til den indre elektromotoriske Kraft eller den af det resulterende Ankerfelt inducerede Spænding E (se Fig. 4). Imidlertid er Forskellen mellem E og Klemmespændingen E_p ikke stor, og man kan derfor gaa ud fra, at den Konstant, hvormed E_p skulde multipliceres for at give den elektromotoriske Kraft E er indbefattet i Erfaringskonstanten 2,5. Man kan derfor i Almindelighed for Stødstrømmen sætte:

$$I_s = 2{,}5 \cdot \frac{E_p}{x_s} = 2{,}5\, I_m$$

jvnfr. Lign. (3).

Af Hensyn til det i Ledningsnettet værende Spændingsfald sættes ofte Generatorernes Spænding lig med Netspændingen plus ca. 10 %.

Ifald Kortslutningen finder Sted ude i Ledningsnettet, bliver dettes Reaktans x_n i de ovenstaaende Ligninger at addere til Generatorviklingens Spredningsreaktans x_s, saaledes at Kortslutningsstrømmens Forløb fra den momentane til den stationære Tilstand ændres. Betragtes først Vekselstrømsleddet, Lign. (23), vil dette nu antage følgende Form:

$$i_v = I_k \sqrt{2} \cos \omega t \left(1 + \frac{x_a}{x_s + x_n} \varepsilon^{-\alpha t}\right),$$

hvor nu ifølge Lign. (21):

$$\alpha = \frac{x_a + x_s + x_n}{x_s + x_n} \cdot \frac{r_m}{L_m} = \left(1 + \frac{x_a}{x_s + x_n}\right) \frac{r_m}{L_m}.$$

Det fremgaar heraf, at Ledningsreaktansen vil bevirke en Formindskelse saavel af Vekselstrømsleddets Maksimalværdi som af Dæmpningskonstanten α.

Betragtes derefter Jævnstrømsleddet ifølge (24), antager dette nu Formen:

$$i_j = I_k \sqrt{2} \cdot \frac{x_a + x_s + x_n}{x_s + x_n} \cdot \varepsilon^{-\beta t}$$

eller

$$i_j = I_k \sqrt{2} \left(1 + \frac{x_a}{x_s + x_n}\right) \cdot \varepsilon^{-\beta t},$$

hvor ifølge Lign. (22):

$$\beta = \frac{\omega \cdot (r_a + r_n)}{x_s + x_n} = \frac{\omega \cdot \frac{r_a}{x_s} + \omega \cdot \frac{r_n}{x_s}}{1 + \frac{x_n}{x_s}}$$

Digitized by Google

idet r_n er Ledningsnettets ohmske Modstand, som her maa tages med i Betragtning, fordi Ankermodstanden indgaar i Formlen. Det fremgaar heraf, at Jævnstrømsleddets Maksimalværdi formindskes af Ledningsreaktansen, medens omvendt Dæmpningsfaktoren β vil vokse betydeligt, idet Størrelsen $\frac{\omega \cdot r_a}{x_s}$ svarer til Værdien af Dæmpningskonstanten ved Klemmekortslutning og gennemsnitlig har Værdien 10, medens det andet Led i Tælleren $\omega \cdot \frac{r_n}{x_s}$ vil vokse meget stærkt med voksende r_n, idet Vinkelhastigheden ω er stor (ved 50 Perioder er $\omega = 314$); med voksende Ledningslængde vil derfor Tælleren tiltage langt hurtigere end Nævneren. Heraf følger da, at Jævnstrømsleddet vil forsvinde meget hurtigt; ved Klemmekortslutning er det som Regel allerede forsvundet efter ca. $\frac{1}{2}$ Sekund, og ved en Kortslutning ude i Ledningsnettet paa et endnu tidligere Tidspunkt.

Som en Følge af ovenstaaende Betragtninger gælder altsaa, at Kortslutningsstrømmens momentane Værdi formindskes af Ledningsreaktansen, medens omvendt *Vekselstrømsleddet aftager langsommere*, saaledes at det varer længere Tid, inden det har naaet den stationære Værdi. For selve Stødstrømmen gælder:

$$I_s = 2{,}5 \frac{E_p}{x_s + x_n}. \qquad (42)$$

4. TOPOLEDE KORTSLUTNINGER.

I det foregaaende har vi udelukkende betragtet det Tilfælde, hvor der opstod en Kortslutning mellem alle tre Faser, men i Praksis forekommer det nok saa hyppigt, at Kortslutningen opstaar mellem to af Ledningerne. Kortslutningsstrømmen er da en enfaset Strøm, der forløber i de to Ledninger samt i to af Faseviklingerne, og den paa Kortslutningskredsen virkende Spænding svarer da til den tilstedeværende sammensatte Spænding, hvilket er i Modsætning til de foregaaende Tilfælde, hvor der overalt blev regnet med Fasespændinger; de to Faseviklinger, som indgaar i Kredsløbet, optræder nu som værende serieforbundne. Kaldes den *E. M. K.* pr. Fase for E, bliver altsaa den paa én Fasevikling virkende Komposant $= \frac{1}{2} E \sqrt{3} = 0{,}866\, E$.

Ankerreaktionen optræder i dette Tilfælde paa lignende Maade som ved en enfaset Generator, idet der i hver af de to Faseviklinger optræder stillestaaende pulserende magnetomotoriske Kræfter, hvis tilsvarende Felter paa kendt Maade hver kan opløses i et synkront og et

Digitized by Google

inverst roterende Felt. Sidstnævnte bliver som bekendt næsten helt afdæmpet af Hvirvelstrømme, saaledes at vi i hver af de to Faseviklinger alene kan regne med den synkront roterende magnetomotoriske Kraft, der i Henhold til Teorien for Vekselstrømsgeneratorer har en Værdi, der er en Trediedel af Værdien for alle tre Faser af en trefaset Generator. Kaldes ved den trefasede Maskine Ankerets resulterende magnetomotoriske Kraft for AV_a, bliver saaledes ved en topolet Kortslutning den magnetomotoriske Kraft i hver af de to kortsluttede Faseviklinger $\frac{1}{3} AV_a$, og den af disse resulterende magnetomotoriske Kraft bliver da som en Følge af de to Faseviklingers indbyrdes Forskydning paa $\frac{2}{3}$ Poldeling $\sqrt{3}$ Gange saa stor. Ved en topolet Kortslutning af en trefaset Maskine bliver saaledes Ankerreaktionen $\frac{1}{3} AV_a \sqrt{3} = \frac{AV_a}{\sqrt{3}}$, idet AV_a er Ankerreaktionen ved trefaset Kortslutning.

Af det ovenstaaende fremgaar altsaa, at saavel den paa Kortslutningen virkende E. M. K. som ogsaa Ankerreaktionen bliver mindre.

Da den ved en topolet Kortslutning opstaaede stationære Strøm faar en fra Sinuskurven meget afvigende Form og der desuden vil opstaa kraftige Hvirvelstrømme, vil en eksakt eller blot tilnærmelsesvist eksakt Beregning blive meget omstændelig og uoverskuelig, og man foretrækker derfor en mere empirisk Fremgangsmaade, idet man analogt med Fremgangsmaaden ved den trepolede Kortslutning indfører Ankerhovedfeltets Reaktans pr. Fase, som vi i dette Tilfælde vil betegne med x_{aII}. I Analogi med Lign. (31) sætter man for den stationære Strøm ved en topolet Kortslutning:

$$I_{kII} = m_1 \cdot \frac{0{,}866 \cdot E_p}{x_s + x_{aII} + x_n}, \tag{43}$$

hvor m_1 har samme Værdi som ved en trefaset Kortslutning og kan udtages af Kurverne Plan 1. Analogt med Lign. (33) sættes for den totale Generatorreaktans:

$$x_{gII} = x_s + x_{aII} = \frac{0{,}866 \cdot E_p}{I_n \cdot n_{II}}, \tag{44}$$

idet I_{ko} erfaringsmæssigt skønnes i Forhold til Generatorens Strøm I_n ved normal Belastning. Gennemsnitlig har man:

For Turbogeneratorer $n_{II} = \frac{I_{ko}}{I_n} = 1{,}05$

For alm. Generatorer $n_{II} = \frac{I_{ko}}{I_n} = 1{,}4 \cdots 1{,}8.$

Digitized by Google

Ses der bort fra den ydre Netreaktans x_{n_1} som har den samme Værdi, hvad enten det drejer sig om en to- eller trepolet Kortslutning, findes af Ligning. (31), (33), (43) og (44):

$$\frac{I_{kII}}{I_k} = \frac{n_{II}}{n}.$$

Da $n_{II} > n$, vil altsaa den topolede Kortslutningsstrøm være den største.

For den momentane Værdi af Kortslutningsstrømmen haves analogt med Lign. (42):

$$I_{sII} = 2{,}5 \cdot \frac{0{,}866 \cdot E_p}{x_s + x_n}, \qquad (45)$$

hvor x_s og x_n svarer til de ved trepolede Kortslutninger benyttede Værdier.

For Dæmpningskonstanten gælder gennemsnitlig ved topolede Kortslutninger $\alpha_{II} = (0{,}5 \cdots 0{,}7)\,\alpha$, medens Konstanten β er uden særlig Interesse, da som Regel Jævnstrømsleddet hurtigt forsvinder. Det ses, at Vekselstrømsleddet falder langsommere end ved trepolet Kortslutning, og ved en vis given Udløsningstid for Afbryderrelaiserne vil altsaa Ledninger, Apparater m. m. antage en højere Temperatur end ved trepolede Kortslutninger.

5. DOBBELTE JORDSLUTNINGER.

Enhver dobbelt Jordslutning virker paa Generatoren som en topolet Kortslutning, saaledes at de herfor udviklede Formler direkte kan benyttes. I Ledningsnettet opstaar der derimod en vis Usymmetri, idet de to kortsluttede Punkter i de fleste Tilfælde vil befinde sig i forskellig Afstand fra Centralen, ligesom Kortslutningsstrømmen gennem Jord ikke vil søge den direkte Vej fra det ene Punkt til det andet, men tværtimod vil vælge en saadan Bane, at Reaktansen af Kortslutningskredsløbet bliver Minimum. Antages det f. Eks., at der fra et Samleskinnesystem *S* (se Fig. 9) udgaar to Ledninger *I* og *II*, og at der samtidig i Punkterne *A* og *B* opstaar en Jordslutning, vil den deraf følgende Kortslutningsstrøm ikke søge sin Vej direkte gennem Jorden fra *A* til *B*, men Jordstrømmen vil, som vist punkteret, først følge Retningen for Ledning *I* ind til Centralen for derefter at gaa ud parallelt med Ledning *II* til Punktet *B*, idet Afstanden mellem de to Strømbaner af modsat Polaritet, dels i Luftledningen og dels i Jorden, herved bliver den mindst mulige, og følgelig ogsaa Selvinduktionen bliver Minimum.

Det vil altsaa heraf fremgaa, at Ledningsreaktansen i dette Tilfælde fremkaldes af en Strømsløjfe, hvoraf den ene Leder dannes af Luft-

Digitized by Google

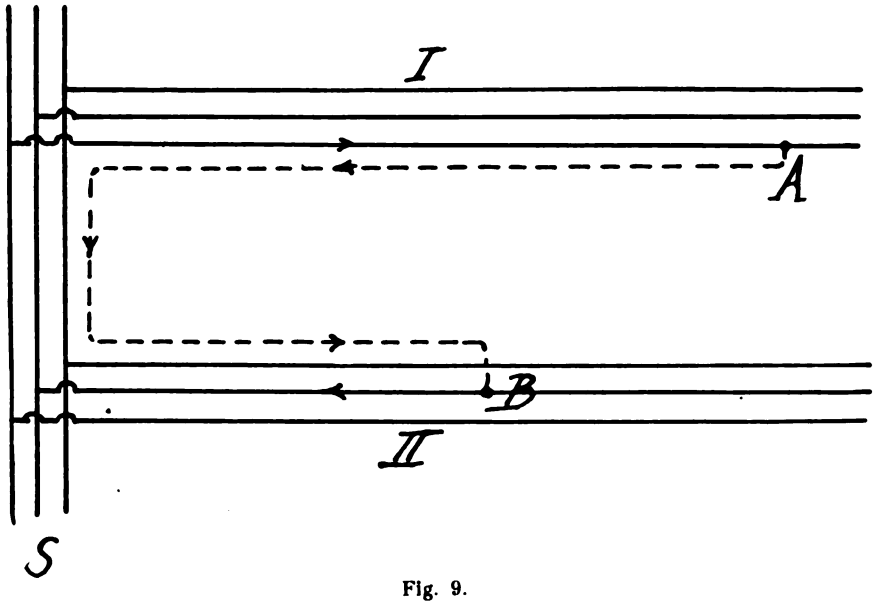


Fig. 9.

ledningen, og den anden bestaar af Jorden. Reaktansen pr. km af en saadan af en Ledning og Jord dannet Sløjfe kan ved 50 Perioder beregnes som følger:

$$x_j = 314 \left[2 \cdot ln \frac{1{,}25 \cdot 10^5}{r} - 1{,}154 \right] 10^{-4}\ \Omega/\text{km}, \qquad (46)$$

hvor r er Ledningens Radius i cm.

x_j vil som Regel ikke være meget forskellig fra Reaktansen af en Toleder Luftledning, hvilken Værdi ofte kan benyttes ved tilnærmede Beregninger. Nøjagtige Værdier findes angivne paa Plan 2 b.

Kaldes Afstanden til A for l_1 og Afstanden til B for l_2, og fordeles den samlede Ledningsreaktans ligeligt paa hver af de to Faseviklinger, der hver har Spændingen E_p, kan man i de for den topolede Kortslutning gældende Formler indsætte:

$$x_n = \tfrac{1}{2} (l_1 + l_2)\, x_j. \qquad (47)$$

Vil man tage Hensyn til Jordens Modstand, kan denne ansættes til:

$$r_j = \omega \cdot \pi \cdot 10^{-4}\ \Omega/\text{km},$$

der da maa sammensættes med Reaktansen x_j, idet der dog ogsaa maa tages Hensyn til Overgangsmodstandene til Jord i selve Jordslutningspunkterne. Ved 50 Perioder bliver $r_j \simeq 0{,}1\ \Omega/\text{km}$.

Digitized by Google

6. LEDNINGERS OPVARMNING

Paa Grund af de uhyre Strømbelastninger, der ved Kortslutninger vil kunne opstaa i Ledninger, er det indlysende, at disse vil kunne antage en meget høj Temperatur, ifald Kortslutningen ikke rettidig afbrydes.

For at undersøge dette Forhold nærmere, vil vi betragte en Ledning med Længden l og Tværsnittet q og foreløbig antage, at denne Ledning er belastet med den konstante Strøm I. Kaldes Ledningsmaterialets Modstandsfylde ϱ og Temperaturkoefficienten α_t, kan den udviklede Varmemængde pr. Sekund udtrykkes ved:

$$Q = I^2 \cdot \frac{l \cdot \varrho}{q}(1 + \alpha_t \vartheta), \text{ Watt},$$

idet ϑ er Ledningens Temperatur.

Indføres Ledningsmaterialets Vægtfylde γ og dets Varmefylde c, kan Varmemængden ogsaa udtrykkes ved:

$$Q_t = q \cdot l \cdot \gamma \cdot c \cdot \vartheta \text{ gr Cal.}$$

eller

$$Q_t = 4{,}19 \cdot q \cdot l \cdot \gamma \cdot c \cdot \vartheta \text{ Watt Sek.}$$

Ifald Tiden t, i hvilken den betragtede Ledning er underkastet Strømbelastningen, er tilstrækkelig kort (ved Kortslutninger $t < 10$ Sekunder), vil man ved en Beregning af Temperaturen kunne se bort fra den tilstedeværende Afkøling, saaledes at man med tilstrækkelig Nøjagtighed kan regne med, at Temperaturen stiger proportionalt med Tiden, saalænge den i Ledningen flydende Strøm I er konstant. Antages det, at Temperaturen vil stige med $d\vartheta$ Grader i Løbet af dt Sekunder, kan man følgelig opstille nedenstaaende Ligevægtsbetingelse:

$$I_k^2 \cdot \frac{l \cdot \varrho}{q}(1 + \alpha_t \vartheta)\, dt = 4{,}19 \cdot q \cdot l \cdot \gamma \cdot c \cdot d\vartheta.$$

Løses denne Differentialligning, og indføres samtidig Strømtætheden:

$$S = \frac{I}{q} \text{ Amp/mm}^2,$$

findes:

$$t = 4{,}19 \cdot \frac{\gamma \cdot c}{S^2 \cdot \varrho \cdot \alpha_t} ln\,(1 + \alpha_t \vartheta). \tag{48}$$

Denne Ligning angiver, hvormange Sekunder det vil vare, inden en Ledning med Strømtætheden S antager en vis given Temperatur ϑ.

Antages Ledningen at bestaa af *Kobber*, vil de forskellige Konstanter antage følgende Værdier:

Digitized by Google

Varmefylde c	$= 0{,}093$
Vægtfylde γ	$= 8{,}9$
Modstandsfylde (15° C) ϱ	$= 0{,}0175$
Modstandsfylde (ca. 70° C) ϱ	$= 0{,}02$
Temperaturkoefficient α_t	$= 0{,}00425$
$\frac{4{,}19 \cdot \gamma \cdot c}{\varrho \cdot \alpha_t}$ (ved 15° C)	$= 47000$
$\frac{4{,}19 \cdot \gamma \cdot c}{\varrho \cdot \alpha_t}$ (ved 70° C)	$= 41000.$

Ved Kortslutninger er nu Strømmen, saaledes som tidligere paavist, ikke konstant, og man maa derfor i Lign. (48) i Stedet for Produktet S^2t. indføre: $\int_0^t S_t^2 dt$, hvor S_t er en vilkaarlig Værdi af den i Ledningen under Kortslutningen tilstedeværende Strømtæthed. Man har nu

$$\int_0^{t'} S_t^2 dt = \frac{1}{q} \int_0^t i_k^2 dt,$$

hvor Værdien for i_k er givet ved Lign. (20). Man skulde derfor kvadrere og integrere det for i_k fundne Udtryk, men da, som tidligere nævnt Lign. (20) er udviklet under den Forudsætning, at Kortslutningen finder Sted ved Tomgangsmagnetisering, og at Tomgangskarakteristiken for Generatoren har et fuldstændig retlinet Forløb, vil man kun komme til et ret problematisk Resultat, og man kan derfor anvende en noget anden Fremgangsmaade, der i Hovedsagen støtter sig til en Række af Undersøgelser og Maalinger ved udførte Maskiner. Til dette Øjemed vil vi indføre Strømtætheden S_k, der svarer til den ved den stationære Kortslutningsstrøm herskende Værdi, idet

$$S_k = \frac{I_k}{q}$$

og man sætter da:

$$\int_0^{t'} S_t^2 dt = S_k^2 \cdot t' = \left(\frac{I_k}{q}\right)^2 t', \tag{49}$$

hvor t' er den saakaldte *ideelle Kortslutningstid*, som defineres som den Tid, i hvilken en Kortslutning med den konstante Strøm I_k skulde bestaa, for at Ledningen antager samme Temperatur som under de virkelige Forhold.

Den størst tilladelige Strømtæthed under en Kortslutning af en given Varighed og uden Overskridelse af en vis given Temperatur, kan herefter bestemmes paa Grundlag af Kortslutningsstrømmens stationære

Digitized by Google

Værdi, og man kan nu i dette Øjemed benytte Lign. (48), idet man i Stedet for den virkelige Kortslutningstid t (eller Udløsningstid for Afbryderen) indfører den ideelle Tid t'. Man finder da: for Ledninger af Kobber:

$$S_k = \frac{1}{\sqrt{t'}} \sqrt{47000\, ln\,(1 + \alpha_t \vartheta)}, \tag{50}$$

hvilket svarer til, at Ledningen forinden Kortslutningen befandt sig i kold Tilstand (Luftledninger m. m.). eller:

$$S_k = \frac{1}{\sqrt{t'}} \sqrt{41000\, ln\,(1 + \alpha_t \vartheta)}, \tag{51}$$

som forudsætter, at Ledningen forinden Kortslutningen befandt sig i varm Tilstand (Viklinger i Generatorer, Transformatorer o. lign.). Som almengyldigt Udtryk kan man sætte:

$$S_k = \frac{1}{\sqrt{t'}} \cdot k_t, \tag{52}$$

hvor k_t er den saakaldte *Opvarmningskonstant*, der for Ledninger af *Kobber* kan udtages af Kurverne Plan 4.

Den ideelle Kortslutningstid t', som indgaar i Lign. (52), maa selvfølgelig afhænge af Kortslutningsstrømmens Forløb indenfor Kortslutningstiden. Som det fremgaar af Lign. (20) maa denne dels afhænge af Generatorens Konstanter og dels af den totale i Kortslutningskredsløbet indskudte Reaktans. Som Middelværdier af Størrelsen $\frac{1}{\sqrt{t'}}$ kan benyttes de paa Plan 3*) viste Kurver, der er udregnede paa Grundlag af de ovenfor nævnte Undersøgelser af udførte Maskiner, idet det her er forudsat, at Kortslutningen finder Sted ved fuld Belastning, normal Netspænding og $\cos \varphi = 0{,}8$. Som Abscisse for Kurverne er benyttet den totale procentuelle Reaktans i Kredsløbet (Generatorens Spredningsreaktans + samlet Netreaktans). I Henhold til Lign. (34) haves saaledes for Abscissen:

$$\varepsilon = \frac{k V A_s \cdot 10^5}{E_n^2} (x_s + x_n)\,\%. \tag{53}$$

Det skal bemærkes, at Kurverne paa Plan 3 gælder for *topolet Kortslutning*, der, som tidligere vist, vil medføre de højeste Temperaturer.

Ifald man ønsker paa Grundlag af en given Strømtæthed S_k at bestemme den højst tilladelige Udløsningstid t, udtages af Plan 4 den

*) Se: Waltjen: Schaltanlagen für Drekstrom-Kraftwerke (Springer).

Digitized by Google

til den givne Maksimaltemperatur ϑ svarende Værdi af k_t, og man har da ifølge (52):

$$\frac{1}{\sqrt{t'}} = \frac{S_k}{k_t}; \tag{54}$$

ved Hjælp af den heraf fundne Værdi for $\frac{1}{\sqrt{t'}}$ og den procentuelle Reaktans ε kan man nu af Kurverne Plan 3 udtage den virkelige Udløsningstid t, idet man interpolerer mellem Kurverne. Ifald der er Mulighed for Genindkoblinger af Afbryderen umiddelbart efter Udløsningen, maa Strømtætheden S_k i Lign. (52) og (54) multipliceres med Kvadratroden af Antallet af mulige Genindkoblinger.

Som Maksimaltemperatur kan man for blanke Ledninger sætte 300° C og for isolerede Ledninger (herunder Kabler) 150° C.

Som et første Eksempel skal betragtes en topolet Kortslutning af en Generator, hvor den stationære Kortslutningsstrøm antages at være det dobbelte af Normalstrømmen, og hvis Spredningsreaktans er 12 %. Ansættes Strømtætheden i Viklingen ved Normalbelastning til 3 Amp/mm², findes altsaa ved Kortslutning: $S_k = 6$ Amp/mm². Ved en Udløsningstid paa 10 Sek. findes da af Plan 3:

$$\frac{1}{\sqrt{t'}} = 0{,}25 \text{ og ved Lign. (54):}$$

$$k_t = S_k : \frac{1}{\sqrt{t'}} = \frac{6}{0{,}25} = 24.$$

Det ses nu af Kurve a paa Plan 4, at Temperaturstigningen kun vil andrage nogle faa Grader. Det fremgaar altsaa heraf, at en Generator, uden at lide Skade i temperaturmæssig Henseende, kan taale en Kortslutning i forholdsvis lang Tid, hvilket ogsaa følger af den Omstændighed, at den i Viklingen værende Kortslutningsstrøm kun er fremkaldt af Generatoren selv, og at andre tilstedeværende Generatorer ingen Indflydelse har herpaa.

Som et andet Eksempel skal betragtes en fra en større Central udgaaende Luftledning, som har et Tværsnit paa 50 mm², idet det forudsættes, at den af Centralens Generatorer fremkaldte stationære Kortslutningsstrøm er 5000 Amp. Man har da $S_k = 100$ Amp/mm². Antages en Udløsningstid paa 1 Sek. og antages Afstanden til Kortslutningspunktet at være en saadan, at den totale procentuelle Reaktans $\varepsilon = 15$ %, findes ifølge Plan 3: $\frac{1}{\sqrt{t'}} = 0{,}45$, saaledes at

$$k_t = \frac{100}{0{,}45} = 223.$$

Digitized by Google

Af Plan 4 Kurve *b* findes herefter Temperaturstigningen at være ca. 430° C, hvilket absolut er for meget.

Det fremgaar altsaa heraf, at man skal være noget forsigtig med Hensyn til direkte at forbinde forholdsvis tynde Fødeledninger til en Storcentrals Samleskinner, og at man for saadanne Ledningers Vedkommende bør træffe de fornødne Foranstaltninger (Indskydning af Transformatorer, Induktionsspoler o. lign.) til Begrænsning af Kortslutningsstrømmens Størrelse.

7. KORTSLUTNINGSSTRØMMENS ELEKTRODYNAMISKE VIRKNING

To parallele cylindriske Ledere, som fører Strømmene I_1 og I_2, og som er anbragt i en indbyrdes Afstand paa d cm, vil pr. m Ledningslængde paavirke hinanden med en Kraft:

$$P = \frac{2 \cdot I_1 I_2 \cdot 10^{-6}}{d} \text{ kg.} \tag{55}$$

Er de to Ledere udførte som Skinner, vil Kraften afhænge af den Maade, paa hvilke de er anbragt i Forhold til hinanden, ɔ: hvorvidt Skinnernes smalle eller deres brede Flader vender mod hinanden. For saadanne Skinner haves for Kraften:

$$P = k \cdot \frac{2 \cdot I_1 I_2 \cdot 10^{-6}}{d} \text{ kg/m} \tag{56}$$

hvor Konstanten k kan udtages af Kurverne paa Plan 5*).

Kraften P er, som bekendt, tiltrækkende, naar de to Strømme gaar i samme Retning, og frastødende, naar Strømmene gaar i modsat Retning.

For en topolet (enfaset) Kortslutning vil den mellem de to kortsluttede Ledere opstaaede frastødende Kraft være udtrykt ved:

$$P = k \cdot \frac{2}{d} \left(\frac{I_s}{1000} \right)^2 \text{ kg/m} \tag{57}$$

hvor I_s er den ved Kortslutningen fremkomne Stødstrøm (se Lign. (45)).

Ved trefasede Kortslutninger opstaar de største Kræfter i det Øjeblik, hvor Strømmen i en Fase har sin Maksimalværdi, medens den i hver af de to andre Faser har den halve Størrelse.

*) Efter A S E A's Handbok 15, Överströmmar.

Digitized by Google

Som Eksempel paa, hvor store Stødkræfter der kan opstaa, skal betragtes en 30 cm lang Gennemføring til en Strømtransformator, hvor Afstanden i Gennemføringsrøret mellem de to Tilledninger er 2 cm. Ved en topolet Kortslutning med en Stødstrøm paa 80000 Amp, vil den frastødende Kraft mellem de to Ledninger være:

$$P = \frac{2}{2}\left(\frac{80000}{1000}\right)^2 \cdot 0{,}3 \text{ kg}$$

eller

$$P = \text{ca } 2000 \text{ kg}.$$

Det fremgaar heraf, hvilke enorme Kræfter, der vil kunne opstaa under en Kortslutning, og at følgelig de forskellige Maskiner, Transformatorer, Apparater m. m., der indgaar i Kredsløbet, maa konstrueres med særligt Henblik herpaa.

Ved Ophængning af Ledninger maa der tillige ved Valget af Afstande mellem Fastgørelsespunkterne tages Hensyn til, at Ledningernes dynamiske Egetsvingningstal ikke ligger for nær ved Vekselstrømmens Periodetal, saaledes at Resonnans eller farlig Interferens kan undgaas. For en Lednings Egetsvingningstal pr. Sek. gælder:

$$n = 112 \sqrt{\frac{E_m \cdot \theta}{g \cdot l^4}} \qquad (58)$$

hvor E_m er Elasticitetskoefficienten (for C_u: $1{,}15 \cdot 10^6$ kg/cm^2), θ er Ledningstværsnittets Inertimoment i cm^4, g er Ledningens Vægt i kg/cm, og l er Indspændingslængden i cm.

De ved Kortslutninger opstaaede Stødkræfter mellem parallele Ledninger vil selvfølgelig ogsaa virke mellem Generator- og Transformatorviklingernes Spoler, saaledes at disse med Henblik herpaa maa forsynes med særlige Afstivninger. Endvidere vil Stødstrømmen i Forbindelse med det ved Kortslutningens Opstaaen endnu tilstedeværende fulde Magnetfelt kunne fremkalde uhyre Drejningsmomenter, der virker bremsende paa Magnethjul og Kraftmaskine, og i mange Tilfælde medfører Havarier saasom sprængte Fundamentbolte, knækkede Aksler og lign.

8. AFBRYDELSE AF KORTSLUTNINGER.

Ved Afbrydelse af Kortslutninger er det nødvendigt at sikre sig, at den Afbryder, der anvendes, med fuld Sikkerhed er i Stand til at afbryde den under Kortslutningen tilstedeværende Effekt. Denne saakaldte *Brydeeffekt* udtrykkes ved Produktet af Kortslutningsstrømmen

Digitized by Google

i Afbrydningsøjeblikket og den Spænding, der ved Afbrydelsen opstaar mellem Afbryderens Kontakter.

For at kunne bestemme Kortslutningsstrømmens Størrelse i Afbrydningsøjeblikket, maa man kende Udløsningstiden, ɔ: den Tid, der forløber fra det Øjeblik, hvor Kortslutningen indtræffer, til det Tidspunkt, hvor Afbryderen udløses. Kendes denne Tid t, vil man ved Hjælp af Lign. (20) kunne bestemme den tilsvarende Kortslutningsstrøm i_k. Imidlertid er, som tidligere paavist, Formlen ikke særlig nøjagtig, ligesom selve Beregningen er ret omfattende. Man vil derfor som Regel paa adskillig lettere Maade og med omtrent samme Tilnærmelse kunne benytte de paa Plan 7 opførte Tabeller, hvor i Gennemsnit for en Række udførte Generatorer Kortslutningsstrømmen i Forhold til Normalstrømmen er angivet for forskellige Værdier af Tiden t og som Funktion af Kortslutningskredsens totale procentuelle Reaktans (excl. Ankerreaktionen x_a).

Den Spænding, der opstaar i selve Afbrydningsøjeblikket, vil være bestemt ved den i Generatoren paa dette Tidspunkt herskende Feltstyrke, og følgelig svare til den indre elektromotoriske Kraft. Anses baade Spredningsreaktans og Ankerreaktans som konstante Størrelser, er i Kortslutningsøjeblikket:

$$e_k = E_o - i_k \cdot x_a,$$

hvor E_o er den til Generatorens Magnetisering svarende Tomgangsspænding. Da Spændingen e_k holdes i Ligevægt af Spredningsreaktansen plus den i Ledningsnettet indtil Kortslutningspunktet værende ydre Reaktans, kan man ogsaa sætte:

$$e_k = i_k (x_s + x_n). \tag{59}$$

For den samlede Brydeeffekt haves da ifølge (59):

$$3e_k i_k = 3i_k^2 \cdot (x_s + x_n). \tag{60}$$

Sættes $i_k = f I_n$, findes let i_k, idet de for de forskellige Afbrydetider gældende Værdier af f kan udtages af Tabellerne Plan 7.

Som det fremgaar af Lign. (59), er Kortslutningsspændingen, resp. Generatorens indre elektromotoriske Kraft, direkte proportional med Kortslutningsstrømmen. Spændingens effektive Værdi vil følgelig forløbe efter en tilsvarende Eksponentialfunktion som Strømmen; antages Kortslutningen at indtræffe ved Tomgang og Spændingen E_o, vil Spændingen, saaledes som vist paa Fig. 10, efterhaanden falde, indtil den i den stabile Tilstand sluttelig antager Værdien $I_k (x_s + x_n)$. Afbrydes nu Kortslutningen allerede efter t_1 Sekunders Forløb vil Spændingen pludselig stige til Værdien e_{k_1} for derefter at stige jævnt efter en Eks-

Digitized by Google

ponentialkurve, efterhaanden som det af Kortslutningsstrømmens Ankerreaktion frembragte afmagnetiserende Felt forsvinder.

Det vil nu i Almindelighed ikke være rigtigt at vælge en Afbryder, som netop er i Stand til at afbryde den til den valgte Udløsningstid

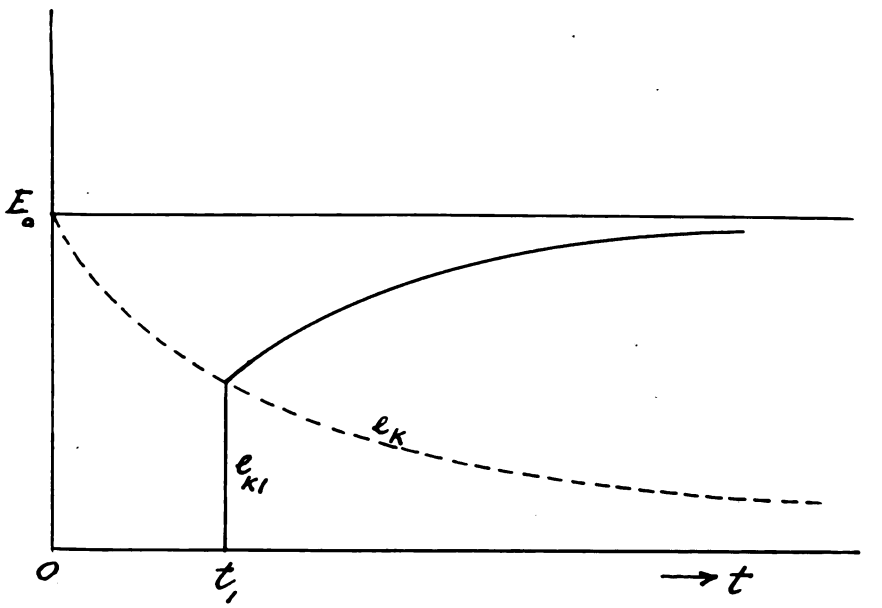


Fig. 10.

svarende Brydeeffekt, idet man maa regne med, at Afbrydelsen ved opstaaede Fejl i Udløsningsrelaiset kan ske paa et tidligere Tidspunkt end paaregnet. Det vil derfor være rigtigst at regne med en væsentlig større Brydeeffekt, og der skal i saa Henseende henvises til Stærkstrømsreglementet, i hvilket det er foreskrevet, at der skal regnes med Driftsspændingen multipliceret med Effektivværdien af den momentane Kortslutningsstrøms Vekselstrømsled, hvilket vil sige, at Brydeeffekten ved trefaset Vekselstrøm skal sættes lig med:

$$3 \cdot \frac{i_{vo}}{\sqrt{2}} \cdot E_p,$$

hvor ifølge (38a):

$$\frac{i_{vo}}{\sqrt{2}} = I_m = \frac{E_p}{x_s + x_n}.$$

For Brydeeffekten haves altsaa:

$$A_b = 3 \frac{E_p^2}{x_s + x_n} = \frac{E_n^2}{x_s + x_n}. \qquad (61)$$

Digitized by Google

Ved Fastsættelsen af Udløsetiden for Relaiser til Afbrydere vil det, som det fremgaar af ovenstaaende, være af Betydning, at den vælges saa lang som muligt, idet herved Brydeeffekten formindskes, og Afbryderen saaledes ikke anstrænges mere end nødvendigt. Denne Fordring staar imidlertid i Modstrid med andre Fordringer, der f. Eks. forlanger en saa kort Udløsningstid som muligt, for at Spændingen ikke skal faa Tid til at falde saa stærkt, at der kan opstaa Fare for, at Generatorer og Motorer falder ud af Synkronisme; denne Fare opstaar, saasnart Spændingen falder til Værdier mellem $\frac{2}{3}$ og $\frac{1}{2}$ af Normalspændingen. For saavidt muligt at tilfredsstille begge Fordringer, kan man i vanskelige Tilfælde gaa en anden Vej til Formindskelse af Brydeeffekten ved, at man ved Indskydning af Induktionsspoler i Samleskinner eller i Fødeledninger forøger Værdien af x_n og samtidig opnaar, at Kortslutningsspændingen falder langsommere. Spørgsmaalet angaaende de i Ledninger under Kortslutninger opstaaede Temperaturer lader sig som Regel løse ved rigeligere Dimensionering, eventuelt ved at træffe et passende Kompromis mellem de modstridende Fordringer.

Eventuelle Induktionsspoler dimensioneres hyppigst saaledes, at deres Reaktansspænding ved normal Belastning andrager ca. 5 % af Normalspændingen; for at undgaa skadelige Mætningsfænomener, udføres Induktionsspoler altid uden Jernkærne, og de maa konstrueres med særlig Henblik paa de fra Kortslutningsstrømmene hidrørende elektrodynamiske Kræfter.

Ved alle større Anlæg undgaar man saa vidt mulig momentan Udløsning af Afbryderen; de mest benyttede Udløsningstider ligger mellem 1 og 10 Sekunder, og som bekendt, vælges Tiden desto større, jo nærmere Afbryderen befinder sig ved Generatorerne.

9. SAMMENSÆTNING AF IMPEDANSER.

Ved Udvikling af de forskellige Formler til Kortslutningsberegninger, er der gaaet ud fra, at de i Kortslutningskredsen indgaaende Ledninger var af saa stort Tværsnit (> 70 mm^2), at man kunde se bort fra de ohmske Modstande. Ved Anvendelse af Kabler, tyndere Luftledninger eller ved dobbelte Jordslutninger vil det i mange Tilfælde af Hensyn til Nøjagtigheden være nødvendigt, at Ledningsmodstandene tages med i Betragtning.

Beregningen kompliceres da derved, at man i Stedet for at sammensætte Reaktanser, der alle ligger i samme Fase, maa sammensætte for hinanden faseforskudte Impedanser, hvilket kan give Anledning til

Digitized by Google

omfattende trigonometriske Beregninger eller grafiske Konstruktioner. Imidlertid kan Beregningerne lettes meget væsentligt ved Anvendelse af den paa Plan 5 gengivne Flugtlinietavle, hvis Teori og Anvendelse nærmere vil fremgaa af de efterfølgende Betragtninger.

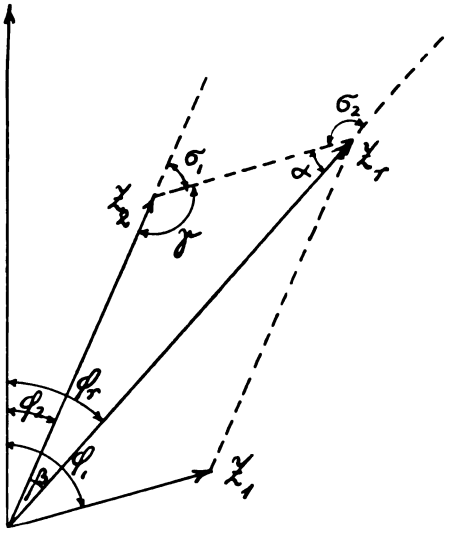


Fig. 11.

Paa Fig. 11 er fremstillet det almindelige Vektordiagram til Addition af to Impedanser, idet:

$$Z_1 \angle \varphi_1 + Z_2 \angle \varphi_2 = Z_r \angle \varphi_r$$

Af den af de tre Impetanser Z_1, Z_2 og Z_r dannede Trekant haves ifølge Trigonometrien:

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(\alpha - \beta) = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \operatorname{cotg} \tfrac{1}{2}\gamma.$$

Indføres $\tau_1 = \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$ og $\sigma_1 = 180 - \gamma = \alpha + \beta$, haves:

$$\operatorname{tg} \tau_1 = \frac{1 - \frac{Z_1}{Z_2}}{1 + \frac{Z_1}{Z_2}} \operatorname{tg} \frac{\sigma_1}{2} \qquad (62)$$

af hvilken Ligning τ_1 kan bestemmes.

Digitized by Google

Af Ligningerne $\tau_1 = \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$ og $\frac{1}{2}\sigma_1 = \frac{1}{2}(\alpha + \beta)$, findes nu:

$$\beta = \frac{\sigma_1}{2} - \tau_1 \tag{63}$$

saaledes at

$$\varphi_r = \varphi_2 + \beta. \tag{64}$$

Vinklen τ_1 faar ifølge Lign. (62) samme Fortegn som $\sigma_1 = \varphi_1 - \varphi_2$.

Til Bestemmelse af selve Impedansen Z_r haves nu:

$$\text{tg } \tfrac{1}{2}(\gamma - \beta) = \frac{Z_r - Z_1}{Z_r + Z_1} \text{ cotg } \tfrac{1}{2}\alpha.$$

Man sætter her $\tau_2 = \frac{1}{2}(\gamma - \beta)$ og $\sigma_2 = 180 - \alpha = \gamma + \beta$, og har:

$$\text{tg } \tau_2 = \frac{1 - \frac{Z_1}{Z_r}}{1 + \frac{Z_1}{Z_r}} \text{ tg } \frac{\sigma_2}{2} \tag{65}$$

af hvilken Ligning Z_r kan bestemmes.

De to Ligninger (62) og (65) lader sig nu let fremstille ved en Flugtlinietavle, som er gengivet paa Plan 6, hvor Forholdet mellem Impetanserne $\left(\frac{Z_1}{Z_r} \text{ eller } \frac{Z_1}{Z_2}\right)$ er betegnet ved f. Som det vil fremgaa af Tavlen, findes der for hver af Vinklerne σ og τ to Maalestokke, som i og for sig er lige anvendelige, idet man dog maa vælge den lodrette Maalestok for τ, ifald man har benyttet Diagonalmaalestokken for σ, eller omvendt. Skulde Snitpunktet falde udenfor Maalestokken, maa man benytte de andre to Skalaer end de først valgte.

Flugtlinietavlen benyttes nu paa følgende Maade:

Man bestemmer:

$f_1 = \frac{Z_1}{Z_2}$, idet Z_1 og Z_2 altid vælges saaledes, at $f_1 < 1$. Iøvrigt beregnes:

$$\sigma_1 = \varphi_1 - \varphi_2 \text{ og } \gamma = 180 - \sigma_1.$$

Af Tavlen bestemmmes da τ_1, hvorefter:

$$\beta = \frac{\sigma_1}{2} - \tau_1 \text{ og } \varphi_r = \beta + \varphi_2,$$

τ_1 har altid samme Fortegn som $\varphi_1 - \varphi_2$. Herefter bestemmes:

$$\sigma_2 = \gamma + \beta \text{ og } \tau_2 = \tfrac{1}{2}(\gamma - \beta).$$

Digitized by Google

Af Tavlen findes da f_2, og man har nu:

$$Z_r = \frac{Z_1}{f_2}, \text{ hvis } \gamma > \beta$$

$$\text{eller } Z_r = Z_1 \cdot f_2, \text{ hvis } \gamma < \beta.$$

Flugtlinietavlen lader sig lige saavel anvende, ifald det drejer sig om Parallelforbindelse af Impedanser. For dette Tilfælde haves:

$$Z_r = \frac{Z_1 \angle \varphi_1 \cdot Z_2 \angle \varphi_2}{Z_1 \angle \varphi_1 + Z_2 \angle \varphi_2}$$

eller

$$Z_r = \frac{Z_1 \cdot Z_2 \angle (\varphi_1 + \varphi_2)}{Z_1 \angle \varphi_1 + Z_2 \angle \varphi_2}.$$

Tælleren bestemmes her ved simpel Udregning, idet Moduli multipliceres og Argumenterne adderes, medens Nævneren beregnes ved Flugtlinietavlen som for serieforbundne Impedanser.

Eksempel.

To Impedanser nemlig $20^\Omega \angle 46^0$ og $11^\Omega \angle 62^0$ skal adderes.

$$Z_1 = 11^\Omega, \ \varphi_1 = 62^0 \qquad Z_2 = 20^\Omega, \ \varphi_2 = 46^0.$$

Man har da:

$$f_1 = \tfrac{1}{2}\tfrac{1}{0} = 0{,}55 \quad \sigma_1 = 62 - 46 = 16^0 \quad \gamma = 164^0.$$

Af Tavlen findes:

$$\tau_1 = 2^0{,}4, \text{ da er: } \beta = 8 - 2{,}4 = 5^0{,}6 \text{ og } \varphi_r = 46 + 5{,}6 = 51^0{,}6.$$

Heraf følger:

$$\sigma_2 = 164^0 + 5^0{,}6 = 169^0{,}6 \qquad \tau_2 = \tfrac{1}{2}(164^0 - 5^0{,}6) = 79^0{,}2,$$

og af Tavlen findes: $f_2 = 0{,}353$.
Da nu $\gamma > \beta$, haves:

$$Z_r = \frac{11}{0{,}353} = 31{,}2.$$

$$Z_r \angle \varphi_r = \overset{\Omega}{31{,}2} \angle 51^0{,}6.$$

Er de to Impedanser paralleltforbundne, findes den resulterende Impedans:

$$Z_r \angle \varphi_r = \frac{11 \cdot 20 \angle (46^0 + 62^0)}{31{,}2 \angle 51^0{,}6}$$

eller

$$Z_r \angle \varphi_r = \overset{\Omega}{7{,}05} \angle 56^0{,}4.$$

Det er indlysende, at ovennævnte Metode ogsaa kan anvendes ved Sammensætningen af andre Vektorer, f. Eks. Spændinger og Strømme.

Digitized by Google

10. KORTSLUTNINGSBEREGNINGERS UDFØRELSE

a. Trepolede Kortslutninger.

1) For *den stationære Strøm* haves ifølge (31):

$$I_k = \frac{m_1 \cdot E_n}{\sqrt{3}\,(x_s + x_a + Z_n)}$$

hvor E_n er den normale Driftsspænding (sammensat Værdi) og m_1 en Konstant, der kan findes af Kurverne Plan 1; til dette Øjemed udregnes:

$$\varepsilon_x = \frac{x_s + Z_n}{x_s + Z_n + x_a}.$$

For den totale Generatorreaktans haves ifølge (33):

$$x_s + x_a = \frac{E_n}{\sqrt{3} \cdot n \cdot I_n} = \frac{E_n^2}{n \cdot kVA_g \cdot 10^3}$$

hvor I_n er Generatorstrømmen og kVA_g er Generatoreffekten ved normal Belastning. Gennemsnitlig haves:

For Turbogeneratorer $n = 0{,}7$.
For alm. Generatorer $n = 0{,}8 - 1{,}2$.

Z_n er den totale Netimpedans indtil Kortslutningspunktet. Ved Impedansernes Sammensætning kan benyttes Plan 6. Ved Generatorer og Transformatorer samt for Luftledninger, hvis Tværsnit er over 70 mm², kan som Regel Impedanserne erstattes med Reaktanserne. Til Bestemmelse af Reaktanserne kan man for Luftledninger benytte Plan 2, og for Kabler kan man, ifald særlige Oplysninger ikke haves, som Gennemsnitsværdier benytte nedenstaaende Tabel:

Reaktans pr. km. af Kabler.

kV.	10	16	25	35	50	70	95	120	150	185 mm²
3,3	0,091	0,078	0,066	0,060	0,056	0,050	0,047	0,044	0,041	0,038
5,5	0,107	0,091	0,078	0,072	0,063	0,056	0,053	0,050	0,047	0,044
6,6	0,120	0,107	0,091	0,082	0,072	0,063	0,060	0,056	0,050	0,050
11		0,125	0,107	0,094	0,082	0,072	0,069	0,066	0,063	0,060
16,5		0,141	0,120	0,104	0,088	0,078	0,075	0,072	0,069	0,066
22				0,110	0,094	0,085	0,082	0,078	0,075	0,072
33					0,107	0,094	0,091	0,088	0,085	0,082

Digitized by Google

Har Ledningerne stor Kapacitet, regnes der med Kortslutningsreaktansen.

Ifald man ikke kender Kortslutningsreaktansen af de benyttede Transformatorer, kan anvendes nedenstaaende Tabel, der angiver Reaktansspændingen ε_{nt} i $^0/_0$ af Driftsspændingen.

Reaktans af Transformatorer.

Driftsspænding	11—33	44	55	77	110	132	220 kV
ε_{nt} $^0/_0$	5	6	7	9	12	14	16

Ifølge (36) haves da:

$$x_t = \frac{\varepsilon_{nt}}{100} \cdot \frac{E_t}{\sqrt{3} \cdot I_{nt}} = \frac{\varepsilon_{nt} \cdot E_t^2}{kVA_t \cdot 10^5},$$

hvor E_t er Transformatorens sammensatte Driftsspænding, I_{nt} er Normalstrømmen og kVA_t er Transformatorens normale Effekt.

Alle Reaktanser maa henføres til samme Netspænding.

Ved *tilnærmede Overslagsberegninger* kan man sætte:

$$I_k = f_{k_3} \cdot I_n,$$

hvor f_{k_3} kan udtages af Plan 4, hvor der skal benyttes den totale procentuelle Reaktans ε, der ifølge (53) findes ved:

$$\varepsilon\ ^0/_0 = \frac{kVA_s \cdot 10^5}{E_n^2} (x_s + x_n),$$

hvor kVA_s er Summen af Normaleffekterne af de paa Kortslutningen arbejdende Maskiner.

For Spredningsreaktansen haves ifølge (33a):

$$x_s = \varepsilon_s \cdot \frac{E_n^2}{kVA_g \cdot 10^5}.$$

For ε_s gælder gennemsnitlig:

For Turbogeneratorer $\varepsilon_s = 12 - 15$
For alm. Generatorer $\varepsilon_s = 20 - 24$.

kVA_g er Generatorens Normaleffekt.

2) For *Stødstrømmen* haves ifølge (42):

$$I_s = 2{,}5 \frac{E_n}{\sqrt{3}\,(x_s + Z_n)}$$

hvor x_s og Z_n bestemmes som ovenfor.

Digitized by Google

Ved *tilnærmede Overslagsberegninger* kan man sætte:

$$I_s = f_s \cdot I_n,$$

hvor Kortslutningsfaktoren f_s kan udtages af Plan 4, hvor ε bestemmes som ovenfor, se ogsaa Lign. (53).

b. Topolede Kortslutninger.

1) For den *stationære Kortslutningsstrøm* haves ifølge (43):

$$I_k = \frac{0{,}866 \cdot m_1 \, E_p}{x_s + x_n + x_{aII}},$$

og indføres den sammensatte Spænding $E_n = E_p \sqrt{3}$, haves:

$$I_k = \frac{m_1 \, E_n}{2 \, (x_s + x_{aII} + x_n)}.$$

For den totale Generatorreaktans pr. Fase haves ifølge (44):

$$x_s + x_{aII} = \frac{E_n}{2 \cdot I_n \cdot n} = \frac{0{,}866 \, E_n^2}{n \cdot kVA_g \cdot 10^3},$$

hvor I_n er Generatorstrømmen og kVA_g er Generatoreffekten ved normal Belastning. Størrelserne m_1 og x_n har de samme Værdier som ved trepolede Kortslutninger. For Størrelsen n haves gennemsnitlig:

For Turbogeneratorer $n = 1{,}05$
For alm. Generatorer $n = 1{,}4 \ldots . 1{,}8.$

Ved *tilnærmede Overslagsberegninger* kan man sætte:

$$I_k = f_{k_2} \cdot I_n,$$

hvor f_{k_2} kan udtages af Plan 4, idet Størrelsen ε beregnes som for trepolede Kortslutninger.

2) For *Stødstrømmen* haves ifølge (45):

$$I_s = 1{,}25 \cdot \frac{E_n}{x_s + x_n},$$

hvor x_s og x_n bestemmes som for trepolede Kortslutninger.

Ved *tilnærmede Overslagsberegninger* kan man sætte:

$$I_s = f_s \cdot I_n,$$

hvor f_s kan udtages af Plan 4, idet Størrelsen ε beregnes som for trepolede Kortslutninger.

Digitized by Google

c. Dobbelte Jordslutninger.

Beregningen gennemføres ganske som ved topolede Kortslutninger, idet man dog ved Bestemmelse af Reaktansen for de to Ledninger, der har Jordslutning, maa tage Hensyn til, at Kortslutningsstrømmen flyder tilbage til disse Ledningers Udgangspunkt gennem Jorden. Er Reaktansen pr. km. for en af Ledning og Jord bestaaende Strømsløjfe x_j, og kaldes Afstandene fra de to Ledningers Udgangspunkt til Jordslutningspunktet henholdsvis for l_1 og l_2, haves for den for begge Ledninger gældende Reaktans:

$$x_{lj} = \tfrac{1}{2}(l_1 + l_2)\, x_j,$$

hvilken Størrelse i Formlerne for I_k og I_s indgaar i Reaktansen x_n.

Reaktansen x_j kan udtages af den paa Plan 2 givne Kurve. Ved Overslagsberegninger kan man indsætte Reaktansen af en Tolederluftledning af samme Dimensioner som de jordsluttede Ledninger.

11. BEREGNINGSEKSEMPEL.

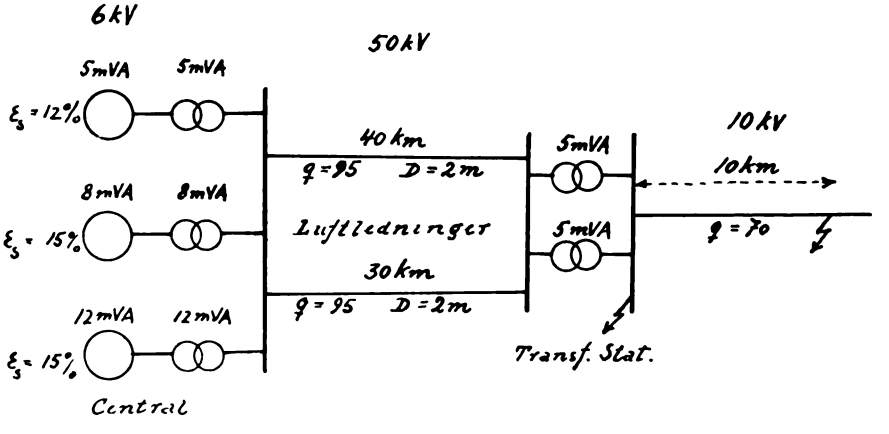


Fig. 12.

Ved et Anlæg efter det paa Fig. 12 viste enpolede Skema forekommer paa en fra en Transformatorstation udgaaende Fødeledning paa 70 mm² i 10 km. Afstand fra Stationen en direkte Jordslutning paa en Fase, medens der samtidig i selve Transformatorstationen paa 10000 Volts Siden forefindes en direkte Jordslutning paa en anden Fase, saaledes at der ved denne dobbelte Jordslutning opstaar en topolet Kortslutning.

Digitized by Google

Til Bestemmelse af Reaktanserne paa Centralen benyttes følgende Ligninger:

For Generatorerne:

$$x_s + x_a = \frac{0{,}866 \cdot E_n^2}{n \cdot kVA_g \cdot 10^5},$$

$$x_s = \varepsilon_s \cdot \frac{E_n^2}{kVA_g \cdot 10^5}.$$

For Transformatorerne:

$$x_t = \varepsilon_{nt} \cdot \frac{E_n^2}{kVA_t \cdot 10^5}.$$

For samtlige Generatorer sættes $n = 1{,}05$ og for samtlige Transformatorer sættes $\varepsilon_{nt} = 7{,}0$. Værdierne for ε_s er angivne paa Skemaet. Kortslutningsstrømmene ønskes nu bestemt, svarende til 50 kV, saaledes at alle Reaktanser udregnes paa Grundlag af denne Spænding og derfor direkte kan sammensættes.

For de forskellige paa Centralen værende Generatorer og Transformatorer er nu Reaktanserne og deres Sum udregnede og Resultaterne angivne i nedenstaaende Tabel.

kVA_g	$\frac{E_n^2}{kVA_g \cdot 10^5}$	x_s	$x_s + x_a$	x_t	$x_s + x_t$	$x_s + x_a + x_t$
5000	500	60	412	35	95	447
8000	312	46,7	257	21,9	68,6	278,9
12000	208	31,2	172	14,6	45,8	186,6
25000						

For de resulterende Centralreaktanser haves nu:

$$\frac{1}{(x_s + x_t)_r} = \frac{1}{95} + \frac{1}{68{,}6} + \frac{1}{45{,}8}$$

eller

$$(x_s + x_t)_r = 20{,}6\ \Omega,$$

$$\frac{1}{(x_s + x_a + x_t)_r} = \frac{1}{447} + \frac{1}{278{,}9} + \frac{1}{186{,}6}$$

eller

$$(x_s + x_a + x_t)_r = 89\ \Omega.$$

For Luftledninger for 50 kV er ifølge Plan 2 ved 95 mm² ($d = 12{,}6$) og Afstanden mellem Ledningerne $D = 2$ m Reaktansen pr. km. 0,38 Ω. For den ene Ledning er saaledes den totale Reaktans 15,2 Ω og for den anden 11,4 Ω. Den resulterende Ledningsreaktans er da givet ved:

$$\frac{1}{x_l} = \frac{1}{15{,}2} + \frac{1}{11{,}4}$$

Digitized by Google

eller

$$x_l = 6{,}5\ \Omega.$$

For de to Transformatorer i Transformatorstationen er:

$$x_t' = 7 \cdot \frac{50^2 \cdot 10^6}{2.5000 \cdot 10^5}$$

eller

$$x_t' = 17.5\ \Omega.$$

For den 10 kV Ledning findes af Plan 2 Reaktansen x_j, svarende til 50 mm² $\left(\frac{d}{2} = 5{,}5\right)$ at være 0,77 Ω/km. Reduceret til 50 kV, bliver saaledes hele Reaktansen:

$$x_l' = \left(\frac{50}{10}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 0{,}77$$

eller

$$x_l' = 96\ \Omega.$$

Den samlede Netreaktans bliver saaledes:

$$x_n = x_l + x_t' + x_l'$$

eller

$$x_n = 120\ \Omega.$$

Den stationære Kortslutningsstrøm kan nu bestemmes efter Formlen:

$$I_k = \frac{m_1\ E_n}{2[(x_s + x_a + x_l)_r + x_n]}$$

og antages, at alle tre Maskiner ved Kortslutningens Indtræden var fuldt belastede ved cos $\varphi = 0{,}8$, findes af Plan 1 Faktoren m_1, idet man først udregner:

$$\varepsilon_x = \frac{(x_s + x_l)_r + x_n}{(x_s + x_a + x_l)_r + x_n} = \frac{20{,}6 + 120}{89 + 120}$$

eller

$\varepsilon_x = 0{,}67$, hvorpaa findes: $m_1 = 1{,}9$.

Herefter haves nu:

$$I_k = \frac{1{,}9 \cdot 50 \cdot 10^3}{2\ (89 + 120)}$$

eller

$$I_k = 228\ Amp.$$

Stødstrømmen findes af Formlen:

$$I_k = 1{,}25\ \frac{E_n}{(x_s + x_l)_r + x_n}$$

Digitized by Google

eller

$$I_s = 1{,}25\,\frac{50 \cdot 10^3}{20{,}6 + 120}$$

hvoraf

$$I_s = 445\ Amp.$$

Det ses, at den stationære Kortslutningsstrøm er mindre end Fuldbelastningsstrømmen, der er $I_n = 290$ Amp.

Vil man anvende den noget mere tilnærmede Metode, udregnes:

$$\varepsilon = \frac{kVA_s \cdot 10^5}{E_n^2}((x_s + x_t)_r + x_n)\ \%$$

eller

$$\varepsilon = \frac{25000 \cdot 10^5}{50^2 \cdot 10^6}\ (20{,}6 + 120),$$

$$\text{ɔ:}\quad \varepsilon = 140\ \%.$$

Af Kurverne Plan 4 findes da:

$$f_{k_2} = 0{,}65 \qquad f_s = 1{,}8.$$

Man har da:

$$I_k = 0{,}65 \cdot 290 = 190\ Amp.$$
$$I_s = 1{,}8\ \cdot 290 = 520\ Amp.$$

Forskellen mellem disse og de først fundne Værdier er henholdsvis 19 og 17 %.

Digitized by Google

RESUMÉ

KURZSCHLÜSSE UND IHRE FOLGEN.

Die vorliegende Abhandlung bezweckt in kurzen Zügen die Teorie der Kurzschlussströme in elektrischen Hochspannungsnetzen zu geben sowie Formeln zu entwickeln, die gestatten in der Praxis die Grössenordnung dieser Ströme zu berechnen.

Im *ersten Kapitel* ist der Fall des kurzgeschlossenen Dreiphasengenerators behandelt, und die bekannte Formel über den Verlauf des Kurzschlusstromes entwickelt, wobei die gewöhnliche Voraussetzung gemacht wurde, dass die Leerlaufkarakteristik des Generators vollständig geradlinig verläuft, und dass die Erregung der normalen Spannung bei Leerlauf entspricht. Die Formel lautet folgendermassen:

$$i_k = I_k \sqrt{2} \left[\left(1 + \frac{x_a}{x_s} \cdot \varepsilon^{-\alpha t} \right) \cos \omega t - \frac{x_a + x_s}{x_s} \varepsilon^{-\beta t} \right],$$

wo x_s die Streureaktans, x_a die Ankerreaktans und α und β Dämpfungskonstanten sind. Die Stromstärke I_k ist durch:

$$I_k = \frac{E_o}{x_s + x_a}$$

gegeben, wobei E_o die Leerlaufspannung bedeutet.

Ferner ist darauf hingewiesen, dass bei der Entwicklung der Formel die Feldstreuung vernachlässigt wurde, und dass die beiden Dämpfungsgrössen α und β keine Konstanten sind, wenn die Leerlaufkarakteristik von einer Geraden abweicht.

Die Grösse des stationären Kurzschlusstromes ist im *zweiten Kapitel* näher untersucht und zwar sowohl für den Fall einer gekrümmten Leerlaufkarakteristik als auch für den Fall, dass der Kurzschluss in einem beliebigen Punkte des Leitungsnetzes, dessen gesammte Reaktans vom Generator bis zur Kurzschlusstelle durch x_n bezeichnet ist stattgefunden hat.

Digitized by Google

In *Ab·6* (Seite 14) ist sowohl die gekrümmte wie die geradlinige Karakteristik bezw. *K* und *K'* aufgezeichnet, und es ergiebt dich daraus, dass

$$\frac{I_k}{I_k'} = \frac{AB}{AC}$$

Ferner gilt:

$$I_k' = \frac{E_o'}{x_s + x_n + x_a}$$

und

$$\frac{E_o'}{E_p} = \frac{i_m}{i_o} = m,$$

wo *m* dass Erregungsverhältniss*) bedeutet. Durch diese Gleichungen hat man dann:

$$I_k = m \cdot \frac{AB}{AC} \cdot \frac{E_p}{x_s + x_n + x_a}$$

wo

$$m \cdot \frac{AB}{AC} = m_1 = \text{Sättigungszahl.}$$

Ist die Leerlaufkarakteristik nicht bekannt, kann man die auf Tafel I gegebenen Werte von m_1, die mit Hilfe der Normalkarakteristik und der von *Kesselring* gegebenen Werte von *m* ausgerechnet sind, verwenden. Für den Gebrauch der Schaulinien auf Tafel I benutzt man die Grösse:

$$\varepsilon_x = \frac{x_s + x_n}{x_s + x_n + x_a}.$$

Die Berechnung des *Stosskurzschlusstromes* ist in *Kapitel 3* vorgenommen. Durch ähnliche Überlegungen, die bereits von mehreren Verfassern durchgeführt sind, erhält man den bekannten Wert:

$$I_s = 2{,}5 \cdot \frac{E_p}{x_s + x_n}.$$

In den *Kapiteln 4* und *5* sind die zweipoligen Kurzschlüsse behandelt und die diesbezüglichen bekannten Formeln gegeben. Ferner enthalten die *Kapilel 6* und *7* die thermischen und die dynamischen Wirkungen des Kurzschlusstromes; bezüglich der ersteren ist in der Hauptsache die von *Waltjen* in seinem Buche »Schaltanlagen für Drehstrom-Kraftwerke« benutzte Rechnungsweise verwendet. Auf Grund der entwickelten Formeln über den allgemeinen Verlauf der Kurzschlussströme ist noch ein *Kapitel 8* hinzugefügt, welches die Unterbrechung der Kurzschlüsse bespricht.

*) Siehe: Kesselring: Selektivschutz (Springer).

Digitized by Google

In den Fällen von sehr vermaschten Netzen, Erdschlüssen oder Verwendung von unterirdischen Kabeln, wird man an Stelle von Reaktanzen genauer mit Impedanzen rechnen. Um solche Impedanzen in bequemer Weise zusammenzetzen zu können ist auf Tafel 6 ein Nomogramm gegeben, dessen Teorie aus Kapitel 9 hervorgeht. Die Benützung dieses Nomogrammes ist auf der Tafel selbst angegeben.

Zum Schluss sind in den *Kapiteln 10* und *11* eine Zuzammenstellung der bei den Kurzschlussberechnungen in der Praxis benützten Formeln sowie ein Berechnungsbeispiel gegeben.

Digitized by Google

INGENIØRVIDENSKABELIGE SKRIFTER

A.

UDGIVET AF

DANMARKS NATURVIDENSKABELIGE SAMFUND

VED UDVALGET FOR *INGENIØRVIDENSKABELIG FORSKNING*

A. 1. *M. Rubner:* Aus dem Leben einer Zelle. 1913. (Pris: Kr. 0,50).
2. *Niels Bjerrum:* Nyere Undersøgelser over Atomernes Bevægelser med særligt Henblik paa Kvantehypotesen. 1915. (Pris: Kr. 0,50).
3. *Kølpin Ravn:* Om Agerbruget paa St. Croix. 1915. (Pris: Kr. 0,50).
4. Fru *Kirstine Meyer:* Ole Rømer. Ved Afsløring af Ole Rømer Statuen. 1918. (Pris: Kr. 0,50).
5. *E. Strömgren:* Ole Rømer som Astronom. 1918. (Pris: Kr. 0,50).
6. *M. C. Harding:* Ole Rømer som Ingeniør. 1918. (Pris: Kr. 0,50).
7. *E. S. Mitscherlich:* Om Vækstfaktorernes Virkningslov. 1921. (Pris: Kr. 0,50).
8. *A. Wegener:* 1) Kontinenternes Forskydning. 2) Jordskorpens Natur. 3) Fortidens Klimater. 1922. (Pris: Kr. 0,50).
9. *F. C. Becker, C. Janholm* og *P. E. Raaschou:* Om Tørringsprocessen. 1925. (Pris: Kr. 0,50).
10. *A. Oppermann:* Nyere Principper i Skovdyrkningen. 1925. (Pris: Kr. 1,50).
11. *P. E. Raaschou* med Assistance af *N. C. Janholm* og *A. Ranløv:* En Undersøgelse over Varmeøkonomien ved Gasværksovne. 1926. (Pris: Kr. 1,00).
12. Ingeniørkaptajn *K. Prytz* i Samarbejde med Professor *G. Schønweller* og Ingeniør *Th. Claudi Westh:* Sammenhængen mellem Nedbør og Tilstrømning til Nissum Fjord. 1926. (Pris: Kr. 1,50).
13. *P. E. Raaschou* og *V. Ahrend Larsen:* En Undersøgelse over Bomuldsstoffernes Paavirkning ved Vask, specielt med perboratholdige Vaskemidler. 1927. (Pris: Kr. 1,50).
14. *H. I. Hannover:* Om Molersten, — en betydningsfuld dansk Specialindustris Udvikling. 1927. (Pris: Kr. 2,50).
15a & b. *P. O. Pedersen:* The Propagation of Radio Waves. 1927. (Pris: Kr. 15.00).
16. *A. Ostenfeld:* Polyteknisk Læreanstalts Laboratorium for Bygningsstatik 1. 1928. (Pris: Kr. 1,50).
17. *K. W. Johansen:* Om Virkningen af Bøjler og Skraajærn i Jærnbetonbjælker. 1928. (Pris: Kr. 2,00).
18. *P. O. Pedersen:* Et Par Anvendelser af elektriske Udladninger i Maaletekniken: Smaatidsmaaling og Klydonograf. (Pris: Kr. 1,00).
19. *A. Ostenfeld:* Exzentrisch beanspruchte Säulen, Versuche mit Holzsäulen, Querschnittsbemessung. With an English Summary. 1929. (Pris: Kr. 3,00).
20. *Vilhelm Marstrand:* Ingeniøren og Fysikeren Ludvig August Colding. Mindeskrift i Anledning af Den polytekniske Læreanstalts Hundredaarsfest. 1929. (Pris: Kr. 2,00).
21. *A. Ostenfeld:* Exzentrisch beanspruchte Säulen, Versuche mit Stahlsäulen Querschnittsbemessung. With an English Summary — Avec un resumé en français. 1930. (Pris: 3,00).

Digitized by Google

22. *Axel Bendixsen:* Beregning af Spændingerne i krumme Flader, specielt Kuglefladen. Mit einem deutschen Resumé. 1930. (Pris: Kr. 3,00).
23. *J. O. V. Irminger* and *Chr. Nøkkentved:* Wind-Pressure on Buildings. Experimental Researches. 1930. (Pris: Kr. 10,00).
24. *Jul. Hartmann:* The Jet-Wave Rectifier. 1931. (Pris: Kr. 30,00).
25. *Walter Engel:* Die heutige theoretische Grundlage der Materialprüfung der Metalle. 1931. (Pris: Kr. 3,00).
26. *A. Ostenfeld:* Exzentrisch beanspruchte Säulen III beliebige Exzentrizität. Versuche mit Holz- und Stahlsäulen. With an English summary. 1931. (Pris: Kr. 4,00).
27. *K. Prytz:* Messung der Wasserführung von Dränsträngen. 1931. (Pris: Kr. 0,75).
28. *Fr. Johannsen:* Ingeniør C. Winsløw's Teori om Jordoverfladens Udformning ved planetariske Kræfter. Avec un resumé en français. 1931. (Pris: Kr. 0,50).
29. *Dansk Selskab for Bygningsstatik* og *Dansk Ingeniørforenings Udvalg for rationel Betonblanding:* Forsøg med Beton og Tilslagsstoffer. Mit einer deutschen Zusammenfassung. 1931. (Pris: Kr. 2,50).
30. *William Rung:* Tafeln zur Berechnung von Hochspannungsleitungen bis 1000 km Länge nebst kurzer Theorie. 1931. (Pris: Kr. 4,50).
31. *Niels Engel:* Untersuchungen über die Stahlhärtung. 1931. (Pris: Kr. 10,00).
2. *The Technical Staff of the Copenhagen Telephone Company:* The Development of Telephonic Communication in Copenhagen 1881—1931. 1932. (Pris: Kr. 8,00).
33. *K. Prytz:* Der Kreislauf des Wassers auf unberührtem Hochmoor. 1932. (Pris: Kr. 3,00).
34. *Povl Vinding:* Beiträge zur Lehre der Elektrizitätstarife. 1933. (Pris: Kr. 10,00).
35. *P. O. Pedersen:* Sub-Harmonics in Forced Oscillations in Dissipative Systems. 1933. (Pris: Kr. 8,00).
36. *Hydrologische Untersuchungen.* Die anlässlich geplanter Wassergewinnungsanlagen für die Wasserversorgung Kopenhagens längs der östlichen Seite von Roskilde Förde bei Marbjerg und Brokilde (St. Valby) unternommen wurden. 1934. (Pris: Kr. 3,00).
37. *M. O. Jørgensen:* Experimental Investigations regarding the Applicability of Lichtenberg Figures to Voltage Measurement. (Pris: Kr. 2,00).
38. *P. O. Pedersen:* Radiation from a Vertical Antenna over flat perfectly Conducting Earth. 1935. (Pris: Kr. 6,00).
39. *Paul Nemenyi:* A new Device for Direct Stream Field Studies and its Applications. 1935. (Pris: Kr. 3,00).
40. *E. Suenson:* Die Einwirkung von Salzsäure auf Ziegelsteinfassaden. 1935. Pris: Kr. 5,00).

B.

UDGIVET AF

DANSK INGENIØRFORENING

B. 1. Isolatorbindinger. Udvalgsberetning. 1929. (Pris: Kr. 1,25).
2. Beretning om Det nordiske Ingeniørmøde i København 28.—31. August 1929 samt om Den polytekniske Læreanstalts 100-Aars Fest. 1930. (Pris: Kr. 10,00).
3. *E. Suenson:* Cementrørs Vandtæthed. With an English Summary. 1930. (Pris: Kr. 2,50).

Digitized by Google

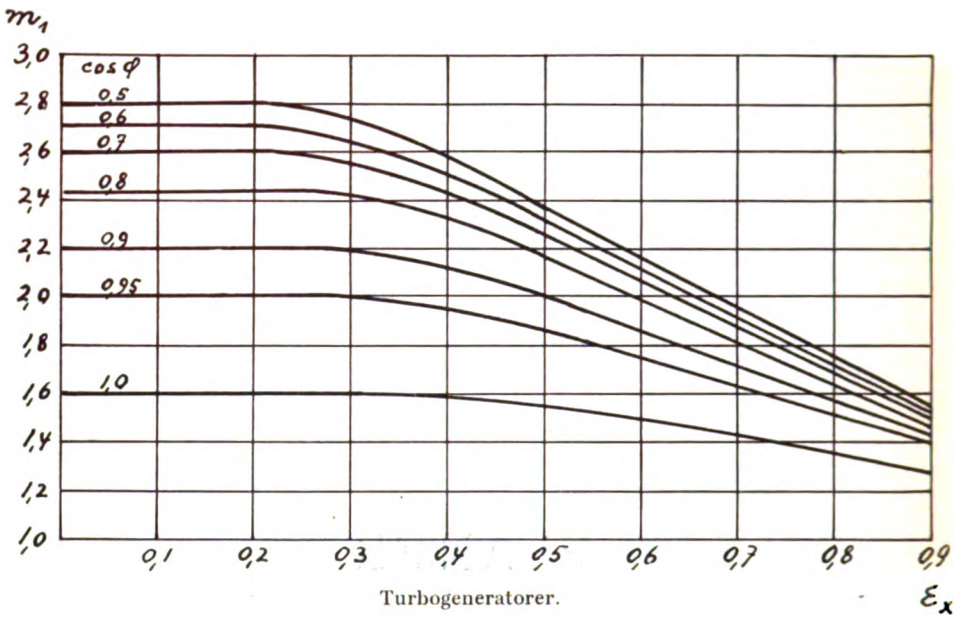
4. *Anker Engelund:* Alssundbroen. With an English Summary. 1930. (Pris: Kr. 3,00).
5. *Henry Stjernqvist:* Studier i Elektricitetsværks Statistik. With an English Summary. 1931. (Pris: Kr. 2,50).
6. *Emanuel Hansen & Povl Vinding:* Undersøgelser angaaende Stofskiftet ved Træningsarbejder for Røgdykkere. 1932. (Pris: Kr. 1,00).
7. *A. Rye Clausen:* Bidrag til en rationel Bestemmelse af Tidspunktet for Fornyelsen eller Ændringen af et producerende Anlæg. 1932. (Pris: Kr. 1,50).
8. *P. Rønne:* Rørkrumning i Vandrørskedlen. Aarsag og Følger. 1932. (Pris: Kr. 1,50).
9. *G. Schønweller:* On Some Hydraulic Model Tests. Performed in 1929—31 for the Board of Maritime Works of the State of Denmark. 1933. (Pris: Kr. 2,00).
10. *C. W. Prohaska:* Simpler Equations for Catenarys. Avec un resumé en français. 1933. (Pris: Kr. 1,50).
11. *Chr. Broen Christensen:* Om Opfyldning paa letforskydelig Jordbund. With an English Summary. 1934. (Pris: Kr. 1,50).
12. *P. O. Pedersen:* Miscellaneous Papers. 1934. (Pris: Kr. 6,00).
13. *P. Rønne:* Umlaufverhältnisse im Wasserrohrkesssel während des Anheizens. 1935. (Pris: Kr. 1,50).
14. *Wm. Rung:* Kortslutninger og deres Følger. 1935. (Pris: Kr. 3,50).

Digitized by Google

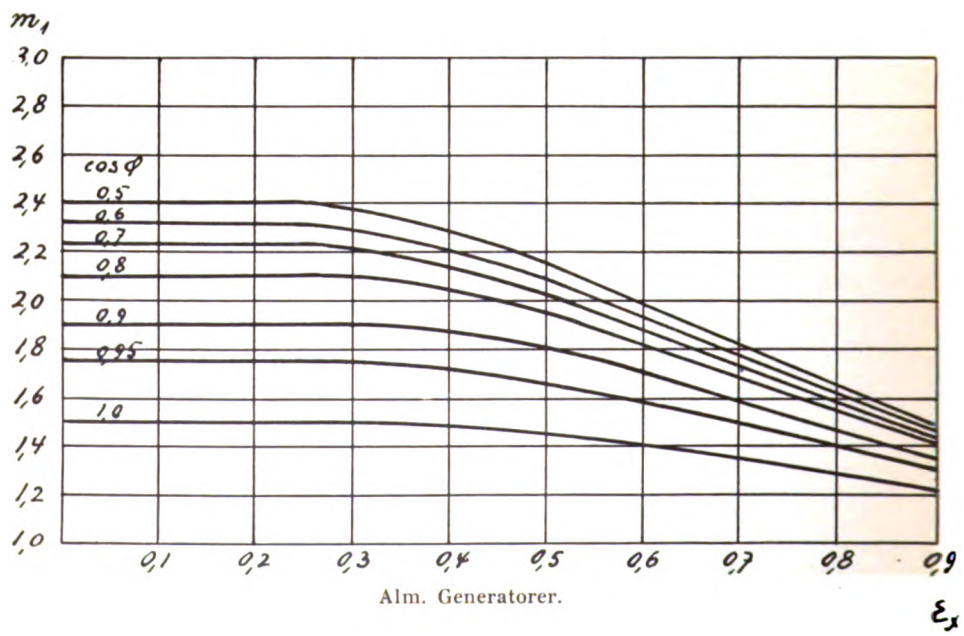
Digitized by Google

PLANER

Digitized by Google



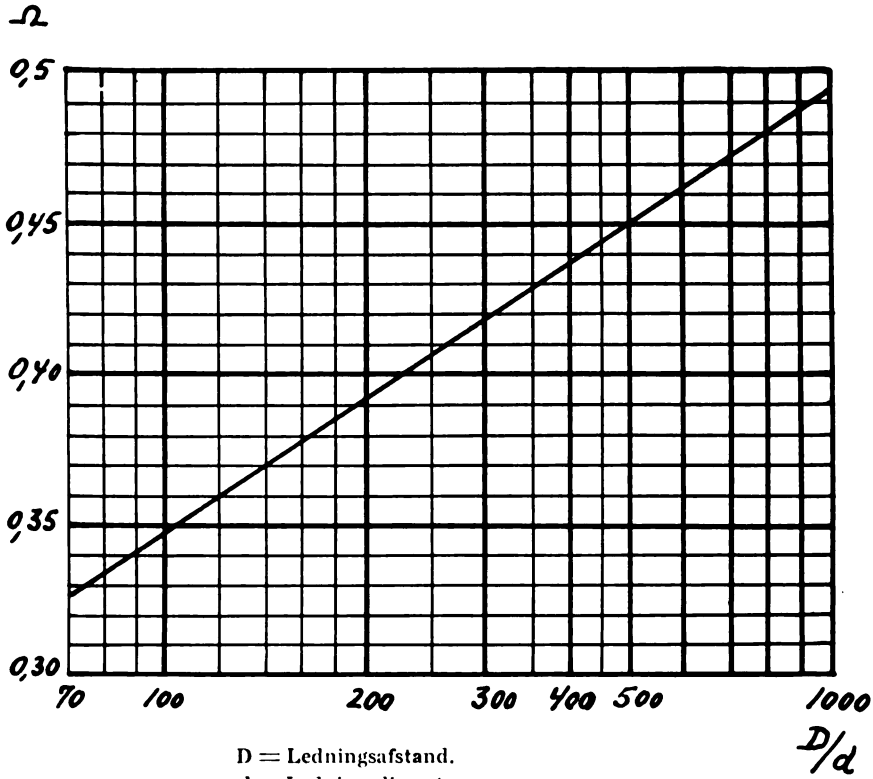
Turbogeneratorer.



Alm. Generatorer.

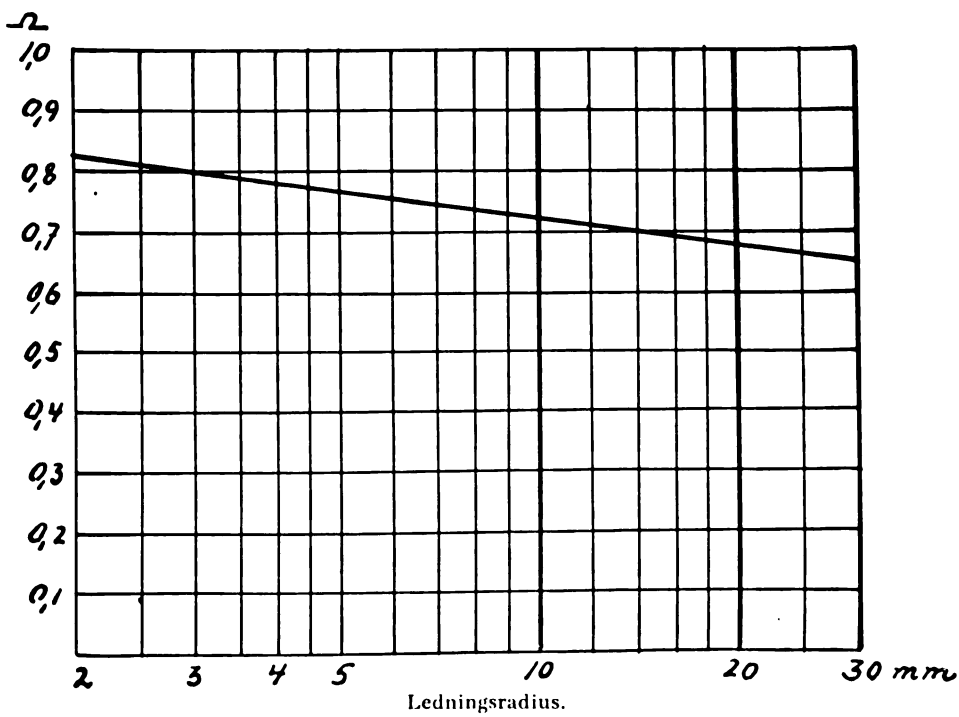
Mætningskoefficienten m_1.

Digitized by Google



D = Ledningsafstand.
d = Ledningsdiameter.

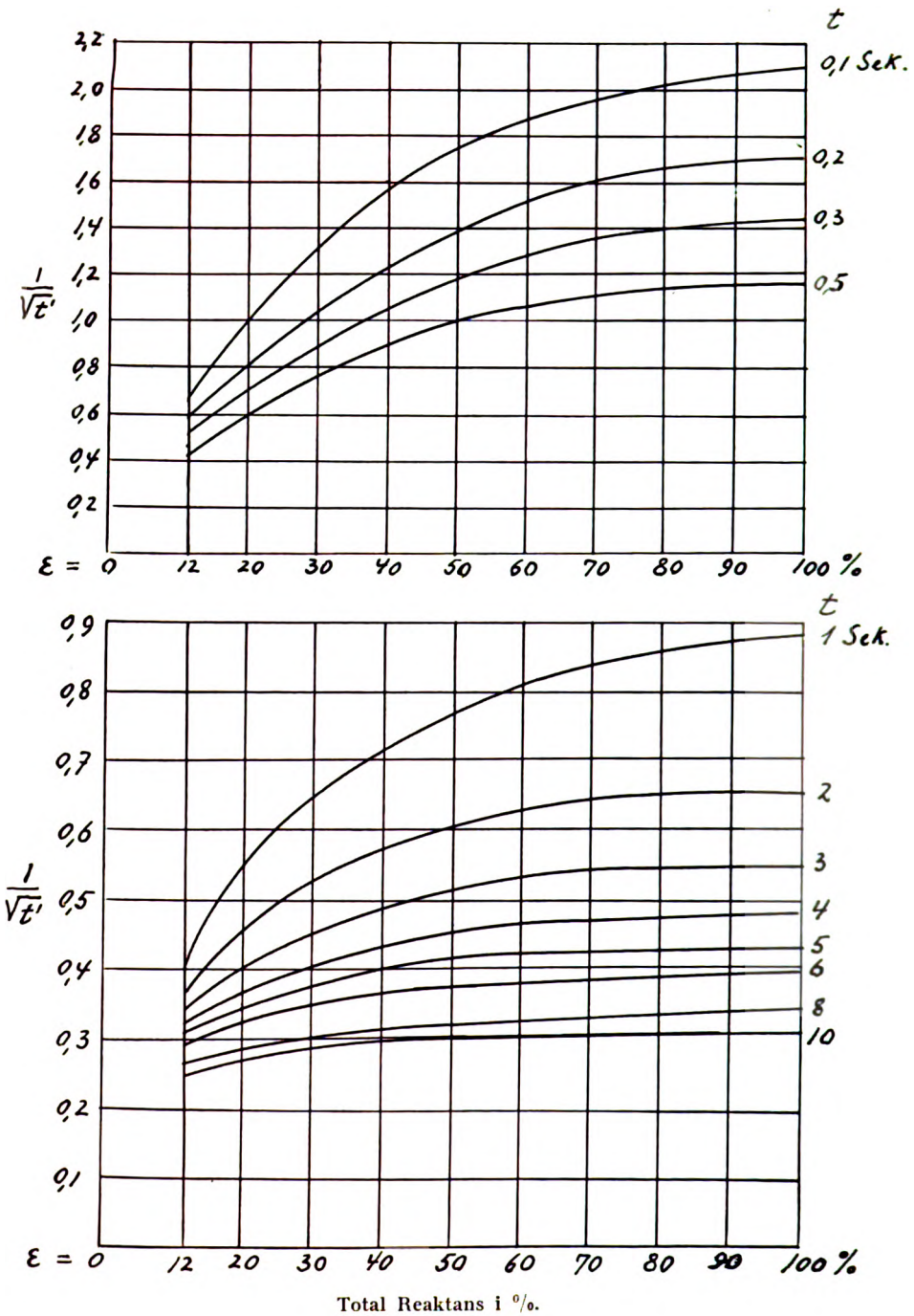
a. Reaktans pr. Fase og km af en Luftledning.



Ledningsradius.

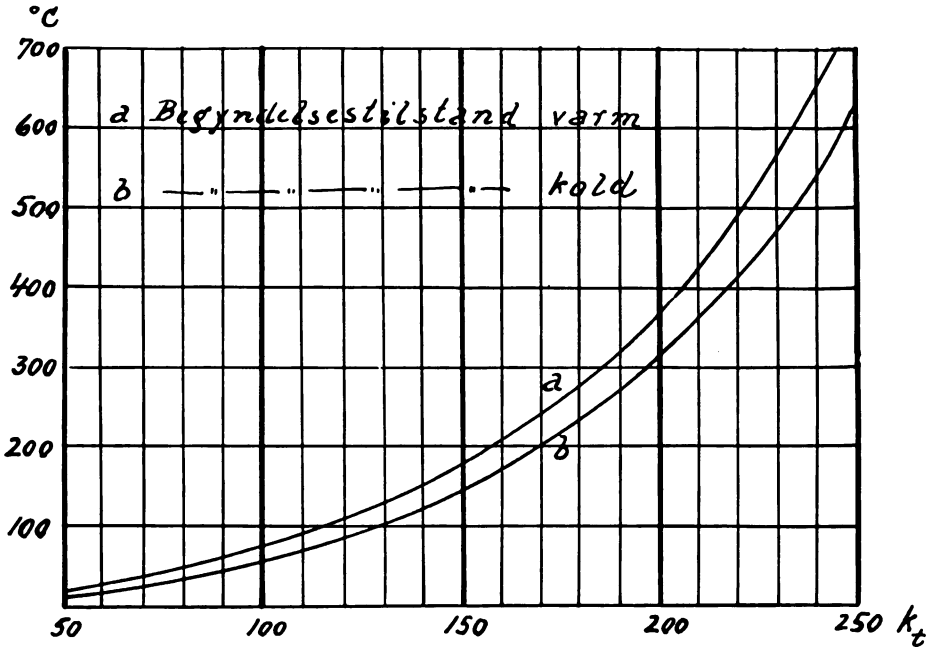
b. Reaktans pr. km af en Strømsløjfe: Ledning—Jord.

Digitized by Google

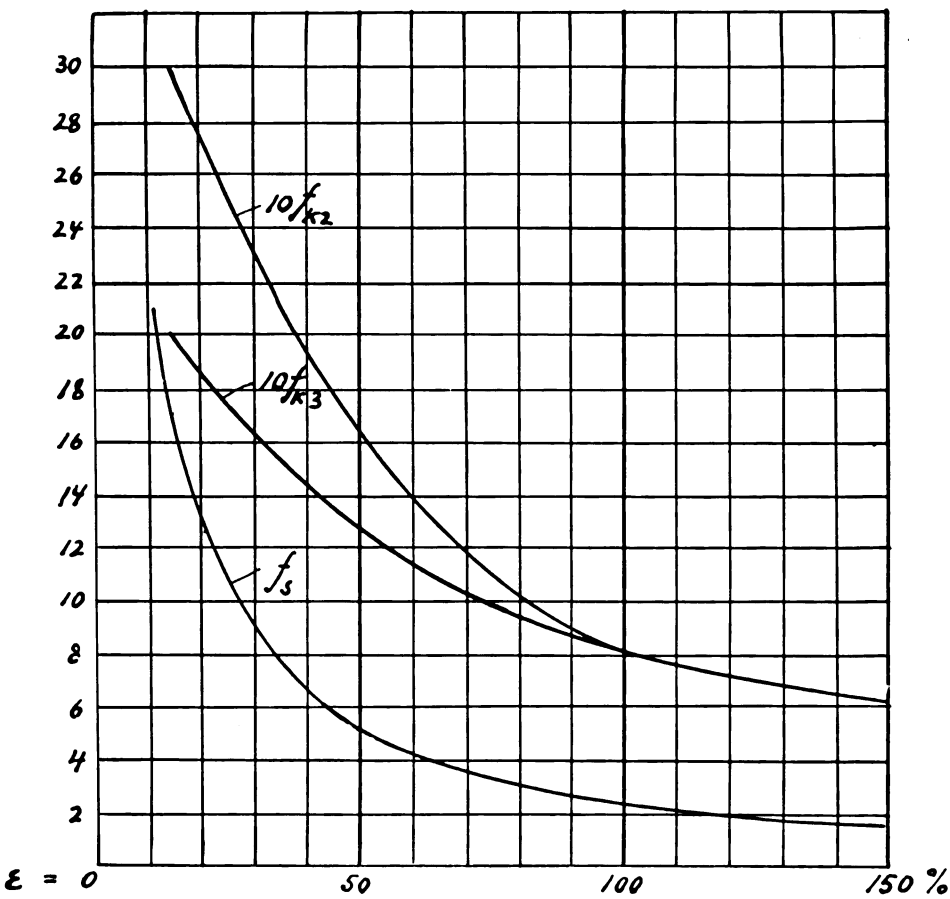


Den ideelle Kortslutningstid.

Digitized by Google

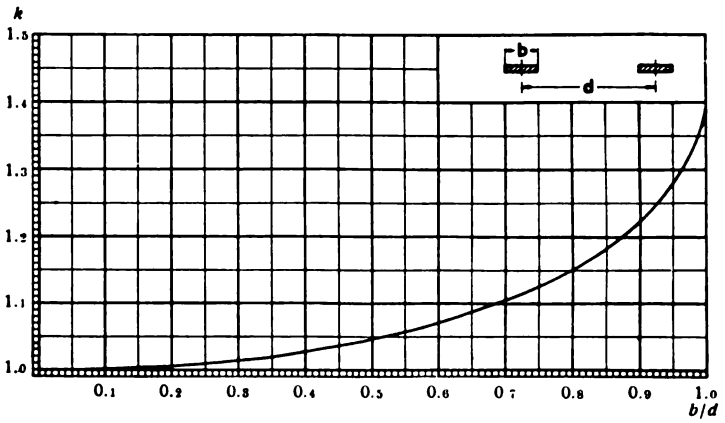


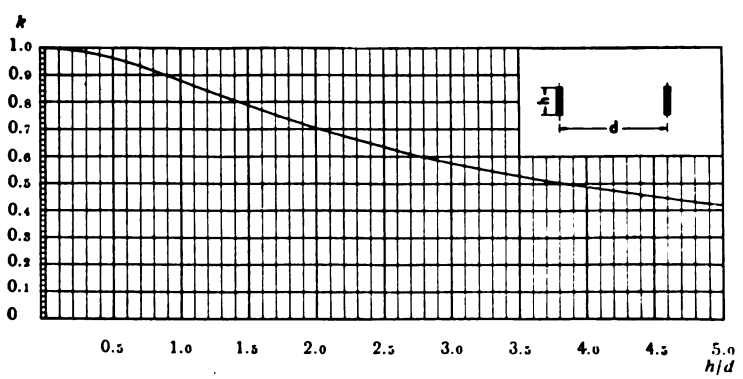
Opvarmningskonstant k_t for Kobber.



Kortslutningskonstanter.

Digitized by Google





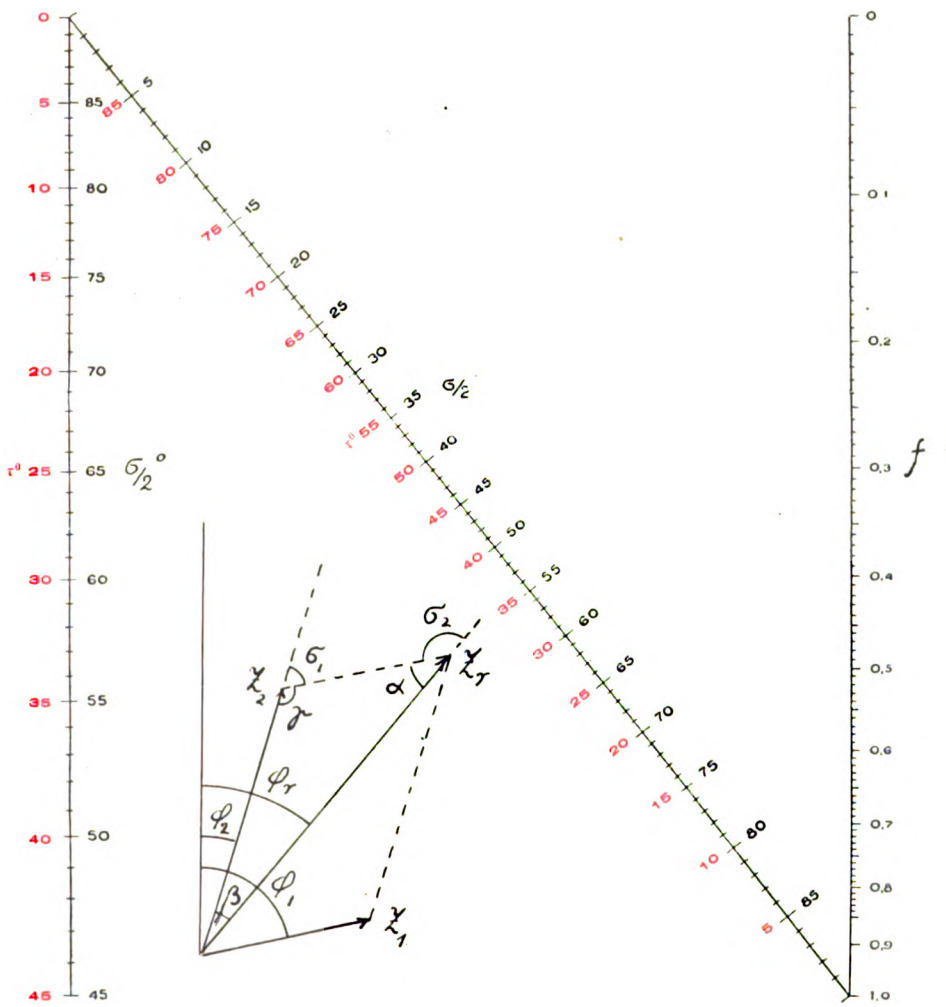
Konstanten k til Lign. (56).

Digitized by Google

Sammensætning af Impedanser.

1) $f_1 = \frac{Z_1}{Z_2}$; $\sigma_1 = \varphi_1 - \varphi_2$; $\gamma = 180 - \sigma_1$. Af Tavlen findes τ_1, da er $\beta = \frac{\sigma_1}{2} - \tau$, og $\varphi_r = \beta + \varphi_2$. τ_1 har samme Fortegn som $\varphi_1 - \varphi_2$.

2) $\sigma_2 = \gamma + \beta$; $\tau_2 = \frac{1}{2}(\gamma - \beta)$. Af Tavlen findes f_2, da er: $Z_r = \frac{Z_1}{f_2}$ ($\gamma > \beta$) eller $Z_r = Z_1 \cdot f_2$ eller ($\gamma < \beta$).



Digitized by Google

I. Kortslutningsfaktor for trepolede Kortslutninger.*)

Sek.	ε = Samlet Reaktans i %								
	12	15	20	30	40	50	60	75	100 %
0,00	14,90	12,00	9,01	6,00	4,52	3,55	2,94	2,36	1,74
0,05	9,40	7,74	5,89	3,98	3,04	2,41	2,03	1,64	1,23
0,08	8,15	6,72	5,14	3,50	2,89	2,15	1,81	1,47	1,11
0,10	7,52	6,22	4,79	3,28	2,54	2,03	1,72	1,40	1,06
0,15	6,32	5,30	4,13	2,87	2,25	1,83	1,56	1,28	0,98
0,20	5,66	4,82	3,74	2,67	2,11	1,72	1,48	1,22	0,94
0,25	5,20	4,45	3,53	2,52	2,01	1,66	1,42	1,18	0,92
0,30	4,85	4,19	3,35	2,42	1,94	1,61	1,39	1,16	0,90
0,40	4,38	3,83	3,10	2,28	1,86	1,55	1,35	1,13	0,89
0,50	3,99	3,52	2,91	2,18	1,79	1,51	1,32	1,11	0,88
0,70	3,48	3,13	2,64	2,04	1,70	1,45	1,27	1,08	0,86
1,00	2,98	2,75	2,38	1,90	1,61	1,39	1,23	1,05	0,84
1,50	2,56	2,43	2,17	1,78	1,54	1,34	1,19	1,03	0,84
2,00	2,27	2,21	2,02	1,71	1,49	1,31	1,17	1,02	0,83
3,00	2,00	2,00	1,88	1,63	1,44	1,28	1,15	1,00	0,82

II. Kortslutningsfaktor for topolede Kortslutninger.*)

Sek.	ε = Samlet Reaktans i %								
	12	15	20	30	40	50	60	75	100 %
0,00	14,88	12,00	9,01	6,00	4,52	3,54	2,95	2,36	1,74
0,05	9,69	7,95	6,07	4,12	3,15	2,49	2,08	1,67	1,23
0,08	8,43	7,01	5,38	3,69	2,84	2,25	1,90	1,51	1,11
0,10	7,85	6,56	5,07	3,50	2,70	2,16	1,80	1,44	1,06
0,15	6,75	5,87	4,50	3,16	2,47	1,99	1,67	1,35	0,98
0,20	6,19	5,31	4,21	3,00	2,36	1,90	1,60	1,29	0,94
0,25	5,76	5,00	4,00	2,89	2,29	1,86	1,56	1,26	0,92
0,30	5,45	4,79	3,86	2,82	2,25	1,82	1,54	1,24	0,90
0,40	5,04	4,48	3,67	2,73	2,19	1,79	1,50	1,21	0,89
0,50	4,71	4,24	3,51	2,66	2,15	1,77	1,49	1,20	0,87
0,70	4,27	3,92	3,31	2,57	2,10	1,73	1,47	1,18	0,86
1,00	3,84	3,61	3,12	2,48	2,05	1,70	1,45	1,16	0,84
1,50	3,48	3,35	2,95	2,40	2,01	1,68	1,43	1,15	0,83
2,00	3,23	3,17	2,84	2,35	1,98	1,66	1,41	1,14	0,82
3,00	3,00	3,00	2,73	2,30	1,95	1,64	1,40	1,13	0,81

*) Efter J. Waltjen: Schaltanlagen für Drehstrom-Kraftwerke.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Date Loaned

FE 14 '66			

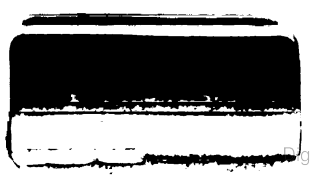
Demco 292-5

89031653975

b89031653975a

Digitized by Google

S
.IN 43
B
3-14 STORAGE
974737



ENGINEERING LIBRARY
UNIVERSITY OF WISCONSIN
MADISON 6, WISCONSIN

Digitized by Google

b89031653975
b89031653975a